Časopis pro pěstování matematiky, roč. 83 (1958), Praha

RECENSE

А. И. Мальцев: **Основы линейной алгебры.** (Základy lineární algebry). 2. vyd. přepracované, Moskva, Gostechizdat, 1956, 340 str.

Lineární algebra se zabývá, jak uvádí autor, předměty trojího druhu: maticemi, lineárními prostory a algebraickými formami. Souvislost teorií těchto tří předmětů je tak úzká, že většina úloh lineární algebry připouští formulaci v každé z nich. V knize zvolena za základ výkladu teorie matic, ač v geometrii a mechanice většina úloh lineární algebry se jeví jako úlohy z teorie algebraických forem a vnitřní vztahy mezi různými úlohami z lineární algebry se nejvýrazněji projevují při úvahách o lineárních prostorech. Při studiu lineární algebry je tedy důležité navykat si přecházet od formulace v jedné teorii k formulaci v druhých dvou. Ze stanoviska teorie forem se rozpadá lineární algebra na tři části: teorii lineárních forem, teorii bilineárních a kvadratických forem a teorii forem multilineárních. Vyšší části této teorie jsou již předmětem teorie invariantů a o té se v knize nejedná.

V kapitole I—V se studují matice a vektory nad libovolným tělesem — tělesem základním. Čtenář, který se zajímá o užití lineární algebry v geometrii a v mechanice nebo obecněji v teoretické fysice, může za základní těleso volit těleso čísel reálných nebo komplexních.

Znalost počátků theorie determinantů se v knize předpokládá. Dokonalé přípravy k jejímu studiu lze nabýt probráním příslušných částí z Kořínkových „Základů algebry". Chce-li se čtenář omezit na základní těleso tvořené čísly reálnými nebo čísly komplexními, stačí jako příprava Bydžovského „Základy theorie determinantů a matic".

Uvedeme stručně obsah spisu.

V kapitole I jsou vyložena hlavní pravidla pro počítání s maticemi. V § 3 je vyloženo počítání s maticemi rozdělenými na bloky (pole), které je v mnohém ohledu analogické s dříve vyloženým počítáním s maticemi.

Obsahem kapitoly II jsou lineární prostory.

Kapitola III se zabývá lineárním zobrazením.

Kapitola IV je nadepsána „Mnohočlenové matice". V prvních třech kapitolách se skoro stále studovaly jen matice, jejichž prvky jsou prvky ze základního tělesa K. Pouze v souvislosti s charakteristickým mnohočlenem bylo třeba se zabývat charakteristickou maticí $\lambda E - A$, jejíž prvky nebyly prvky z K, nýbrž mnohočleny v λ s koeficienty z K. V této kapitole se systematicky studují vlastnosti matic, jejichž prvky jsou mnohočleny nad K. Výsledků je pak použito k určení Jordanovy formy matice lineárního zobrazení.

Kapitola V jedná o unitárních a euklidovských prostorech. K operacím dříve zavedeným, sčítání vektorů a jejich násobení číslem, zde přistupuje jako další operace skalární součin vektorů.

Kapitola VI jedná o kvadratických a bilineárních formách.

Kapitola VII má název „Lineární zobrazení bilineárně metrických prostorů". Uvažuje se v ní o klasifikaci hlavních typů lineárních zobrazení (symetrických, kososymetrických a isometrických) prostorů s bilineární metrikou.

Konečně kapitola VIII se zabývá multilineárními formami a tensory. K umožnění definice tensorů byl dříve zaveden pojem duálního prostoru. Pak je vyložena tensorová algebra a teorie invariantů.

Ke každému paragrafu jsou připojeny příklady a úlohy, při čemž u těžších úloh je také návod k řešení. Mnohé z těchto úloh doplňují látku v knize probíranou. Tak v úloze 9, § 3, kap. IV se mluví o charakteristikách Segreových, v úl. 10 o charakteristikách Weyrových[1]) a v úl. 11 o souvislosti obou těchto druhů charakteristik.

Podle mého názoru bylo by však pro čtenáře jistě výhodné udat aspoň v některých případech u úloh poukazy na literaturu, z níž bylo čerpáno a kde lze po případě nalézt další podrobnosti o probíraném předmětu.

Způsobem, jak látku spisovatel zpracoval, docílil toho, že jeho kniha je látkou nejbohatší z ruských knih jednajících o lineární algebře, ať to je známá kniha ŠILOVOVA, GELFANDOVA (přeložená do češtiny M. FIEDLEREM), nebo kniha GANTMACHEROVA „Теория матриц", která sleduje jiné cíle.

Karel Rychlík, Praha

*

Н. Г. Четаев: **Устойчивость движения.** Gostechizdat, Moskva, 1955, str. 207, cena 7 rublů.

Recensovaná kniha je druhým opraveným vydáním knihy téhož názvu z r. 1946. Prvé vydání nebylo v ČSR k disposici a nebylo proto u nás recensováno. Je proto třeba upozornit čtenáře na tuto knihu, která má některé nepopiratelné přednosti. Stačí to však provést v poměrně stručné formě, neboť základní pojmy teorie stability pohybu byly v posledních letech v tomto časopisu uvedeny v řadě článků (mimo jiné v recensi Malkinovy knihy „Teorija ustojčivosti dviženija", Čas. pro pěst. mat. *80* (1955), 491—497).

Kniha je rozdělena do deseti kapitol. V prvé úvodní kapitole (str. 7—16) jsou zavedeny pouze základní pojmy a definice teorie stability pohybu.

V kapitole druhé (str. 17—37) jsou dokázány obecné věty o stabilitě, asymptotické stabilitě a nestabilitě pomocí přímé, někdy také zvané druhé, Ljapunovovy metody. Věty jsou ozřejmeny na řadě dosti zevrubně provedených příkladů z mechaniky. Jako aplikace je zde také dokázána Routhova věta o stabilitě pohybu, známe-li některé prvé integrály.

V kapitole třetí (str. 38—56) je vyšetřována stabilita rovnovážné polohy mechanické soustavy, jež je podrobena holonomně skleronomním vazbám a na niž působí pouze potenciální síly. Zde je uvedena známá Lagrangeova věta o stabilitě a Četajevova věta o nestabilitě rovnovážné polohy. Vedle jiných běžných výsledků je zde stručně vyložena zajímavá Poincarého teorie rozvětvení (bifurkace) rovnovážných poloh v případě, že potenciální síly jsou funkcemi nějakého parametru.

Ve čtvrté kapitole (str. 57—96) je vyložena teorie řešení soustav linearních diferenciálních rovnic s konstantními koeficienty a to tak, že všechny potřebné pojmy i věty (na př. teorie elementárních dělitelů, Hurwitzovy věty) jsou zde zavedeny a dokázány nezávisle na jiných učebnicích. I když v této kapitole není pochopitelně nových výsledků, není její čtení nezajímavé ani pro čtenáře s touto teorií již seznámeného. Na př. souvislost typů partikulárních řešení s elementárními děliteli je zde podána velmi instruktivně; i takové upozornění, že eliminační metoda může při řešení soustavy obyčejných diferenciálních rovnic vést k chybným výsledkům, může mít pro praktika značnou cenu.

V kapitole páté (str. 97—116) se autor zabývá vlivem poruch na rovnovážnou polohu. Vychází z Lagrangeových rovnic druhého druhu, při čemž předpokládá, že v okolí rovno-

[1]) Viz E. WEYR: O theorii forem bilineárných, Praha 1889, 111 str.; něm. překlad v Monatshefte *1* (1890), 163—236.

vážné polohy lze kinetickou energii resp. potenciální energii vyjádřit jako kvadratickou formu rychlostí resp. souřadnic s konstantními koeficienty. Nejdříve ukáže, že vhodnou transformací lze každou takovou soustavu uvést na normální tvar, t. j. $\ddot{x}_i + \lambda x_i = 0$ $(i = 1, \ldots, n)$, a potom vyšetřuje vliv různých rušivých sil na takovou soustavu podle jejich fysikálního charakteru (nové vazby, dissipativní síly, gyroskopické síly, vzájemné působení dvou speciálních soustav).

V třech následujících kapitolách jsou uvažovány takové soustavy, jejichž pravé strany jsou holomorfní funkce nezávislé na čase.

V kapitole šesté (str. 117—125) jsou odvozeny známé věty o stabilitě na základě stability soustavy prvého přiblížení.

V kapitole sedmé (str. 126—139) je zkoumán kritický případ, kdy matice linearisované soustavy (s konstantními koeficienty) má kromě vlastních čísel se zápornou reálnou částí ještě nulu jako vlastní číslo.

V kapitole osmé (str. 140—161) je vyšetřován další důležitý kritický případ, kdy matice linearisované soustavy má vedle vlastních čísel se zápornou reálnou částí za vlastní čísla dvojici ryze imaginárních konjugovaných čísel.

V kapitole deváté (str. 162—186) vyšetřuje autor stabilitu řešení soustav, jejichž pravé strany jsou funkcemi času (neautonomní soustavy). Nejprve vyslovuje základní poučky o charakteristických číslech funkcí a řešení diferenciálních rovnic, zavádí pojem regulární soustavy diferenciálních rovnic a posléze pro tyto soustavy odvozuje klasické Ljapunovovy věty o stabilitě a nestabilitě.

Kapitola desátá (str. 187—204) je věnována vyšetřování stability triviálního řešení lineární soustavy s periodickými koeficienty. Vedle základů Floquetovy teorie jsou tu udány dvě metody na přibližný výpočet charakteristických čísel a to pomocí metody postupných aproximací a pomocí malého parametru.

Kniha je opatřena jmenným a věcným rejstříkem.

Vcelku lze říci, že Četajevova kniha přes svůj pouze úvodní charakter je velmi užitečná a to zvláště pro čtenáře s technickým zaměřením pro svůj výklad úzce spjatý s mechanikou a pro řadu příkladů (často technických), zpravidla důkladně vypracovaných, jimiž je celý výklad doprovázen.

Otto Vejvoda, Praha

*

Э. Кольман: **Бернард Больцано** (Bernard Bolzano). Izdat. A. N. SSSR, Moskva, 1955, str. 224, cena 9 rublů.

Recensovaná kniha obsahuje vedle předmluvy pět kapitol, dva dodatky a bibliografii.

Kapitoly jsou nazvány takto: I. *Sociálně-politická situace v Čechách v posledním dvacetiletí 18. století a v první polovině 19. století*. Pražská universita v té době (9 stran). II. *Bolzanův životopis*. Původ, rodina, výchova, studentská léta. Pedagogická, vědecká a osvětová činnost. Pronásledování reakcí (15 stran). III. *Bolzanovy matematické objevy*. Význam a pojmy matematiky. Matematický důkaz. Aritmetisace analysy. Teorie podobnosti a postulát o rovnoběžkách. Bolzano jako předchůdce teorie množin. Základy teorie funkcí reálné proměnné (65 stran). IV. *Bolzanova filosofie*. Logika. Filosofické otázky přírodovědy. Psychologie, estetika, etika (24 stran). V. *Bolzanovy společensko-politické názory*. Učení o právu a státu. Boj za rovnoprávnost národů, za mír. Bolzanova socialistická utopie. Závěr (52 stran).

