pro skoro všechna $t \in \langle a, b \rangle$. Potom platí

$$\int_a^b [v(f), \pi] \, \mathrm{d}\mu_1 = \int_G \operatorname{div} v \, \mathrm{d}\mu_2 \tag{7}$$

pro každý komplexní polynom v.

Důkaz. Podle Greenovy věty (viz [1], odst. 10) dostáváme $\varkappa \int_G \operatorname{div} v \, \mathrm{d}\mu_2 =$

$$= \int_a^b v_1(f) \, \mathrm{d}f_2 - \int_a^b v_2(f) \, \mathrm{d}f_1 = \int_a^b (v_1(f) \, f_2' - v_2(f) \, f_1') \, \mathrm{d}\mu_1 = \varkappa \int_a^b [v(f), \pi] \, \mathrm{d}\mu_1 .$$

8. *Buď G vnitřek Jordanovy křivky C, která má délku d $(0 < d \leq \infty)$. Buď A měřitelná množina taková, že $G \subset A \subset \bar{G}$. Potom platí $\|A\| = d$.*

Důkaz. Podle poznámky 1 v odst. 5 stačí vyšetřit případ, kdy $d < \infty$ (a tedy též $\|A\| < \infty$). Můžeme proto předpokládat, že funkce f, která určuje křivku C, „má za parametr oblouk", t. j., že $f \in V_0(0, d)$ a že var $(f, 0, t) = t$ pro každé $t \in (0, d)$. Potom jsou funkce f_1, f_2 absolutně spojité a platí $|f'(t)| = 1$ pro skoro všechna $t \in \langle 0, d \rangle$. (Viz [3], str. 123, Theorem (8.4).) Označme hodnotu funkce ind_f na množině G písmenem $\varkappa$ a definujme v intervalu $\langle 0, d \rangle$ komplexní borelovskou funkci π tímto předpisem: Jestliže $f'(t)$ existuje $(0 < t < d)$ a má prostou hodnotu 1, buď $\pi(t) = -i\varkappa f'(t)$; pro ostatní t položme (na př.) $\pi(t) = 1$. Dále definujme na množině C funkci ν vztahem

$$\nu(z) = \pi(t) \, , \quad \text{kde} \quad z = f(t) \, .$$

Protože pro každé $n > \dfrac{1}{d}$ je zobrazení f intervalu $\langle 0, d - \dfrac{1}{n} \rangle$ homeomorfní, je ν borelovská funkce. Položme konečně

$$p(B) = \mu_1(f^{-1}(B))$$

pro každou borelovskou množinu $B \subset C$. Snadno se zjistí, že p je míra a že pro každou omezenou borelovskou funkci ω na C platí $\int_C \omega \, \mathrm{d}p = \int_0^d \omega(f) \, \mathrm{d}\mu_1$; pro každý komplexní polynom v je tedy (viz (7))

$$\int_C [v, \nu] \, \mathrm{d}p = \int_0^d [v(f), \pi] \, \mathrm{d}\mu_1 = \int_G \operatorname{div} v \, \mathrm{d}\mu_2 = \int_A \operatorname{div} v \, \mathrm{d}\mu_2 \, .$$

Odtud plyne podle [2], odst. 18 (str. 534), že $p(C) = \|A\|$; je tedy opravdu $\|A\| = d$.

LITERATURA

[1] *J. Král a J. Mařík:* Der Greensche Satz, Чех. мат. журнал, *7 (82)*, 1957, 235—247.

[2] *J. Mařík:* The surface integral, Чех. мат. журнал, *6 (81)*, 1956, 522—558.

[3] *S. Saks:* Theory of the integral, New York.