ца порядка σ на всем этом множестве. Кроме того, для нее имеет место формула (1) для любого x_0. Существование такой функции было впервые доказано методом категорий в статье [1].

Из существования такой функции нетрудно доказать следующую теорему:

Пусть m — натуральное гисло. Тогда существуем функция $f(t)$, определениая и непрерывная на множестве всех вещественных чисел, имеющая следующие свойстеа:

I. если $P(x)$ — лыбой непостоянный полином степени меньше m, то функция $P(f(t))$ не обладает собственной производной ни в какой точке;

II. существует полином $Q(x)$ степени m такой, что функция $Q(f(t))$ имеет в некоторой точке проипводную, равную нулю.

Résumé

SUR CERTAINES CLASSES DE FONCTIONS CONTINUES

MILOSLAV JŮZA, Praha

(Reçu le 6 mars 1957)

Soit $0 < \sigma < \tau \leqq 1$. Posons $n = [3^{\frac{\sigma\tau}{\tau-\sigma}}] + 1$ et soit m un nombre naturel de la même parité que n et tel que $n^{\frac{1}{\tau}} < m < n^{\frac{1}{\sigma}}$. Sur l'ensemble A_m de tous les nombres $\frac{l}{m^k}$, où l est entier, k naturel, définissons la fonction $\varphi(x)$ par la formule (6), ou les quantités $\Delta_{k,i}$ sont définies par les formules (3). La fonction $\varphi(x)$ satisfait à la condition de Lipschitz d'ordre σ. Si maintenant $f(x)$ signifie le prolongement continu de la fonction $\varphi(x)$ sur l'ensemble de tous les nombres réels, la fonction $f(x)$ satisfait à la condition de Lipschitz d'ordre σ sur cet ensemble tout entier. De plus, la fonction $f(x)$ vérifie aussi la formule (1) pour chaque x_0. L'existence d'une telle fonction a été démontrée pour la première fois par la méthode des catégories dans le Mémoire [1].

De l'existence d'une telle fonction, il résulte aisément le théorème suivant:

m étant un nombre naturel, il existe une fonction $f(t)$ définie et continue sur l'ensemble de tous les nombres réels et jouissant des propriétés suivantes:

I. pour tout polynôme $P(x)$ non-constant, dont le degré est plus petit que m, la fonction $P(f(t))$ n'admet de dérivée finie en aucun point;

II. il existe un polynôme $Q(x)$ du degré m tel que la fonction $Q(f(t))$ admet une dérivée égale à zéro dans un point au moins.