V doplňku 1 je uveden ruský překlad Bolzanovy práce „Ryze analytický důkaz věty, že mezi dvěma libovolnými hodnotami dávajícími výsledek opačného znaménka leží alespoň jeden kořen rovnice", a v doplňku 2 je uveden úryvek z Bolzanovy „Teorie funkcí" týkající se konstrukce Bolzanovy spojité funkce, která nemá derivaci v nekonečně mnoha bodech.

Kolmanova monografie o našem vynikajícím mysliteli Bernardu Bolzanovi je marxistickou prací, která se snaží o všestranné zhodnocení této veliké osobnosti. Zhodnotit vědeckou práci Bolzanovu v matematice, logice, filosofii, jeho sociálně-politické názory a utopie je jistě vědecky náročným úkolem. (Prací Bolzanových z mechaniky a fysiky si Kolman nevšímá.)

Zkoumání dějin vědeckých problémů má velký positivní význam pro řešení současných otázek vědy. Proto studium Bolzanovy osobnosti není jenom speciálně historickou záležitostí, nýbrž i prací, která může podnětně působit při řešení soudobých problémů. Kolmanovo zpracování logických a matematických studií Bolzanových na jedné straně a Bolzanovy filosofie na druhé straně dává možnost hlouběji promyslet vztah světového názoru filosofie a speciální vědy. Kolman připomíná Bolzanův přínos k otázkám logiky a přitom ukazuje, jak řešení jednotlivých otázek nebo způsob argumentace jsou podmíněny filosofickými názory Bolzanovými. Zároveň při analyse těchto prací je ukázáno, že není možné zaměnit světový názor vědce a objektivní význam objevů jím učiněných.

Zvláštnost marxistického zkoumání dějin přírodních věd ukazuje Kolman v tom, že chápe proces poznání jako proces společenský. Autorovo rozčlenění látky a také pořad kapitol obráží vnitřní logiku tohoto zkoumání. Jednotlivé vědy jsou různým způsobem podmíněny ekonomicko-politickými faktory. Přitom je třeba vycházet z toho, že teprve v dlouhých časových obdobích odpovídá křivka vývoje speciální vědy křivce vývoje ekonomického. Proto je podle našeho názoru nutné oddělit především tendence vývoje výroby a hospodářské základny společnosti a potřeby praxe a ukázat, jak se obrážely ve vývoji vědy, která se vyvíjí relativně samostatně. Bude třeba, aby autor v dalším vydání podrobněji rozpracoval souvislost života Bolzanova a jeho vědecké a filosofické činnosti v tehdejší společnosti, neboť takto se první kapitola jeví poměrně isolovanou od ostatních. Autor se tu hlavně věnuje vylíčení českého národního obrození; Bolzano však byl jen slabě spojen s touto ideou a proto tento výklad málo přispívá k vysvětlení vzniku Bolzanových názorů.

První dvě kapitoly mají řadu drobných nedopatření i věcných chyb: spletené údaje o Bolzanově procesu, nesprávné tvrzení o nutnosti odejít na venkov (str. 26), vysvětlivka o tom, co je metafysika (str. 26), údaje o životě na venkově (str. 27–28), ocenění bolzanovců (str. 28), umístění činnosti druhého pokolení buditelů až do druhé poloviny let čtyřicátých (str. 7), Jungmann jako přítel Bolzanův (str. 8), údaje o universitě (str. 12), Česká královská učená společnost jako společnost nacionalistická (str. 13).

V třetí kapitole jsou uvedeny hlavní výsledky Bolzanových *matematických prací*. Jde především o práce „Ryze analytický důkaz věty, že mezi dvěma hodnotami, jež dávají výsledek opačného znaménka, leží alespoň jeden reálný kořen rovnice", „Paradoxien des Unendlichen" a „Functionenlehre", v nichž Bolzano razil cestu buď novému pojetí některých disciplin (na př. úvahám o základech matematiky), nebo novým disciplinám (na př. teorii funkcí reálné proměnné a teorii množin).

Kolmanovo hodnocení čistě matematických výsledků Bolzanových se v podstatě shoduje s hodnocením, jež bylo českými matematiky uveřejněno na různých místech (na př. v předmluvách k soubornému vydání Bolzanova díla a jinde), a jež je českému čtenáři většinou dobře známo. Nové prvky nalézáme v tom, jak se u Bolzana v matematických úvahách odrážejí jeho filosofické názory, což v dosavadní literatuře nebylo souborně zpracováno. Bolzano zdůrazňoval (na př. v předmluvě k „Versuch einer objektiven Begründung der Lehre von der Zusammensetzung der Kräfte") úzký vztah mezi matematikou a filosofií. Na jedné straně soudil, že matematické myšlení má velký význam pro filosofii, což částečně pramenilo z jeho přeceňování formální logiky jako součásti filosofie. Na druhé straně vycházeje ze svých idealistických názorů věří, že základní pojmy matematiky lze odvodit čistě rozumovou konstrukcí (z Begriffswahrheiten). To, že Bolzano vůbec považuje matematické pravdy za zcela „pojmové", že nevidí, že v matematice se odráží naše zkušenost a znalost objektivního světa, způsobuje, že Bolzano i tam, kde popírá chybné názory jiných idealistických filosofů (na př. Kanta) na matematiku, není schopen nahradit tyto názory podstatně správnějšími. Bolzanův „filosofický" přístup k matematice přináší i některé jiné zápory, které se týkají více vlastní matematiky, tak na př. spíše „filosofické", vágní definice některých pojmů (podobnosti, sčítání), které nakonec vedou k nesprávným důkazům. Měl však bezesporu v mnohém i kladný význam — na př. v tom, že obrátil pozornost k logickým základům matematiky, nebo v tom, že vyzdvihl nutnost přísně logického odvozování matematických vět bez odvolávání se na smyslový názor.

Také do textu třetí kapitoly se vloudily mimo několik tiskových chyb i chyby věcné. Tak na str. 65 při důkazu existence vlastního hromadného bodu je třeba mluvit o nekonečné ohraničené množině a nikoliv o množině uzavřené; na str. 82 soudí Kolman neodůvodněně, že z textu, v němž Bolzano mluví o veličinách M, N, μ, ν, plyne, že veličinami jsou zde míněna reálná čísla; na str. 87 Kolman tvrdí, že množina, jež je kontinuem ve smyslu Bolzanově, není dokonalá, zatím co můžeme pouze tvrdit, že nemusí být dokonalá; na str. 88, ř. 4 chce Kolman zřejmě říci iracionální a nikoliv racionální.

Kapitola čtvrtá: Dále autor ukazuje, jak na Bolzanovy práce navázala *matematická logika*. Proti vulgarisujícím tendencím, které nedovedly oddělit vědu a nesprávné filosofické závěry, ukazuje na to, že formální logika nabyla u Bolzana mimořádně přesných forem, které umožňují zkoumat logické základy matematiky.

Přesnější představě o Bolzanově pojetí logiky by přispělo podrobnější prozkoumání vztahů k Leibnizovi, Kantovi a zvláště k Hegelově koncepci dialektické logiky. (Stejně by bylo třeba podrobnějšího rozboru tehdejšího stavu matematiky v předchozí kapitole.) Chybí potřebné vysvětlení, jakou roli sehrály Bolzanovy názory ve sporech mezi psychologisty a logicisty v pozdějším vývoji logiky a filosofie.

Kapitola pátá: Bolzano byl postavou složitou a plnou rozporů. To, že autor se zabývá všemi stránkami jeho díla, nám dává možnost poznat jak vnitřní spojení mezi jednotlivými částmi jeho díla, tak i rozpory mezi náboženstvím a racionalistickým pojímáním vědy. Závěrečná část knihy je věnována rozboru *společensko-politických názorů* Bolzanových. Autor poukazuje na humanistický charakter řady stanovisek a požadavků Bolzanových, které se týkají reformy společnosti a které jsou vyloženy v díle „O nejlepším státě". I zde by bylo třeba podrobněji prozkoumat historické souvislosti Bolzanových názorů.

Kolmanova kniha přibližuje nám dílo velikého myslitele. Činí tak s velkou znalostí Bolzanova díla, které rozebírá se všech hledisek. Proto je správné, že Státní nakladatelství politické literatury připravuje český překlad tohoto Kolmanova spisu.

Vladimír Ruml a *Otto Vejvoda*, Praha

*

М. Я. Громов: **Начертательная геометрия**, 1. díl, Moskva, 1951, str. 122, obr. 116. Vydal Všesvazový polytechnický institut pro dálkově studující.

Rozsahem nepříliš veliká knížka se zabývá pouze jednou promítací metodou, pravoúhlým promítáním na dvě k sobě kolmé průmětny. Podtitul j.ště blíže vymezuje obsah na užití pravoúhlého promítání k řešení základních stereometrických úloh o bodech, přímkách a rovinách. Probírá se tedy jen základní část obvyklého obsahu Mongeovy projekce, zato dost důkladně a systematicky. Přitom celkové pojetí není rozhodně tradiční, takže v každém případě je velmi užitečné se s ním seznámit a porovnat s běžnou metodikou výuky tohoto zobrazení.

V poměrně velmi krátkém úvodu (str. 5—17) je v první kapitole všeobecná zmínka o základních pojmech promítání, pak jsou vyloženy některé základní vlastnosti středového, rovnoběžného a pravoúhlého promítání a konečně je stručně uvedeno pravoúhlé promítání na dvě k sobě kolmé průmětny, při čemž je hned zdůrazněno, že je možno základnici vynechat. V dalším, až na celkem velmi řídké výjimky, se již základnice neužívá.

V druhé kapitole (str. 18—29) se autor zabývá zobrazováním bodu a přímky. Při zobrazování přímky, kterou zásadně určuje dvěma různými body, tedy v podstatě úsečkou, užívá místo souřadnic určujících bodů jen rozdílů stejnojmenných souřadnic těchto bodů. Tak na př. přímka rovnoběžná se základnicí x a od ní různá má rozdíl x-ových souřadnic různý od 0, kdežto rozdíly y-ových a z-ových souřadnic jsou nulové. Obdobně se charakterisují i jiné specielní polohy přímky k průmětnám. Přirozeně potom již se důsledně pracuje při hledání skutečné velikosti úsečky vždy bez základnice a užívá se tedy jen rozdílového trojúhelníka.

Třetí kapitola (str. 30—87) je věnována zobrazení roviny. Nejprve si autor všímá dvojice přímek; rovnoběžných a různoběžných užívá k určení roviny. Přitom zásadně neužívá základnice; výjimku činí jen v případech, kdy určující přímky jsou stopami roviny. Přímku a bod v rovině zobrazuje, jak je zvykem, užitím incidenčních vlastností. Ve zvláštním odstavci probírá promítací roviny a hledá jejich průsečíky s přímkou a průsečnice s obecně položenou rovinou. Po zavedení hlavních přímek přejde se hned k podmínkám kolmosti přímky k rovině. Stanovení skutečné velikosti rovinného obrazce se věnuje neobvykle veliká péče. Nejprve se probírají úlohy v promítací rovině; velikost rovinného obrazce se určuje a) sklápěním, b) otáčením. U obecně položené roviny se ukazuje nejprve užití třetí pomocné průmětny a teprve po vyložení pojmu otáčení kolem přímky postupně po podrobném rozboru se dospěje k obvyklým konstrukcím otáčení roviny kolem hlavní přímky do polohy rovnoběžné s příslušnou průmětnou.

Poslední, čtvrtá kapitola (str. 88—119) řeší řadu příkladů sestavených podle metod, jichž se užívá k jejich řešení. Jsou to především úlohy na základní principy zobrazení, úlohy při nichž se zavádí pomocná promítací rovina, úlohy na transformaci průměten a konečně úlohy řešené otáčením roviny.

Význačným znakem celkového pojetí knížky je shrnutí základních úloh o úsečce (odchylka od průměten, skutečná velikost úsečky) resp. o rovině (hlavní přímky, kolmost přímky a roviny, odchylka roviny od průměten, úlohy v rovině) do zvláštních odstavců nesoucích velmi neobvyklé názvy „analysa úsečky“ resp. „analysa úseku roviny“, které ukončují příslušné části výkladu o přímce resp. o rovině.

V knížce je užito celé řady ne právě obvyklých názvů, zavádějí se nové pojmy (na př. konické a cylindrické promítání) a zvláště velmi často je zvoleno označení, značně se odchylující od běžného označení. Mnohé nově zvolené označení a pojmenování je důsledkem původního pojetí výkladu; u některého snad přece jen tradiční označení se zdá vhodnější (na př. autor označuje skutečné velikosti úsečky čarou plnou přerušenou polokružnicí, kdežto v obvyklém označení se užívá čerchovaně vytažené čáry).

Učebnice ukazuje, že autor věnoval výběru látky a zejména jejímu uspořádání velikou péči; znamená nový přínos k metodice výuky deskriptivní geometrie. V rukou učitele, který by vhodně kombinoval výklad s příklady uvedenými v poslední části, byla by vhodným nástrojem k výkladům o základech deskriptivní geometrie.

Samostatně dálkově studující, jimž je učebnice doporučena jako pomůcka, budou však v učebnici rozhodně postrádat dostatečný počet názorných obrázků, které by jim lépe umožnily pochopit probíranou látku. S didaktického hlediska jistou obtíž bude pro ně znamenat také téměř důsledné vynechávání základnice. I když speciální volba základnice, případně její vynechání, nehraje při vlastním řešení úlohy v Mongeově projekci, jak je velmi správně zdůrazněno, žádnou podstatnou roli, studující odkázaný jen na vlastní studium nebude snadno spojovat uváděné řešení úlohy v Mongeově projekci bez základnice s řešením úlohy v prostoru. K tomu je třeba určité praxe a hlavně již dobře vycvičené prostorové představivosti.

Knížku, která je psána jasně, srozumitelně a velmi přístupnou formou, by měli dobře prostudovat všichni učitelé deskriptivní geometrie především proto, aby se seznámili s jejím pojetím zdůrazňujícím základní principy a metody, podávajícím řešení základních úloh a úplně potlačujícím procvičování látky na příkladech někdy celkem umělých a často značně obtížných, vyžadujících mnohdy velkého důvtipu při stereometrickém řešení, ale nevyžadujících přirozeně při řešení v Mongeově projekci nic jiného než právě aplikaci základních úloh.

A. Urban, Praha

*

М. Я. Громов: **Начертательная геометрия**, 2. díl, Moskva, 1954, str. 280, obr. 232. Vydal Všesvazový polytechnický institut pro dálkově studující.

Už podtitul „Rovinné křivky, prostorové křivky, plochy", obsahující názvy jednotlivých oddílů, ukazuje celkové zaměření druhého dílu Gromovovy učebnice deskriptivní geometrie, vydané Všesvazovým polytechnickým ústavem dálkového studia. V porovnání s prvním dílem je rozsah více než dvojnásobný. Poměrem rozsahů obou dílů autor plným právem zdůrazňuje důležitost znalosti základních vlastností křivek a ploch. Na druhé straně je ovšem třeba uvést, že dosti rozsáhlá část látky vykládaná autorem teprve v rámci nauky o křivkách a plochách se v běžných učebnicích deskriptivní geometrie probírá obvykle již průběhem výkladů o zobrazovacích metodách, případně ve speciálních partiích (v kinematické geometrii).

Autor přistoupil s naprosto nového hlediska k bohatému materiálu úloh deskriptivní geometrie. Jestliže již v prvním díle své učebnice úspěšně uvedl v úsporně omezeném rozsahu své vlastní uspořádání základů Mongeovy projekce, pak v druhém díle přímo radikálně změnil obvyklou metodiku, jejímž charakteristickým rysem je, že věty diferenciální geometrie křivek a ploch se prostě aplikují ve sledu obvyklém v diferenciální geometrii na technicky nejdůležitější křivky a plochy. U křivek velmi obratným způsobem užil jejich přirozených souřadnic, u ploch vyšel z jejich kinematického vytvoření.

Prvý oddíl (str. 7—72), věnovaný rovinným křivkám, je rozdělen na tři kapitoly.

V první kapitole se probírají základní vlastnosti křivek. Po zavedení pojmu sečny, polotečny, hladké křivky v bodě, hladké křivky a její tečny přechází k přirozeným souřadnicím bodu hladké křivky. Jsou-li O a X pevný a proměnný bod dané hladké křivky, t_0 a t_x tečny křivky v těchto bodech, pak přirozenými souřadnicemi bodu X rozumí autor jednak délku oblouku OX křivky, jednak úhel tečen t_0, t_x (pro který se u nás užívá názvu kontingenční úhel).

Při vyšetřování křivek pak autor užívá zobrazení dané křivky na křivku, jejíž pravoúhlé souřadnice jsou rovny přirozeným souřadnicím křivky (x-ová souřadnice je rovna oblouku OX, y-ová souřadnice příslušnému kontingenčnímu úhlu). Přitom se autor omezuje jen na t. zv. prosté křivky; rozumí tím křivky, pro něž kontingenční úhel je ryze monotonní funkcí oblouku.

Základní myšlenka užití přirozených souřadnic křivky se ukazuje jednak na kružnici a jejím obraze, kterým je úsečka (ležící v 1. kvadrantu) s jedním krajním bodem v počátku, jednak na oválech složených zk ružnic. Užitím přirozených souřadnic dospívá autor k pojmům křivosti křivky v bodě, oskulační kružnice, poloměru a středu křivosti, evoluty a evolventy a vyšetřuje styk křivek.

V druhé kapitole jsou pod souhrnným názvem transformace křivek uvedeny některé konstrukce resp. zobrazení, jež umožňují z daných křivek sestrojit nové křivky. Tak je tu uvedena konstrukce přímých konchoid (Nicomédovy konchoidy, Pascalových závitnic), inverse, konformní zobrazení a osová afinita. Na to velice stručně navazuje rovnoběžné promítání kuželoseček.

Třetí kapitola zavádí pojem kinematických křivek; autor tím rozumí jak trajektorie bodu při pohybu nepromněnné rovinné soustavy, tak i obálky pohybujících se nepromněnných křivek. Základní pojmy a věty kinematiky nepromněnné rovinné soustavy jsou uvedeny jen ve velmi stručném přehledu, naznačuje se základní myšlenka konstrukce středu křivosti kotálnice, užije se jí k odvození Euler-Savariho konstrukce a sestrojují se de la Hireovy kružnice.

Druhý oddíl o prostorových křivkách je poměrně krátký (str. 73—99). V první kapitole po zavedení základních pojmů tečny, oskulační roviny a průvodního trojhranu prostorové křivky probírá autor hned rozvinutelnou plochu svázanou s prostorovou křivkou. To mu umožňuje geometricky názorné zavedení dvou důležitých pohybů nepromněnné prostorové soustavy, nazývá je rotativní a spiroidální (kinematicky jsou charakterisovány tím, že axoidy pohybu jsou rozvinutelné plochy, okamžitý pohyb axoidů v prvém případě je rotační, ve druhém šroubový).

Křivost a torse se definuje užitím sférických indikatrix tečen a binormál, při čemž se podobně jako v případě rovinných křivek užívá přirozených souřadnic křivky: délky oblouku, kontingenčního úhlu (tečen) a úhlu torse (t. j. úhlu binormál). Prostorová křivka se zobrazuje do dvojice rovinných křivek. Jedna znázorňuje (v pravoúhlých souřadnicích) kontingenční úhel jako funkci oblouku, druhá úhel torse jako funkci oblouku. Nalezené výsledky jsou v druhé kapitole aplikovány na šroubovici a rozvinutelnou šroubovou plochu. Šroubovice je definována jako prostorová křivka, jejíž obrazy tvoří v uvedeném zobrazení dvojici přímek procházejících počátkem souřadnic.

Největší, třetí oddíl učebnice (str. 100—275) zabírá teorie ploch.

V první kapitole je zaveden pojem kinematické plochy; rozumí se tím plocha vznikající pohybem křivky (jež není trajektorií pohybu) nebo obalová plocha pohybující se plochy. Autor se omezuje jen na základní pohyby a tedy také jen na základní typy ploch (za předpokladu, že pohybující se křivka je nepromněnná): translační, rotační a šroubové.

V druhé kapitole se probírají paralelně vedle sebe všechny tyto plochy a postupně se řeší některé nejjednodušší úlohy.

Třetí kapitola je věnována zmíněným základním úlohám na speciálních lineárních a cyklických plochách uvedených typů (rotační válcové a kuželové ploše, rotačním jednodílném hyperboloidu, zborcené přímkové šroubové ploše, kulové ploše, anuloidu a serpentině).

Čtvrtá kapitola pojednává o tečné rovině, o její konstrukci na kinematických plochách základního typu a o jejím užití k řešení některých úloh, zejména k nalezení bodu obrysu rotačních ploch a vývrtkové plochy.

Pátá kapitola probírá některé další třídy kinematických ploch. Autor je nazývá rotativními resp. spiroidálními podle toho zda vznikají rotativním resp. spiroidálním pohybem. Ukazuje se, že každá rozvinutelná plocha je rotativní. Této vlastnosti se užívá k výkladu o rozvinutí rozvinutelných ploch. Konstrukce rozvinutí se ovšem opírají o známou definici rozvinutí. Ke spiroidálním plochám náleží přímé konoidy (je probírána pravoúhlá uzavřená šroubová plocha, hyperbolický paraboloid, Plückerův konoid, obecný přímý konoid a jejich užití) a přímkové plochy, které autor nazývá plochami s řídicí rovinou (přímky plochy svírají s ní konstantní úhel), jež jsou současně také rotativními plochami. Závěrem kapitoly jsou probrány některé další speciální typy přímkových ploch (cylindroid, konoid a hyperbolický paraboloid) a obecné vytvoření přímkové plochy užitím tří řídicích křivek.

