$M_{\iota_1} \neq M$ tak, že $z \in M_{\iota_1}$. Poněvadž předpokládáme, že $d(M) = 1$ a je $M_{\iota_1} \cap$ $\cap [0, 1] \neq \emptyset$, je $t_{\iota_1} \in [-1, 1]$. Podle lemmatu 3 je $M_{\iota_1} \cap M \neq \emptyset$, což je spor.

Ad 2. Připusťme, že existují $\mu, \varkappa \in I$, $\mu \neq \varkappa$ tak, že $|t_\mu - t_\varkappa| \leqq 1$. