$\underset{s}{N}{}^{\alpha}$ $(s = 1, \ldots, n - p)$ a současně kolmých k tečnému prostoru variety ${}^{(1)}X_p$ v bodě $\underset{0}{P}$ a místo korespondence (2,14) korespondenci

$$ {}^{(2)}x^{\alpha}({}^{(2)}\eta^a) - {}^{(1)}x^{\alpha}({}^{(1)}\eta^a) = \sum_{s=1}^{n-p} \underset{s}{\lambda} \underset{s}{N}{}^{\alpha} , $$

kde $\alpha = 1, \ldots, n$; $a = 1, \ldots, p$.

Poznamenejme ještě závěrem, že je poměrně snadné definici styku variet z části I zobecnit pro styk variet v afinních prostorech s libovolnou konexí.

Резюме

О КАСАНИИ МНОГООБРАЗИЙ В АФФИННОМ ЛИНЕЙНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

ФРАНТИШЕК НОЖИЧКА (František Nožička), Прага

(Поступило в редакцию 25/III 1957 г.)

Рассмотрим в аффинном линейном пространстве $E_n (n \geqq 2)$ с координатами x^{α} $(\alpha = 1, \ldots, n)$ два многообразия ${}^{(1)}X_p$, ${}^{(2)}X_p$ $(1 \leqq p \leqq n - 1)$, заданные в параметрическом виде

$$ {}^{(1)}X_p\colon\ x^{\alpha} = {}^{(1)}x^{\alpha}({}^{(1)}\eta^a) , \quad \alpha = 1, \ldots, n;\ a = 1, \ldots, p , \qquad (\mathrm{I})_{\mathrm{a}} $$

$$ {}^{(2)}X_p\colon\ x^{\alpha} = {}^{(2)}x^{\alpha}({}^{(2)}\eta^a) , \quad \alpha = 1, \ldots, n;\ a = 1, \ldots, p , \qquad (\mathrm{I})_{\mathrm{b}} $$

причем предполагается, что

(a) точка $\underset{0}{P} \in E_n$ с координатами $\underset{0}{x}{}^{\alpha}$ есть общая точка многообразий ${}^{(1)}X_p$, ${}^{(2)}X_p$. Этой точке соответствуют значения ${}^{(1)}\underset{0}{\eta}{}^a$ параметров ${}^{(1)}\eta^a$ многообразия ${}^{(1)}X_p$ и значения ${}^{(2)}\underset{0}{\eta}{}^a$ параметров ${}^{(2)}\eta^a$ многообразия ${}^{(2)}X_p$;

(б) функции ${}^{(1)}x^{\alpha}({}^{(1)}\eta^a)$, ${}^{(2)}x^{\alpha}({}^{(2)}\eta^a)$ обладают непрерывными частными производными по своим аргументам вплоть до порядка $k \geqq 1$ (включительно) в некоторых окрестностях точки ${}^{(1)}X_p$ на многообразиях ${}^{(2)}X_p$;

(в) точка $\underset{0}{P}$ — регулярная точка многообразий ${}^{(1)}X_p$, ${}^{(2)}X_p$.

Пусть $\overset{(s)}{\underset{0}{v}}{}^{\alpha}$ $(s = 1, \ldots, n - p)$ — постоянные векторы в E_n, удовлетворяющие условиям:

$$ \left. \begin{aligned} &\text{определитель}\quad [{}^{(1)}\underset{0}{B}{}^{\alpha}_1, \ldots, {}^{(1)}\underset{0}{B}{}^{\alpha}_p, \overset{(1)}{\underset{0}{v}}{}^{\alpha}, \ldots, \overset{(n-p)}{\underset{0}{v}}{}^{\alpha}] \neq 0 , \\ &\text{определитель}\quad [{}^{(2)}\underset{0}{B}{}^{\alpha}_1, \ldots, {}^{(2)}\underset{0}{B}{}^{\alpha}_p, \overset{(1)}{\underset{0}{v}}{}^{\alpha}, \ldots, \overset{(n-p)}{\underset{0}{v}}{}^{\alpha}] \neq 0 , \end{aligned} \right\} \qquad (\mathrm{II}) $$

где

$$\underset{0}{{}^{(1)}B^\alpha_a} \equiv \left(\frac{\partial^{(1)}x^\alpha}{\partial^{(1)}\eta^b}\right)_{^{(1)}\eta^a = \underset{0}{^{(1)}\eta^a}},$$

$$\underset{0}{{}^{(2)}B^\alpha_a} = \left(\frac{\partial^{(2)}x^\alpha}{\partial^{(2)}\eta^a}\right)_{^{(2)}\eta^a = \underset{0}{^{(2)}\eta^a}}.$$

В этих предположениях системой уравнений

$$^{(2)}x^\alpha(^{(2)}\eta^a) - {}^{(1)}x^\alpha(^{(1)}\eta^a) = \sum_{s=1}^{n-p} \underset{s}{\lambda} \underset{0}{\overset{(s)}{v^\alpha}} \tag{III}$$

локально определяется некоторое соответствие между точками многообразий $^{(1)}X_p$, $^{(2)}X_p$, являющееся одно-однозначным в достаточно малой окрестности точки $\underset{0}{P}$ (теорема 1 в тексте). Кроме того, уравнениями (III) локально (в достаточно малой окрестности точки $(^{(1)}\eta^a)$) однозначно определяются и скаляры $\underset{s}{\lambda}(^{(1)}\eta^a)$ $(s = 1, \ldots, n - p)$, причем функции $\underset{s}{\lambda}(^{(1)}\eta^a)$ обладают в рассматриваемой окрестности непрерывными частными производными по своим аргументам не менее чем k-го порядка.

Пусть символы $(\mathrm{d}^l \underset{s}{\lambda})_0$ представляют полный дифференциал функции $\underset{s}{\lambda}$ $(s = 1, \ldots, n - p)$ l-го порядка $(l = 1, \ldots, k)$ в точке $(\underset{0}{^{(1)}\eta^a})$. Тогда мы можем дать следующее определение касания по крайней мере k-го порядка многообразий $^{(1)}X_p$, $^{(2)}X_p$ в их общей точке $\underset{0}{P}$:

Многообразия $^{(1)}X_p$, $^{(2)}X_p$ претерпевают при указанных выше условиях в точке $\underset{0}{P}$ касание по крайней мере k-го порядка, если

$$(\underset{s}{\lambda})_0 = (\mathrm{d}\underset{s}{\lambda})_0 = \ldots = (\mathrm{d}^k\underset{s}{\lambda})_0 = 0 \quad \text{для} \quad s = 1, \ldots, n - p\,.$$

Таким образом сформулировано некоторое специальное определение касания двух многообразий в точке линейного аффинного пространства E_n.

Обстоятельство, что два многообразия $^{(1)}X_n$, $^{(2)}X_p$ в E_n претерпевают в точке $\underset{0}{P}$ касание по крайней мере k-го порядка в смысле указанного определения, является независимым (теорема 2 в тексте)

1. от выбора постоянных векторов $\underset{0}{\overset{(s)}{v^\alpha}}$ ($s = 1, \ldots, n - p$ со свойствами (II);
2. от выбора системы параметров многообразий $^{(1)}X_p$, $^{(2)}X_p$;
3. от выбора координат в E_n.