Rozsáhlá šestá kapitola je cele věnována průniku ploch. Po základní úvaze o vyhledání společných bodů křivky a plochy vyšetřují se systematicky od nejjednodušších případů metody řešení průniku speciálních typů ploch.

Podobně jako první díl Gromovovy učebnice deskriptivní geometrie přináší i druhý díl řadu podnětů k metodice výuky deskriptivní geometrie. Nejpodstatnější z nich jsou zavedení a konstruktivní využití přirozených souřadnic rovinné a prostorové křivky a důsledné řešení úloh o plochách na základě jejich kinematického vytvoření. Už tímto pojetím se liší podstatně od jiných učebnic základů deskriptivní geometrie. Koncepce učebnice si vyžádala ovšem také dosti hluboké zásahy do obvyklého uspořádání látky. Některé partie o křivkách a plochách, které se celkem tradičně připojují přímo k výkladům o zobrazení, jsou zařazeny do širšího celku geometrie křivek o ploch; tím ovšem ustupují poněkud do pozadí kuželosečky, řezy kulové, rotační válcové a kuželové plochy rovinou, průniky hranolových a jehlanových ploch. Na druhé straně opět vystupují do popředí kinematické metody, jejichž důležitost se obecně uznává, ale kterým bývá věnována celkem poměrně malá pozornost; v Gromovově učebnici se stávají jednotícím principem. Tím se deskriptivní geometrie dostává do užšího kontaktu s aplikacemi v technických disciplinách. Vyvstává tu ovšem nový problém, problém hlubšího spojení s analysou. Již kinematika neproměnné rovinné soustavy vyžaduje konstrukci nejen bodů trajektorií, ale i jejich tečen a oskulačních kružnic. S hlediska analysy je tedy třeba užít derivací a jít až do druhého řádu. Autor si je toho dobře vědom a alespoň naznačuje, jak lze analyticky odvodit geometricky názorné výsledky o pohybu neproměnné soustavy v rovině, o kotálení hybné poloidy po pevné poloidě, o konstrukcích středů křivosti. V teorii ploch je situace složitější. Vynecháme-li základní pohyby neproměnné soustavy v prostoru (translaci, rotaci a šroubování), je poměrně dost obtížné popsat jiné pohyby v prostoru jen geometricky názorným výkladem. V učebnici se autor omezil jen na jednoduché případy, kdy oba axoidy pohybu jsou rozvinutelnými plochami (rotativní a spiroidální pohyb; případ, kdy axoidy jsou zborcené plochy, byl vynechán); pracoval přitom s nekonečně blízkými elementy bez analytického doprovodu. I když výklad je velmi instruktivní, geometricky dost názorný, není dobře možno, aby tato cesta dala čtenáři v celém rozsahu jasný obraz kotálení hybného axoidu po pevném axoidu jednou beze smyku (rotativní pohyb), podruhé se smykem (spiroidální pohyb).

Kinematické pojetí výkladu theorie ploch ovšem není úplně nové. Obvykle se však omezuje jen na translační, rotační a šroubové plochy. Hlavní autorovou zásluhou je, že touto metodou pracoval systematicky (tak na př. úlohy na translačních, rotačních a šroubových plochách řešil paralelně vedle sebe) a že vtipně rozvinul základní myšlenku i na partie z teorie ploch, které se obvykle zpracovávají jinými cestami (přímkové plochy).

A. Urban, Praha

*

Stanisław Gołąb, **Rachunek tensorowy.** Państwowe wydawnictwo naukove, Warszawa, 1956, (Biblioteka matematyczna, Tom 11), náklad 3000, 1. vydání, str. 312, obr. 6, cena váz. zł 30,70.

Kniha je rozdělena do tří částí: V první části (kapitola I—IV) se pojednává o tensorové algebře a zavádějí se potřebné pojmy a operace; ve druhé části (kapitola V—IX), o tensorové analyse, je již použito výsledků první části a v třetí části (kapitola X) se aplikuje tensorový počet v geometrii.

V kap. I jsou základem úvah *analytické prostory* konečné dimense, v nichž lze zavést v každém bodě lokální souřadnicový systém a přechod z jednoho systému k druhému lze získat pomocí vzájemně jednoznačných a spojitých transformací. Tyto transformace tvoří množinu, která musí mít vlastnosti pseudogrupy. Transformační rovnice lze považovat buď za vztah mezi dvěma různými bodovými prostory nebo za vztah mezi souřadnicemi téhož prostoru v různých souřadnicových systémech. Druhý způsob výkladu je použit v této knize. Bodový prostor nazývá se v okolí bodu lokálním prostorem G_r, jsou-li přípustné transformace třídy C_r, což značí, že funkce v transformačních rovnicích mají spojité parciální derivace řádu r včetně. Jako podgrupa grupy G_1 je nejdříve uvedena afinní grupa G_a (příslušná k prostoru E_n) a dále její podgrupy se svými vlastnostmi a z nich zvlášť metrická grupa G_m (příslušná prostoru R_n). V afinním prostoru jsou pak definovány lineární prostory dimense $p < n$. Velmi důležité je označení souřadnic bodů téhož systému a označení souřadnic týchž bodů po transformaci. Poněvadž počet (zautomatisovaný a zeschematisovaný tak, že je téměř vyloučena možnost početních omylů) je vlastně záležitostí indexů, jsou indexy podle své funkce rozlišeny na pevné a běžné, živé a neživé, volné a vázané. Nakonec jsou uvedeny vztahy mezi koeficienty transformace třídy C_1.

V kap. II (*geometrické objekty*) je definován vázaný vektor (kontravariantní) v daném bodě jako přiřazení n čísel v^λ (souřadnic) v souřadnicovém systému (λ), které se určitým, předem daným způsobem transformují. Pro takové vektory lze zavést různé operace, nelze však porovnat vektory vázané v různých bodech. Vektor je geometrickým objektem o n souřadnicích. Obecně objekt ω je geometrickým objektem, když jeho souřadnice v systému (λ') lze získat z jeho souřadnic v systému (λ) pomocí dané transformace $T(\lambda \to \lambda')$. Třídou objektu se rozumí řád parciální derivace užité transformace T při vyjádření jeho nových souřadnic. Je-li objekt definován v každém bodě oblasti, pak je v ní dáno pole objektů. Tak derivacemi skalárního pole třídy C_1 dostaneme souřadnice kovariantního vektoru, který geometricky určuje dvojici rovnoběžných nadrovin a jeho souřadnice jsou převrácené velikosti úseků vyťatých nadrovinami na osách. Kontravariantní vektor vyjadřuje geometricky dvojici bodů. Incidence kontravariantního vektoru v^λ a kovariantního vektoru u_λ je dána skalárem $\sigma = u_\lambda v^\lambda$. Pro vektory (obou druhů) se buduje algebra (sčítání, násobení reálným číslem, odčítání, nulový vektor, zákony komutativní, asociativní a distributivní, násobení nulového vektoru skalárem, násobení vektoru nulou a t. zv. nasunutí $\sigma = u_\lambda v^\lambda$). Pro další úvahy se zavádí pojem lineární závislosti a nezávislosti vektorů, z nichž zvlášť důležité jsou základní vektory $\underset{\mu}{e}{}^\lambda$. K systému n lineárně nezávislých vektorů $\overset{\nu}{v}{}^\lambda$ $(\underset{\mu}{v}_\lambda)$ existuje inversní systém lineárně nezávislých vektorů $\overset{\nu}{\bar{v}}{}^\lambda$ $(\underset{\mu}{\bar{v}}_\lambda)$. Kapitola končí definicí lineární kombinace systému vektorů a vyjádřením libovolného vektoru jako lineární kombinací n lineárně nezávislých vektorů.

V kap. III (*afinory*) je nejdříve podána definice afinoru vzniklého násobením dvou vektorů, která je pak zobecněna na afinory valence (p, q), t. j. p-krát kontravariantní a q-krát kovariantní. Speciálně jsou vyloženy vlastnosti jednotkového afinoru (smíšeného) $\overset{\nu}{e}{}^\lambda \underset{\nu}{e}_\mu = A^\lambda_\mu$. Pak jsou postupně probrány algebraické operace s afinory: násobení afinoru reálným číslem, sčítání afinorů (téže valence) a součin afinorů, který je závislý na pořadí činitelů. Pro další použití je vsunut pojem lineární závislosti afinorů téže valence a uveden maximální počet afinorů dané valence lineárně nezávislých. Po těchto operacích je definováno úžení afinorů [z afinoru valence (p, q) se získá afinor valence $(p - 1, q - 1)$] a nasunutí afinorů, které je složenou operací z násobení a úžení [z afinorů valence (p, q) a (r, s) vznikne afinor valence $(p + r - 1, q + s - 1)$]. Obě operace lze případně provést i vícekrát po sobě. K provedení symetrisování příp. alternování je třeba pojmu isomeru daného afinoru, který je afinorem téže valence. Aritmetický průměr všech isomerů (pro daný počet týchž indexů) je symetrickým afinorem vzhledem ke zvoleným indexům. Tato operace provedená na všechny indexy afinoru valence $(p, 0)$ příp. $(0, q)$ dá tensor (jímž je afinor mající pouze jeden druh indexů symetrický ke všem indexům). Symetrisace je tedy opět operace složená z isomerace, sčítání a násobení číslem. Při alternaci jsou jednotlivé isomery opatřeny znaménkem podle toho, je-li permutace zvolených indexů sudá nebo lichá. Operace provedená na všechny indexy afinoru (o jednom druhu indexů) dá t. zv. p-vektor. Speciální případ jsou jednoduché p-vektory, které vzniknou součinem p vektorů a provedením alternace. Geometricky n-vektor dává míru objemu nadrovnoběžnostěnu a n lineárně nezávislých vektorů definuje v prostoru E_n orientaci. Z transformačního zákona pro souřadnici n-vektoru je zobecněním odvozen pojem hustoty váhy r. Podle znaménka transformačního koeficientu jsou rozlišeny Δ-hustoty, W-hustoty (Weylovy) a G-hustoty, pro něž je podána algebra a jejichž zobecněním jsou afinorové hustoty, vzniklé násobením afinoru a hustoty. Pro tyto veličiny platí tytéž operace jako pro afinory. Potom následují postačující podmínky pro to, aby geometrický objekt byl afinorem (afinorovou hustotou). Důležitou částí této kapitoly je určení základního tensoru $g_{\lambda\mu}$, stanovení inversního tensoru $g^{\lambda\nu}$, operace zvyšování a snižování indexů afinoru (afinorové hustoty), definice délky vektoru, skalární součin dvou vektorů (vázaných v témž bodě) a jejich úhel (z čehož plyne podmínka kolmosti dvou vektorů). Jako další příklad užití základního tensoru je zaveden versor vektoru v, který je jednotkový a závislý na daném vektoru. V centricky afinní grupě je geometrickým obrazem tensoru $g_{\lambda\mu}$ nadkvadrika $g_{\lambda\mu}\xi^\lambda\xi^\mu = 1$. Je-li pak v prostoru X_n dáno úplné pole tensorů $g_{\lambda\mu}$, dostáváme Riemannův prostor V_n. Pomocí hustoty váhy $+2$ (dané determinantem ze souřadnic tensoru) lze zavést objemovou míru. Tensor $g_{\lambda\mu}$ umožňuje zavést dva zvláštní n-vektory (Ricciovy), pomocí nichž lze k p-vektoru kontravariantnímu (kovariantnímu) přiřadit $(n - p)$-vektor kovariantní (kontravariantní). Ricciovy vektory umožňují také přiřadit $(n - 1)$-vektoru za pomoci základního tensoru nový vektor zvaný vektorovým součinem, jehož základní vlastnosti jsou uvedeny. Tensor $g_{\lambda\mu}$ je pak uveden na kanonický tvar, přičemž základní vektory tvoří orthonormální systém. Po zmínce o vlastní hodnotě afinoru a vlastním vektoru je dokázána existence orthonormálního systému (získaného užitím versorů) pro každý tensor T a ukázáno, že v tomto systému všechny souřadnice tensoru o různých indexech jsou nulové.

