

Werk

Label: Other

Jahr: 1958

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?31311157X_0083|log51

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

✉ info@digizeitschriften.de

OPRAVA K ČLÁNKU „POZNÁMKA K OTÁZCE ŘEŠITELNOSTI JISTÉ
SOUSTAVY NEROVNOSTÍ Kladnými čísly“*)

ALENA ČERVENÁ, Praha

DT:512.13

(Došlo dne 15. října 1957)

V citovaném článku byla uveřejněna tato věta:

Nutná a dostačující podmínka k tomu, aby soustava nerovností

$$\begin{aligned} & \alpha_1 C_{11} - \alpha_2 C_{12} - \alpha_3 C_{13} - \dots - \alpha_n C_{1n} > 0 , \\ & -\alpha_1 C_{21} + \alpha_2 C_{22} - \alpha_3 C_{23} - \dots - \alpha_n C_{2n} > 0 , \\ & \vdots \\ & -\alpha_1 C_{n1} - \alpha_2 C_{n2} - \alpha_3 C_{n3} - \dots + \alpha_n C_{nn} > 0 , \end{aligned} \quad (I)$$

kde všechny konstanty C_{ik} jsou kladné, měla řešení $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, kde $\alpha_i > 0$ pro $i = 1, 2, \dots, n$, je tato:

a) Součin $C_{11}C_{22} \dots C_{nn}$ má největší hodnotu ze všech součinů typu $C_{1i_1}C_{2i_2} \dots C_{ni_n}$, kde $i_1, i_2, \dots, i_n$ je nějaká permutace čísel $1, 2, \dots, n$.

b) *Determinant soustavy (1) je větší než nula.*

Při uvedené formulaci jsou podmínky a) a b) pouze podmínky nutné. Mají-li to být zároveň podmínky dostačující, je nutno zostřit formulaci podmínky a).

Uvažujme při daném přirozeném n množinu n determinantů, definovaných rekurentně takto:

Jako D_n označme determinant soustavy (1) a položíme $C_{ik}^{(n)} = C_{ik}$. Necht D_j pro $2 \leq j < n$ jest j -řadový determinant s prvky $(-1)^{1-\delta_{ik}} C_{ik}^{(j)}$, kde

$$C_{ik}^{(j)} = C_{ik}^{(j-1)} C_{i+1, j+1}^{(j+1)} + (1 - 2\delta_{ik}) C_{i+1, j+1}^{(j+1)} C_{j+1, k}^{(j+1)} \text{ pro } i = 1, 2, \dots, j; k = 1, 2, \dots, j.$$

Pak nastupuje miesto podmínky a) podmínka a'):

Součin $C_{11}^{(j)} C_{22}^{(j)} \dots C_{jj}^{(j)}$ má (pro $2 \leq j \leq n$) největší hodnotu ze všech součinů typu $C_{1i_1}^{(j)} C_{2i_2}^{(j)} \dots C_{ji_j}^{(j)}$, kde $i_1, i_2, \dots, i_j$ je nějaká permutace čísel $1, 2, \dots, j$.

Při důkazu postačitelnosti podmínek a') a b) uprostřed na str. 338 je potom při indukčním kroku u determinantu (9) splněna podmínka a') na základě předpokladu a o splnění podmínky b) se přesvědčíme výpočtem, jak je uvedeno v článku. Zároveň se dá ukázat, že podmínka a') je rovněž podmínka nutná.

Ze vzťahu $D_{n-1} = C_{nn}^{m-2} D_n$ (str. 338 nahoře) plyne indukcií, že podmínka b) je už dôsledkom zostrenej podmínky a') (determinant druhého stupně D_j pro $j = 2$ je totiž kladný vzhľadom k a')).

*) Čas. pro pěst. mat. 82 (1957), 335–341.