Na obr. 1 (str. 20) jsou Hasseovy diagramy některých konečných lexikograficky nerozložitelných část. usp. množin.

Na závěr uvedeme ještě jednu větu o lexikografickém součtu. Platí

Věta 9. *Platí*

$$\sum_{\substack{\Sigma N_v \\ N}} M_u \equiv \sum_N (\sum_{N_v} M_u) . \tag{7}$$

Důkaz. Především je zřejmé, že obě množiny na levé i na pravé straně v (7) jsou stejné, takže je třeba jen ukázat, že také příslušná částečná uspořádání jsou stejná.

Nechť tedy $x, y \in \sum_{\substack{\Sigma N_v \\ N}} M_u$, $x \neq y$ a nechť platí $x \varrho y$ v $\sum_{\substack{\Sigma N_v \\ N}} M_u$, když ϱ značí některý ze symbolů $\langle, \rangle, \|$. Potom existují $a, b \in \sum_N N_v$ takové, že $x \in M_a$, $y \in M_b$, a také existují $p, q \in N$ takové, že $a \in N_p$, $b \in N_q$, takže platí $x \in \sum_{N_p} M_u$, $y \in \sum_{N_q} M_u$. Je-li $a = b$, pak podle definice lexikografického součtu platí $x \varrho y$ v M_a a tedy také v $\sum_{N_p} M_u$ a v $\sum_N (\sum_{N_v} M_u)$. Je-li $a \neq b$, pak podle definice lexikografického součtu platí $a \varrho b$ v $\sum_N N_v$ a jsou zase dvě možnosti. Buď je $p = q$ a ovšem N_p je vložená v $\sum_N N_v$, takže podle definice lexikografického součtu platí $a \varrho b$ v N_p, odkud však plyne $x \varrho y$ v $\sum_{N_p} M_u$ a tedy také v $\sum_N (\sum_{N_v} M_u)$. Nebo je $p \neq q$ a potom musí být $p \varrho q$ v N. Jelikož však $x \in \sum_{N_p} M_u$, $y \in \sum_{N_q} M_u$, platí také $x \varrho y$ v $\sum_N (\sum_{N_v} M_u)$.

LITERATURA

[1] *G. Birkhoff*: Теория структур (ruský překlad 2. vyd.), Moskva 1952.

[2] *O. Borůvka:* Theorie rozkladů v množině, Spisy přír. fak. M. U., čís. *278* (1946), Brno 3—37.

Резюме

О ЛЕКСИКОГРАФИЧЕСКОЙ СУММЕ ЧАСТИЧНО УПОРЯДОЧЕННЫХ МНОЖЕСТВ

КАРЕЛ ЧУЛИК (Karel Čulík), Брно

(Поступило в редакцию 11/XI 1957 г.)

Частично упорядоченное (коротко част. упор.) подмножество $P \neq \emptyset$ част. упор. множества M мы называем *вложенным* в M, если имеет место

$$\{x, y \in P, z \in M - P\} \Rightarrow \{x < z \Leftrightarrow y < z\} \text{ и } \{z < x \Leftrightarrow z < y\} .$$