Kap. IV doplňuje zavedenou *afinorovou algebru*. Po zjednodušeních pro pravoúhlý kartézský systém eukleidovského prostoru je afinor definován jiným způsobem pomocí vektorového zobrazování funkcemi o daných vlastnostech. Diady ($2n$ konstantních vektorů) umožňují provést zobrazení vektorově-vektorové. Při hledání systému souřadnic (K), v němž n daných lineárních nezávislých vektorů by bylo základními vektory, se zjistí, že nalezené podmínky integrability nejsou obecně splněny a daný systém je anholonomní. V těchto systémech je definován objekt anholonomnosti Ω_{IJ}^{K} antisymetrický vzhledem k dolním indexům, který je geometrickým objektem druhé třídy. Je-li dáno skalární pole σ třídy C_2, pak Hessián $\mathfrak{h} = |\sigma_{\lambda\mu}|$ (kde $\sigma_{\lambda\mu} = \partial_\lambda\partial_\mu\sigma$) není v grupě G_1 zvláštním geometrickým objektem, v grupě G_a je $\sigma_{\lambda\mu}$ tensorem a Hessián $\mathfrak{h}$ hustotou váhy -2. Pro $n = 2$ jsou dány ještě Penzovovy objekty ω, které v grupě rotací G_0 v eukleidovské rovině představují tangentu úhlu vektoru v s osou ξ^1. Po uvedení gradientu hustoty jsou uvažovány vztahy pro afinory (zvané rozdvojené), které jsou jistými indexy vázány s prostorem X_n a jinými s prostorem Y_m. Ze vztahů je zvlášť uveden průmět veličiny a incidence. Po vyšetření silových veličin (důležitých v mechanice) končí kapitola třemi příklady dvoubodových afinorových polí.

Druhá část: V kap. V (*rovnoběžný přenos*) je definována absolutní derivace se svými vlastnostmi. Při odvození absolutní derivace vektorového pole v E_n tak, aby vzniklo opět vektorové pole, je zaveden objekt rovnoběžného přenosu $\Gamma^{\lambda}_{\mu\nu}$, který je základem všech dalších úvah. Tento objekt je definován i pro anholonomní systémy. Objekty $\Gamma_{\mu} = \Gamma^{\lambda}_{\mu\lambda}$ a $\Lambda_{\nu} = \Gamma^{\lambda}_{\lambda\nu}$ získané úžením v objektu $\Gamma^{\lambda}_{\mu\nu}$ mají oba stejný transformační zákon. Souřadnice objektu $\Gamma^{\lambda}_{\mu\nu}$ lze rozdělit na součet symetrické a antisymetrické části: Symetrická část $\Gamma^{\lambda}_{(\mu\nu)}$ se transformuje stejně jako $\Gamma^{\lambda}_{\mu\nu}$ (nemá charakter afinoru), kdežto antisymetrická část $\Gamma^{\lambda}_{[\mu\nu]}$ je antisymetrický afinor vzhledem k dolním indexům. Prostor, v němž je dán objekt $\Gamma^{\lambda}_{\mu\nu}$ je označen L_n, prostor se symetrickým objektem Γ je označen A_n. Potom je uveden původní autorův způsob zavedení objektu rovnoběžného přenosu a ukázáno, jak je prováděn rovnoběžný přenos v Riemannově prostoru V_n. Lze-li podél křivky sestrojit pohyblivý geodetický systém, pak se v něm absolutní derivace pole libovolných veličin redukuje na obyčejnou derivaci. Je-li vektorové pole dáno v n-rozměrné oblasti nebo v celém prostoru, zavádí se kovariantní derivace $\nabla_{\mu} v^{\lambda}$, tvořící afinorové pole. Pomocí této derivace lze jednoduše vyjádřit absolutní derivace zavedených veličin. Zvlášť je ukázáno, že kovariantní (a tedy i absolutní) derivace pole jednotkových vektorů je rovna nule. V prostoru L_n jsou pak určeny geodetické křivky tak, že pole tečných vektorů má nulovou absolutní derivaci. Geodetiky jsou závislé jen na symetrické části objektu Γ a Weyl podal nutnou a postačující podmínku, kdy dva různé objekty Γ_1, Γ_2 určují jeden a týž systém geodetik. Pro křivky je odvozen afinní parametr, který pro geodetiky se nazývá přirozeným parametrem. Když v bodě je objekt rovnoběžného přenosu roven nule, nazývá se příslušný systém lokálně geodetickým.

Úvodem kap. VI (*tensory křivosti a torse*) je afinor křivosti $R^{\lambda}_{\varrho\mu\nu}$ antisymetrický vzhledem k prvním dvěma indexům. Řešením problému záměnnosti kovariantního derivování získají se souřadnice afinoru křivosti v anholonomním systému a výsledek, že obecně kovariantní derivace záměnná není. Odpověď je kladná jen v případě nulového afinoru křivosti. Při stanovení objektu Γ v anholonomních systémech byl učen objekt S^{K}_{MN} zvaný afinorem torse. Pro holonomní systémy se uvádí geometrická interpretace obou afinorů. Úžením se získají z afinoru $R^{\varrho}_{\lambda\mu\nu}$ dva afinory $V_{\lambda\mu} = R^{\nu}_{\lambda\mu\nu}$ a $R_{\lambda\mu} = R^{\nu}_{\nu\lambda\mu}$, kde $V_{\lambda\mu}$ je antisymetrický afinor a v případě, že $V_{\lambda\mu} = 0$ v celém prostoru, pak $\Gamma^{\nu}_{\lambda\mu}$ je objektem zachovávajícím objem. Podle Bompianiho je uvedeno zobecnění geometrické interpretace afinoru $R_{\lambda\mu}$.

V kap. VII (*metrika prostoru*) jsou zavedeny Christoffelovy symboly, které byly vybrány z objektů Γ za pomoci metrického tensoru $g_{\lambda\mu}$. Tyto symboly (druhého i prvního druhu) lze jednoduše odvodit z metrického tensoru $g_{\lambda\mu}$. Protože jsou Christoffelovy symboly symetrické vzhledem k dolním indexům, je afinor torse identicky nulový. Rovněž kovariantní derivace základního tensoru je v tomto případě identicky nulová, proto je-li kovariantní derivace tensoru $g_{\lambda\mu}$ vyjádřená pomocí objektu Γ rovna nule, je objekt Γ symetrický a jsou to právě Christoffelovy symboly. Jejich další užití je při určení délky vektorů a úhlů mezi nimi. Problém volby $g_{\lambda\mu}$ pro $\Gamma^{\lambda}_{\mu\nu}$ vede na řešení systému homogenních rovnic. Po uvedení vztahů mezi souřadnicemi afinoru křivosti je odvozena zobecněná identita Bianchiho, jejímž speciálním tvarem je Einsteinova rovnice obecné relativity v prostoru.

Kap. VIII (*některé speciální prostory*) uvádí vlastnosti prostorů Weylových (při rovnoběžném přenosu vektorů podél křivky jsou zachovány úhly a poměry délek vektorů), prostory afinně eukleidovské (systém n lineárně nezávislých vektorů určuje objekt rovnoběžného přenosu zvaný teleparalelismem, nezávislým na dráze) a prostory metricko-eukleidovské (afinor křivosti je roven nule). Při positivně definitním metrickém tensoru lze zavést polární souřadnice a stanovit vztahy mezi novými a původními souřadnicemi.

V kap. IX (*diferenciální operátory a integrální věty*) jsou zobecněny z prostoru R_3 známé pojmy gradientu skalárního pole, rotace p-vektoru (zvyšující valenci veličiny, na niž byl operátor použit) a divergence (snižující valenci veličiny). K vyslovení důležitých integrálních vět byl pomocně zaveden orientovaný vícenásobný integrál, za jehož použití je vyslovena zobecněná věta Gauss-Stokesova, která pro $n = 2$ přechází ve větu Greenovu a pro $n = 3$ a eukleidovské prostory dává vzorec Gauss-Ostrogradského.

V poslední kap. X (*užití tensorového počtu v geometrii*) jsou určeny řešením variačního problému křivky, mající v prostoru V_n s tensorem $g_{\lambda\mu}$ mezi dvěma danými body minimální délku. Podmínka ukazuje, že křivky jsou geodetickými čarami. Při řešení problémů geometrie prostorů Y_m vnořených do X_n užívá se rozdvojených afinorů, určují se souřadnice rovnoběžného přenosu, pomocí nichž je dána kovariantní derivace, dále afinor křivosti vnořeného prostoru a průmět $'g_{ab}$ metrického tensoru do Y_m. Metrika v Y_m indukovaná $'g_{ab}$ je totožná s metrikou indukovanou tensorem $g_{\lambda\mu}$. Pro prostor V_{n-1} vnořený do V_n je sestrojen symetrický afinor h_{ab} zvaný druhý základní tensor prostoru V_{n-1}. Po uvedení pojmu geodetického prostoru je pro křivku V_1 na nadploše V_{n-1} stanoven vektor křivosti křivky v bodě (rovný nule v bodech geodetické křivky). Jeho průmět do V_{n-1} je t. zv. relativní vektor křivosti a jejich rozdíl zvaný vynucený vektor křivosti souvisí s normální křivostí křivky na nadploše. Anulování relativního vektoru křivosti je nutná a postačující podmínka pro to, aby křivka byla v prostoru V_{n-1} geodetikou. Pro vektor křivosti a vynucený vektor křivosti platí zobecněná věta Meusnierova. V přehledu jsou uvedeny asymptotické křivky, kulové body, sdružené směry a křivoznačné čáry. Potom jsou zobecněny Gaussovy a Mainardi-Codazziho rovnice a sestrojen skalár R vzniklý z afinoru křivosti užitím metrického tensoru, pomocí něhož je dána skalární křivost prostoru V_n (pro $n = 2$ t. zv. Gaussova křivost). Obšírněji je pojednáno o prvním a druhém diferenciálním operátoru Beltramiho a jejich použití. Závěr knihy tvoří odvození zobecněných Frenetových vzorců pro danou křivku, ve kterých vyskytující se skaláry jsou křivostmi této křivky. Tyto křivosti obráceně určují křivku jednoznačně a rovnice vyjadřující závislost křivostí na oblouku jsou známé přirozené rovnice křivky.

