

Werk

Label: Table of literature references

Jahr: 1959

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?31311157X_0084|log12

Kontakt/Contact

[Digizeitschriften e.V.](#)
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

✉ info@digizeitschriften.de

orientovaným, jestliže v každém jeho uzlu právě tolik hran končí, kolik v něm počíná. Ukázalo se, že souvislé rovnovážně orientované grafy hrají analogickou úlohu mezi orientovanými grafy, jakou v případě neorientovaných grafů mají souvislé eulerovské grafy (viz [3], str. 29, věta 7; odtud také snadno plyne, že souvislý rovnovážně orientovaný graf je zvláštním případem dobře orientovaného grafu).

Budiž dán orientovaný graf \vec{G} . Lze-li sestrojít posloupnost

$$u_1, \overrightarrow{u_1 u_2}, u_2, \overrightarrow{u_2 u_3}, u_3, \dots, u_m, \overrightarrow{u_m u_1}, u_1, \quad (2)$$

kde u_i jsou uzly a $\overrightarrow{u_i u_{i+1}}$ hrany grafu \vec{G} , pak (2) nazveme *tahem kompletním* vzhledem k u_1 , jestliže (2) obsahuje všechny hrany grafu \vec{G} počínající v u_1 .

Věta 3. *Rovnovážně orientovaný graf \vec{G} má uzel c za své centrum právě tehdy, jestliže každý tah kompletní vzhledem k c obsahuje všechny hrany grafu \vec{G} .*

Důkaz. Budiž \vec{G} rovnovážně orientovaný graf s centrem c a necht existuje tah kompletní vzhledem k c , který neobsahuje hranu $\overrightarrow{vw} \in \vec{G}$. Sestrojíme všechny hrany \overrightarrow{vw} s uvedenou vlastností; vidíme že (spolu s počátečními a koncovými uzly) tvoří podgraf \vec{G}^* , který je též rovnovážně orientovaný. Uzel c ovšem neleží v \vec{G}^* , zatím co v \vec{G}^* lze sestrojít cyklus (viz [3], str. 29, věta 8). To však je spor s tím, že c je centrum grafu \vec{G} .

Necht obráceně v rovnovážně orientovaném grafu \vec{G} každý kompletní tah vzhledem k c obsahuje všechny hrany z \vec{G} . Necht existuje v \vec{G} cyklus Ω , který neprochází uzlem c . Odstraňme z \vec{G} všechny hrany cyklu Ω a případně všechny uzly, jež by pak byly izolované. Vznikne tak (event. nesouvislý) graf \vec{H} , který je rovnovážně orientovaný. Zvolme v \vec{H} tu komponentu \vec{K} , v níž leží uzel c ; tato komponenta zřejmě obsahuje všechny ty hrany z \vec{G} , které vycházejí z uzlu c . Podle Königovy věty zmíněné na počátku odst. 4 existuje v \vec{K} tah kompletní vzhledem k c (obsahující dokonce všechny hrany z \vec{K}). To je tedy také kompletní tah vzhledem k c i v původním grafu \vec{G} , který však neobsahuje žádnou hranu z Ω (spor).

LITERATURA

- [1] F. Bäßler: Über eine spezielle Klasse Euler'scher Graphen, Comm. Math. Helv., 1953, 81—100.
- [2] M. Friedler, J. Sedláček: O W -basích orientovaných grafů, Časopis pro pěstování matematiky 83 (1958), 214—225.
- [3] D. König: Theorie der endlichen und unendlichen Graphen, Leipzig 1936.
- [4] O. Ore: A problem regarding the tracing of graphs, Elemente der Mathematik, VI. Jahrgang (1951), 49—53.
- [5] J. Sedláček: O konečných orientovaných grafech, Časopis pro pěstování matematiky 82 (1957), 195—215.
- [6] H. Whitney: Non-separable and planar graphs, Transactions of the American Math. Society 34 (1932), 339—362.