

Werk

Label: Table of literature references

Jahr: 1959

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?31311157X_0084|log171

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

✉ info@digizeitschriften.de

Uvedme několik prvních polynomů právě zavedených

$$S_1(\beta_3, \gamma_3) = \gamma_3 \beta_3, \quad S_2(\beta_3, \gamma_3) = \gamma_3(\beta_3 + \beta_3^2) + \gamma_3^2 \beta_3^2, \\ S_3(\beta_3, \gamma_3) = \gamma_3(\beta_3 + 3\beta_3^2 + \beta_3^3) + 3\gamma_3^2 \beta_3(\beta_3 + \beta_3^2) + \beta_3^3 \gamma_3^3.$$

Steffensenovy polynomy dvou proměnných možno definovat pomocí vytvořující funkce

$$e^{y(e^x(e^t-1)-1)}$$

tak, že n -tý polynom $S_n(x, y)$ je koeficient u t^n v rozvoji vytvořující funkce podle t . Studium vlastností těchto polynomů a obdobně definovaných polynomů více proměnných by mohlo přinést vhodnější vzorce pro jejich výpočet.

Odvození snadných rekurentních vzorců pro momenty rozložení $P_k^{(r)}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r)$, platí-li (2), ponechávám čtenáři. Poznámávám toliko, že je $Ek_r = \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_r$.

Uvedu několik otázek souvisejících s úlohou:

Platí-li (2) a je-li $\alpha_i = \alpha$, $i = 1, 2, \dots, r$, a je-li $0 < \alpha < 1$, je $\lim_{r \rightarrow \infty} P_0^{(r)} = 1$; je-li $\alpha > 1$, existuje kladná $\lim_{r \rightarrow \infty} P_0^{(r)}$ (jde o tzv. pravděpodobnost vymření potomků jednoho prvku). Viz M. S. BARTLETT [2], str. 42, A. J. LOTKA [10], str. 123 a další. Jsou-li α_i obecně navzájem různá, zřejmě existuje kladná $\lim_{r \rightarrow \infty} P_0^{(r)}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r) = \lim_{r \rightarrow \infty} E(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r) < 1$, je-li jen konečný počet prvků v $\{\alpha_i\}$ menší než jedna.

Důležitá je otázka, jaký tvar má asymptotické rozložení náhodné veličiny $k_r/(\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_r) = x_r$, při čemž k_r je náhodná veličina mající rozložení $P_k^{(r)}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r)$, platí-li opět (2). Je-li $\alpha_i = \alpha > 1$, $i = 1, 2, \dots$ a označíme-li $\Phi_r(t)$ charakteristickou funkci náhodné veličiny x_r , platí rekurentní vztah

$$\Phi_{r+1}(t) = e^{\alpha \left[\Phi_r\left(\frac{t}{\alpha}\right) - 1 \right]}.$$

Pro charakteristickou funkci asymptotického rozložení pak platí funkcionální rovnice

$$\Phi(t) = \exp \alpha \left[\Phi\left(\frac{t}{\alpha}\right) - 1 \right]. \quad (32)$$

Vlastnosti charakteristické funkce asymptotického rozložení odvodil T. E. Harris [4], jenž podal řešení i pro speciální tvar $G(s)$.

LITERATURA

- [1] Б. А. Севастьянов: Теория вертящихся процессов, Успехи математических наук, Т. VI, вып. 6 (46), 1951, 47—99.
- [2] M. S. Bartlett: An Introduction to Stochastic Processes, Cambridge, 1955.