Tuto knihu může číst každý náš čtenář, který je seznámen se základy vektorového a tensorového počtu v eukleidovském trojrozměrném prostoru. Není třeba používat příliš slovníku, protože po naučení se poměrně málo hlavním slovíčkům je z textu a prováděných výpočtů zřejmo, oč vlastně jde. Při tisku a korekturách nebylo postihnuto několik drobných chyb (týkajících se indexů), které však jsou ihned patrné, takže smysl není rušen. Je snad škoda, že do knihy nebylo pojato užití tensorového počtu v mechanice a hydromechanice, a to tím spíše, že tyto kapitoly byly již napsány. Rozsah knihy by tím jistě nevzrostl a bylo by znovu ukázáno, že tak výhodný početní aparát, kterým beze sporu tensorový počet je, není určen jenom matematikům, ale je užitečný v jiných více či méně theoretických vědních oborech (fysika, astronomie, theoretická chemie) i v oborech praktických a technických (mechanika, geologie).

Karel Drábek, Praha

*

E. W. Beth: **Les fondements logiques des mathématiques.** Collection de Logique Mathématique, Série A. Svazek 1, 2. vyd. 1955, str. XV + 241. Paris, Gauthier-Villars; Louvain, E. Nauwelaerts.

Jak autor praví v předmluvě, je kniha určena čtenáři, který není specialistou v matematické logice, který však (jako obvykle) má „jistou kulturu filosofického a matematického myšlení". Je míněna jako úvod do moderní matematické logiky a chce seznámit na základě konkretního matematického materiálu (převážně aritmetiky, zčásti též theorie množin) s hlavními současnými tendencemi v oblasti t. zv. základů matematiky. Řekněme hned, že a) je to kniha významná, b) vyžaduje mnohem více samostatné čtenářovy práce, než bývá u „úvodů“ obvyklé; je spíše přehledem než úvodem, c) její četba bude podnětná i pro odborníka.

S výjimkou theorie rekursivních funkcí zde najdeme vyloženu většinu method a výsledků, které tvoří základ současné matematické logiky. Vhodným uspořádáním látky se autorovi podařilo spojit genetickou methodu výkladu (postupné zvětšování přesnosti) s maximální stručností. Výstižná motivace mu dovoluje uvést čtenáře velmi rychle přímo do středu problematiky. Význačným rysem knihy je autorova schopnost soustředit se na podstatu problému. Hlavní myšlenka není nikde zastíněna technickými detaily, i když se jim autor, pokud se mu zdají podstatné, nevyhýbá (na př. v souvislosti s aritmetisací popisuje úplně i axiomatisaci syntaxe výrokového počtu). Snaha o stručnost, při tom ale též o maximální šíři pohledu na vzájemné souvislosti jednotlivých vět a method, vede ovšem k tomu, že text má na mnoha místech charakter článku z encyklopedie: Autor referuje o množství dalších výsledků (nezřídka z prací u nás těžko dostupných) a doprovází je vlastními, mnohdy i pro odborníka cennými poznámkami (některé formulace jsou ovšem tak stručné, že nejsou víc než ne zcela jasným náznakem).

Úroveň výkladu je vcelku vysoká, přesto však několik okolností může při četbě působit rušivě. Uveďme alespoň:

a) Do cvičení na konci knihy je ze základního textu přesunuto provedení příliš mnoha konkretních detailů. (Na př. prakticky celá technika odvozování formulí výrokového a predikátového počtu.)

b) Výklad je na mnoha místech veden v poněkud příliš „velkém stylu“. Celá řada i když nepříjemných, přece jen nutných formálních detailů se přejde mlčením, resp. se jen naznačí. (Přehlednosti systému predikátového počtu též nepřidá ta okolnost, že autor vzhledem ke své definici formule musí k odvozovacím pravidlům připojit klausuli „je-li výsledný výraz formulí“.)

c) Genetická methoda výkladu se přece jen poněkud nepříjemně projevuje v tom, že teprve v kapitole o syntaxi se čtenář dozví, jak se vlastně má dívat na symboly predikátového počtu, vyloženého dříve. Kromě toho autor nikde neužívá typografických prostředků k odlišení metamatematických, syntaktických proměnných.

d) Protože autor nevykládá theorii rekursivních funkcí, musí se u důkazů dvou hlavních Gödelových vět o aritmetice spokojit s tím, že technické detaily vynechá. Pociťuje to sám jako nedostatek, čtenář však dvojnásob.

e) Predikátový počet 2. stupně je subtilní záležitost. Je proto poněkud na závadu, že ho autor užívá v diskusi theorie modelů, opíraje se pouze o jeho nejdůležitější rysy, aniž odpovídající systém podrobně popsal.

f) Vzhledem k tomu, jak podrobně se autor zabývá intuicionistickou matematikou, je s podivem, že ani ve cvičení neuvádí formální systém intuicionistické logiky.

g) Některé odkazy na výsledky jsou v textu opatřeny pouze jménem příslušného autora a rokem vydání práce. Citace práce chybí.

Všimněme si podrobněji obsahu (vzhledem k již zmíněnému referativnímu charakteru mnohých paragrafů knihy je nutno omezit se jen na nejdůležitější):

Kniha se skládá ze šesti „knih“, z nichž některé se dělí na kapitoly. Na konci knihy jsou připojeny příklady a 11 stran bibliografie.

Úvodní krátká kniha I je věnována všeobecným otázkám filosofického rázu: Aristotelovu pojetí deduktivní vědy, jeho vlivu na další vývoj a vztahu mezi matematikou a tradiční filosofií. Výklad je velmi kusý. V dalších knihách II—V se autor explicitně specificky filosofických problémů téměř nedotýká.

Kniha II je věnována především diskusi principu důkazu a definice úplnou indukcí. Autor ukazuje podrobně jak lze tento princip ospravedlnit resp. dokázat uvnitř Dedekindovy theorie přirozených čísel. Dokazuje kategoričnost systému Dedekindových axiomů (ovšem v rámci naivní theorie množin), zdůrazňuje však, že Dedekindova theorie nezaručuje existenci modelu, který by splňoval její axiomy.

Kniha III obsahuje jednak theorii predikátového počtu, jednak rozsáhlý výklad hlavních výsledků methodologie formalisovaných deduktivních systémů (zde je třeba spatřovat první vrchol knihy).

V kap. 1 je popsán axiomatický systém elementární logiky, t. j. predikátového počtu prvního stupně (o výrokovém počtu je zmínka pouze v poznámce, je mu však věnováno značné místo ve cvičeních na konci knihy). Dále je předběžně naznačeno užití elementární logiky při formalisaci deduktivních theorií.

Kap. 2 je věnována „theorii důkazu", t. j. metamatematické theorii formálních deduktivních systémů. Autor nejprve vykládá Hilbertův program. Z dalšího uveďme: redukce formulí predikátového počtu v oborech konečného řádu, definice deduktivní theorie formalisované pomocí elementární logiky, pojem syntakticky úplné theorie (v autorově terminologii *saturé*), problém rozhodnutelnosti, věta o dedukci (autor zdůrazňuje její přijatelnost s intuicionistického hlediska). Zbytek kapitoly je věnován aplikacím. Zde ovšem autor porušuje zásadu používání pouze finitních prostředků (a to vědomě), neboť pracuje s pojmem modelu (v naivně množinovém smyslu) a formule pravdivé při určité interpretaci. Protože k důležitému thematu první aplikace se autor ještě vrací dále v kapitole o sémantice, bude na místě stručně naznačit, oč jde:

Na základě atomů typu $m = n$, $m < n$, $x + m = y + n$, $x + m < y + n$, kde m, n resp. x, y jsou symboly pro číslovky 1, 2, 3, ... resp. pro proměnné $x_1, x_2, \ldots$, je induktivně vytvořena pomocí prostředků elementární logiky jistá třída formulí N. Interpretujme číslovky 1, 2, 3, ... jakožto odpovídající přirozená čísla, proměnné $x_1, x_2, \ldots$ jakožto proměnné, probíhající množinu celých čísel. Pomocí methody sématického vyhodnocení (vyložené dále v kap. 4), lze přesně definovat, které z uvedených formulí z N jsou při této interpretaci pravdivé. (Ukáže se pak, že třída $M \subseteq N$ pravdivých formulí je deduktivně uzavřená.) Na základě popsané interpretace je pak možno pomocí známé methody eliminace kvantifikátorů rozřešit problém rozhodnutelnosti, t. j. popsat methodu, jak o dané formuli z N rozhodnout, zda patří do M. Jednotlivé kroky tohoto procesu lze speciálně u formule z M pokládat za její „důkaz". To vede k možnosti množinu M konečným způsobem axiomatisovat. Příslušný axiomatický systém A, který autor uvádí, neobsahuje axiom (schema) úplné indukce (ve formě pro celá čísla), lze ho však dokázat, neboť v oboru celých čísel je každá formule, představující konkretní jeho případ, pravdivou větou, tedy patří do M; ale každou větu z M lze v A dokázat. Je tedy nasnadě očekávat, že možnost dokázat axiom úplné indukce zaručí (podobně jako u Dedekindovy theorie) kategoričnost systému A (jenž, jak se může zdát, popisuje jednoznačně strukturu celých čísel). Autor však jednoduše ukazuje, že tomu tak není: existují neisomorfní modely systému A. Důvod tohoto faktu spočívá do jisté míry v nedostatečnosti výrazových prostředků systému A. Neexistuje v něm na př. formule, kterou by při interpretaci v oboru celých čísel splňovala právě lichá čísla. — Jako druhou aplikaci řeší autor problém rozhodnutelnosti pro theorii reflexivní, symetrické a transitivní relace.

Kap. 3 má název „Syntaxe". Je popsána axiomatisace a aritmetisace syntaxe formalisované deduktivní theorie. Dále je naznačen důkaz obou hlavních Gödelových vět o aritmetice: o existenci nerozhodnutelných vět a o nemožnosti formalisace důkazu bezespornosti aritmetiky uvnitř jí samé. Nicméně autorem uvedený (ovšem vědomě neúplný) důkaz se dost dobře nehodí do kapitoly o syntaxi, neboť jeden z předpokladů, který autor na příslušný formální systém klade, je formulován tak, že žádná dokazatelná věta systému nepředstavuje formalisaci intuitivně nesprávné aritmetické věty. Jde tedy spíš o sémantickou versi důkazu (srov. na př. úvod v Mostowského knize „Sentences undecidable in formalized arithmetics"). V souvislosti s Gödelovými větami provádí autor diskusi finitistického stanoviska a vyslovuje přesvědčení, že v oblasti důkazů bezespornosti je třeba hledat nové methody, jimž lze rozumně důvěřovat, i když nejsou finitní v původním Hilbertově slova smyslu. Zmiňuje se o Gentzenově důkazu bezespornosti aritmetiky.

Kap. 4 je věnována sémantice, t. j. theorii obsahové interpretace formulí deduktivní theorie. Je zaveden Tarského pojem vyhodnocení a splnitelnosti a pojem normálního modelu jakožto modelu, u něhož základním oborem je množina intuitivních přirozených čísel. Autor pak převádí Gödelovu větu o úplnosti predikátového počtu, Löwenheim-Skolemovu větu o existenci spočetných modelů a řadu dalších příbuzných vět na tuto základní větu:

Aby třída D formulí predikátového počtu měla normální model, k tomu je nutné a stačí, aby třída $K(D)$ (t. j. zhruba řečeno třída všech formulí, které lze odvodit z axiomů predikátového počtu a z formulí z D) *byla syntakticky bezesporná, t. j. neobsahovala všechny formule vůbec.*

Pro tuto větu podává podrobný důkaz, užívající elementárních topologických prostředků. Sem též zařazuje Herbrandovu větu jakožto finitní versi Gödelovy věty. Zvláštní paragraf je věnován predikátovému počtu s identitou, pro který je rovněž mimo jiné dokázána úplnost. Z dalšího obsahu kapitoly uveďme ještě diskusi predikátového počtu 2. stupně. Je naznačeno, jak lze přechodem k této silnější logice vyloučit existenci nežádoucích neisomorfních modelů, na př. pro systém A z kap. 2. Autor zdůrazňuje přednost sémantické methody před syntaktickou v oblasti logiky vyššího stupně a velmi podrobně pojednává o tom, jak se projevuje změna situace s hlediska theorie modelů. (Podrobnější popis komplikované situace, která zde nastává, musíme bohužel nechat stranou.) V závěru kapitoly je naznačen důkaz Tarského věty o nemožnosti definovat sémantický pojem pravdivosti v rámci elementární logiky a jsou uvedeny poznámky o souvislosti sémantické methody s theorií množin, representací algeber a topologií. (Toto thema stojí dnes v popředí zájmu logiků a zčásti i matematiků.)

Kniha IV má název „Existence matematických objektů". Kap. 1 je věnována výkladu t. zv. logistiky, t. j. snahy vybudovat celou matematiku na čistě logických principech. Autor podrobně vykládá Fregeho postup při vybudování theorie přirozených čísel a srovnává ho s Dedekindovým. Hovoří dále o Russellově systému a o nejnovějších logistických tendencích. K logistice zaujímá kritické stanovisko.

Kap. 2 je věnována theorii množin. Jsou vyloženy základní pojmy naivní theorie množin. Pak je uveden Zermelův a Fraenkelův axiomatický systém. O systému v. Neumann-Bernays-Gödelově je pouze zmínka. (Quineův systém a theorie typů jsou podrobněji diskutovány až v knize V.) Autor poznamenává, že axiomatickou theorii množin nelze vybudovat pouze na základě pojmů logiky: Nelze se obejít bez principů specificky matematických.

Kap. 3 se zabývá intuicionismem. Zde je druhý vrchol knihy. Autor, sám neintuicionista, podává tu jeden z nejlepších kritických výkladů výsledků Brouwerovy školy. Probírá stanovisko intuicionistů k důkazům bezespornosti, k principu tertium non datur, pojednává o Brouwerově theorii množin a kontinua atd. Výklad je doplněn přesvědčivými příklady. Kapitola je uzavřena diskusí nových výsledků v oblasti intuicionistické matematiky, zvláště algebry a geometrie, a úvahou o možnostech formalisace intuicionistické logiky.

Kniha V je věnována logickým a matematickým antinomiím, kterých autor uvádí dvanáct. Nejprve je vyloženo jejich znění, pak se hovoří o konkretních prostředcích k jejich řešení resp. odstranění. Zvlášť významný je komentář (Skolemovy) antinomie, která spočívá v tom, že podle Skolemovy věty má mimo jiné i axiomatická theorie množin spočetný model. Autor se vrací k diskusi z kap. 4 a poukazuje na relativní charakter tam dosažených výsledků týkajících se modelů. Záleží totiž na tom, v jaké versi axiomatické theorie množin modely konstruujeme.

Poslední krátká kniha VI obsahuje poznámky jednak o povaze a cílech matematiky, jednak o její souvislosti s filosofií. Filosofických otázek se však autor dotýká pouze letmo.

50 příkladů na konci knihy nejsou většinou prosté úlohy na procvičení, nýbrž buď podstatně doplňují základní text, anebo mají spíš charakter odkazů na literaturu.

Jiří Bečvář, Liberec

*

E. J. Primrose: **Plane Algebraic Curves.** Macmillan, London 1955. Stran 111, obrázků 17.

Knížka je určena začátečníkům. Seznamuje čtenáře přístupným způsobem s nejdůležitějšími pojmy a výsledky theorie rovinných algebraických křivek a připravuje ho tak ke studiu důkladnějších knih z tohoto oboru.

Při výkladu vychází autor z názoru. Věnuje proto první kapitolu těm vlastnostem křivek, které nejvíce ovlivňují jejich průběh v reálné eukleidovské rovině a dává čtenáři praktický návod, jak k dané algebraické rovnici sestrojit náčrtek příslušné křivky. Třebaže tato kapitola zabírá téměř třetinu celé knížky, nelze o její vhodnosti pochybovat, neboť začátečníkovi jistě prospěje, má-li hned od začátku o algebraických křivkách správnou představu.

Celá zbývající část je věnována — téměř výhradně — vlastnostem projektivním; základním tělesem je těleso komplexních čísel. V druhé a třetí kapitole seznámí se čtenář s racionálními křivkami v jejich parametrickém vyjádření a s tečnovou rovnicí křivky.

Obsahem čtvrté kapitoly je analysa singularit provedená pomocí kvadratických transformací; násobné body v okolí bodu daného nazývá autor též implicitní. V závěru této kapitoly je zkoumán vztah mezi inversí a základní kvadratickou transformací, z kterého přímo plynou známé věty o inversi.

V páté kapitole, jejímž hlavním bodem je Bézoutova věta, je řešena otázka násobnosti průsečíků dvou křivek, v šesté kapitole jsou odvozeny běžným způsobem Plückerovy vzorce.

V sedmé kapitole je provedena klasifikace kubik. Jsou zde též základní vlastnosti eliptických funkcí, jichž je užito k parametrickému vyjádření nesingulární kubiky. Pozornost je věnována inflexním bodům jednotlivých typů kubik. Dále je odvozena Salmonova věta a známá věta o kubice procházející obecnou skupinou osmi bodů.

V poslední, osmé kapitole je podán důkaz věty o transformaci křivky, jejíž násobné body jsou vesměs obyčejné, a je tu definován rod křivky. Dále je dokázána věta o tom, že racionální křivka má rod nula, i obrácená věta a nakonec věta o invariantnosti rodu křivky vůči biracionální transformaci.

Celý výklad je doprovázen množstvím vhodně volených příkladů v textu a dále úlohami k procvičení, jež jsou na konci knihy rovněž vyřešeny.

Vzhledem k určení knížky je ji nutno posuzovat s hlediska didaktického. V tomto směru lze říci, že se autor zhostil svého úkolu — usnadnit začátečníkovi rychlé proniknutí k jádru theorie — úspěšně. Rozmanitost látky, svěžest výkladu a jednoduchost důkazů jsou hlavní přednosti této knížky malé rozsahem, avšak dosti pronikavé obsahem. Vyzdvihnout je třeba také to, že si jejím studiem čtenář vyložené metody může osvojit tak, aby jich mohl bez obtíží používat i při řešení konkretních úloh.

Kniha má ovšem též své nedostatky. Snaha omezit rozsah na minimum vedla autora ke stručnosti místy přílišné; pouhá náznakovost některých důkazů činí je pro začátečníka málo přesvědčivými. Při odvození tečnové rovnice v příkladu na str. 43 nestačí — jak je uvedeno — dělit vhodnou mocninou n, nýbrž také druhou mocninou činitele $l + m - n$, jehož anulování vyjadřuje podmínku, aby přímka procházela dvojnásobným bodem dané křivky. V sedmé kapitole by bylo vhodné doplnit základní vlastnosti eliptických funkcí ještě dvěma, jichž je v dalším použito, totiž, že derivace eliptické funkce je opět eliptická funkce a že počet nulových bodů eliptické funkce v rovnoběžníku period je tentýž jako počet pólů (počítáme-li je s příslušnou násobností). Konečně je třeba opravit nedopatření na str. 65, kde v determinantu je opomenut jeden člen, který se podílí na souhrnu členů nejnižšího stupně, a na str. 84, kde na konci 19. řádku nemá být rovnice, nýbrž jen výraz z její levé strany.

Ježto přednosti shora uvedené převládají nad zmíněnými nedostatky, je možno očekávat, že ten, kdo použije knížku k prvnímu seznámení s theorií algebraických křivek, bude s ní spokojen.

Vladimír Bruthans, Liberec

*

Strojnická příručka — matematika, díl první a druhý. Přeložili: *O. Koníček, Zd. Tichý* a *J. Veselka*. Vydalo St. nakladatelství techn. literatury, Praha, 1956 a 1957, stran 230 a 192, cena Kčs 29,80 a 24,75.

Strojnická příručka (díl první a druhý) je překladem části knihy Справочник машиностроителя, vydané v roce 1951 v Moskvě nakladatelstvím Машгиз. V roce 1954 bylo vydáno druhé (opravené a doplněné) vydání ruského originálu. Český překlad byl přizpůsoben tomuto vydání, ne však zcela důsledně.

Je to přehled elementární a vyšší matematiky, sestavený s přihlédnutím k aplikacím matematiky v technické praxi, konstrukci a výzkumu. Oba díly obsahují látku z matematiky potřebnou ke studiu ostatních dílů „Strojnické příručky".

V prvním dílu jsou matematické značky a tabulky, základní poznatky z algebry, přehled elementárních funkcí, výklad o řešení (i numerickém) rovnic a základy diferenciálního a integrálního počtu.

Druhý díl obsahuje planimetrii a stereometrii, funkce komplexní proměnné, diferenciální rovnice, vektorový a tensorový počet, analytickou a diferenciální geometrii, diferenční počet a interpolace, nomografii, theorii pravděpodobnosti a její aplikaci v matematické statistice a výklad o matematických strojích.

V předmluvě k českému vydání je zdůrazněno, že toto vydání bylo přizpůsobeno pojetí a způsobu výkladu matematiky na našich technických vysokých školách. Domníváme se, že v tomto případě mělo být přihlédnuto i k uspořádání kapitol, aby odpovídalo postupu výkladu matematiky. Při nynějším uspořádání se na příklad v odstavci „Numerické řešení rovnic" kapitoly 4 pracuje s pojmy „spojitost, derivace, parciální derivace", zatím co tyto pojmy jsou definovány až v kapitole 5. Nebo v kapitole 3 „Elementární funkce" prvního dílu se užívá pojmu souřadnice, zatím co tento pojem je zaveden až v kapitole 5 „Analytická geometrie" druhého dílu. Tato příručka sice není učebnicí, takže není nutné, aby látka byla uspořádána tak, jak se postupuje při výkladu matematiky. Domníváme se však, že by takové uspořádání bylo vhodnější a dalo by se snadno uskutečnit přesunutím některých kapitol a dalšími menšími úpravami. Potom by se stala tato příručka skutečně vhodnou studijní pomůckou pro posluchače techniky, kteří se po prvé seznamují s látkou.

V českém vydání příručky jsou určité nedostatky drobnějšího rázu (zjištěné uvedeme v závěru). Některé z nich se v druhém vydání sovětského originálu nevyskytují.

Množství látky uvedené v příručce je vcelku dostačující. Domníváme se, že by bylo potřeba příručku doplnit o kriteria pro konvergenci nevlastních integrálů, zmínkou o základních typech integrálních rovnic a v matematické statistice o vlastnosti výběrů a výběrových charakteristik.

Vedle uvedených nedostatků je třeba zdůraznit také klady. Přestože výklad je stručný, nejsou opomíjeny předpoklady, za kterých uváděná tvrzení platí (což nelze říci o většině příruček tohoto druhu). K osvětlení uvedených pojmů přispívá množství obrázků a vhodně volené řešené příklady. Užitečné pro čtenáře budou jistě i tabulky a bohatý seznam literatury, uváděný k jednotlivým kapitolám. Překladatelé vypustili ze seznamu literatury prameny u nás nedostupné a nahradili je dostupnými.

V současné době byl v české technické literatuře pociťován nedostatek příručky tohoto druhu, vzniklý rozebráním dobře známé ČUŘÍKOVY příručky „Matematika", prvního svazku „Technického průvodce". Tento nedostatek byl odstraněn vydáním „Strojnické příručky", která jistě dobře nahrazuje příručku Čuříkovu.

Domníváme se, že rozdělení části „Matematika" Strojnické příručky do dvou dílů je zbytečné. Vydání v jednom díle by bylo pro čtenáře výhodnější, jak z důvodů obsahových, tak i z důvodů cenových.

Závady zjištěné v prvním díle:

Na str. 106 v odstavci „Funkce $y = ax^n$" je řečeno, že $y = ax^n$ se nazývá pro n celé záporné lomená racionální funkce. Bylo by vhodnější říci, že „dostáváme speciální případ lomené racionální funkce".

Na str. 113 v 7. řádku shora má být: $\sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$.

Na str. 117 na obrázku 22 by bylo vhodnější kreslit graf funkce $y = \sin x$ jen v intervalu $\langle -\frac{1}{2}\pi, \frac{1}{2}\pi\rangle$; lépe by vynikla souvislost mezi grafy $y = \sin x$ a $y = \arcsin x$. Podobně na obr. 23.

Na str. 117 v 1. řádku zdola má být $-\frac{1}{2} \leqq y \leqq \frac{1}{2}$.

Na str. 118 vztahy mezi cyklometrickými funkcemi by bylo vhodné doplnit vzorci:

$$\arcsin u + \arcsin v = \arcsin (u \,.\, \sqrt{1 - v^2} + v \,.\, \sqrt{1 - u^2})\,,$$
$$\arccos u + \arccos v = \arccos (uv - \sqrt{1 - u^2} \,.\, \sqrt{1 - v^2})\,,$$
$$\operatorname{arctg} u + \operatorname{arctg} v = \operatorname{arctg} \frac{u + v}{1 - uv}\,.$$

Na str. 132 v odstavci „Transcendentní rovnice" (případ 2) substituce $y = A^x$ nepřevede vždy danou rovnici na rovnici algebraickou. Někdy je třeba další substituce. Bylo by lépe danou substituci nahradit substitucí $y = A^{qx}$, kde q je nejmenší společný jmenovatel čísel $k_1, k_2, k_3, \ldots$.

Na str. 132 v řádku 9. zdola má být $\log (3x - 11)(x - 27) = \log 1000$.

Na str. 139 v řádku 14. shora má být $f'(x) \geqq 0$.

Na str. 155: Pojem funkce rostoucí, ..., je definován již na str. 104; není nutné znovu to opakovat.

Na str. 157 v tabulce derivací by bylo vhodné zdůraznit, které ze vzorců jsou základní a které jsou pouze speciálními případy vzorců základních. Na př.: $(x^n)' = x^{n-1}$, speciálně:

$$x' = 1\,; \quad \left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}\,; \quad (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}\,; \quad (\sqrt[n]{x})' = \frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}\,.$$

Tabulka by zasloužila lepšího uspořádání: nejdříve uvést vzorce pro derivování základních elementárních funkcí a potom teprve derivace některých ostatních funkcí.

Na str. 188 v odstavci „Integrace některých racionálních funkcí" by měla být (alespoň pod čarou) ke vzorcům (1) a (2) zmínka, že za daných předpokladů nejde vždy o racionální funkci.

Na str. 217, 7. řádek zdola, má být $\mathrm{d}V = P\,\mathrm{d}x + Q\,\mathrm{d}y + R\,\mathrm{d}z$.

Na str. 220, 3. řádek zdola, má být: Pravoúhlé souřadnice těžiště tělesa.

Závady zjištěné v druhém díle:

Na str. 71: Pravoúhlé souřadnice jsou zavedeny nesprávně. Správně má být: $x_M = \pm OA$ (+ nebo − podle toho, je-li bod A na kladné nebo záporné polopřímce v ose x); $y_M = \pm OB$ (+ nebo − podle toho, je-li bod B na kladné nebo záporné polopřímce v ose y).

Na str. 86: Vektorový tvar rovnice roviny procházející třemi body $M_1 \equiv [\vec{r}_1]$, $M_2 \equiv [\vec{r}_2]$, $M_3 \equiv [\vec{r}_3]$ je lépe psát $[\vec{r} - \vec{r}_1, \vec{r}_1 - \vec{r}_2, \vec{r}_1 - \vec{r}_3] = 0$ a souřadnicově

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_1 - x_2 & y_1 - y_2 & z_1 - z_2 \\ x_1 - x_3 & y_1 - y_3 & z_1 - z_3 \end{vmatrix} = 0 .$$

Na str. 124 má být správně $\dfrac{\mathrm{d}\vec{\tau}}{\mathrm{d}s} = \vec{\omega} \times \vec{\tau}$.

Jan Raška a Stanislav Gabriel, Praha

*

G. M. Mirakjan: **Šroubovice.** Přeložil Ing. *Milan Ullrich*, vydalo Státní nakladatelství technické literatury jako 17. svazek knižnice „Populární přednášky o matematice", Praha 1957. Stran 60, obrázků 31, cena 1,52 Kčs.

Mirakjanova knížka, kterou nedávno dostali naši středoškolští studenti do rukou, patří jistě k nejpřístupněji psaným dílkům, která dosud vyšla v knižnici „Populární přednášky o matematice". Název „Šroubovice", který pro knížku zvolila česká redakce, není příliš výstižný, neboť obsah spisku je mnohem širší; v osmi kapitolách se totiž čtenář seznamuje s některými zajímavými vlastnostmi válcové plochy (v ruském originále má knížka název Прямой круговой цилиндр).

O šroubovici, která dala českému vydání název, se mluví jen v první kapitole. Z dalšího obsahu jmenujeme vedle tradiční úlohy o válci, který má při daném povrchu maximální objem, jen příklad s t. zv. Schwarzovým válcem, který ukazuje, že nelze definovat obsah plochy jako limitu obsahů stěn mnohostěnů vepsaných této ploše. Spisek je doplněn několika fysikálními a technickými aplikacemi.

Autoru jistě není možno vytýkat, že se na mnoha místech své knížky opírá o názor, neboť mnohé jeho úvahy jsou v podstatě úlohy z matematické analysy. Důkazy se podávají jen tam, kde mají středoškolský charakter; pak by však měly být pokud možno úplné (na str. 21 není úplný důkaz, že rovinným řezem válce je — za jistých předpokladů — elipsa; chybí totiž obrácení). Další drobné nedostatky originálu jsou opraveny nebo komentovány poznámkou překladatele pod čarou.

Domnívám se, že pro svůj přístupný a zajímavý obsah najde tato knížka řadu čtenářů mezi naší mládeží.

Jiří Sedláček, Praha

*

DALŠÍ VYDANÉ KNIHY

Emil Kraemer: **Analytická geometrie lineárních útvarů.** Druhé vydání 1957, Nakladatelství ČSAV, 240 stran, 40 obrazů, cena brož. Kčs 10,50.

Nové vydání odborné příručky a učebnice pro vysoké školy pedagogické. Recensi prvního vydání viz v Časopise pro pěstování matematiky, *80* (1955), 103—105.

*

Jur Hronec: **Diferenciálny a integrálny počet, I.** Třetí přepracované vydání 1957, Slovenské vydavateľstvo techn. lit., Bratislava, 288 stran, 39 obrazů, cena váz. Kčs 22,—.

Nové vydání učebnice pro studující matematiky na Přírodovědecké fakultě a na Vysoké škole pedagogické.

*

František Glanc s kolektivem spolupracovníků: **Kapesní početní tabulky.** Státní nakladatelství technické literatury; Praha 1957, 58 stran a volná tabulka, cena Kčs 5,60.

Tabulky obsahují 20000 + 400 součinů čísel a jsou určeny pro použití zejména v dílnách a kancelářích.

*

A. I. Markuševič: **Komplexní čísla a konformní zobrazení.** Z ruštiny přeložil Ing. *Milan Ullrych,* 2. vydání. Státní nakladatelství technické literatury, Praha 1957, 76 stran a 45 obrázků, cena Kčs 2,30.

Nové nezměněné vydání 12. svazku „Populárních přednášek o matematice". Recensi prvního vydání viz v Časopise pro pěstování matematiky, *81* (1956), str. 264.

Redakce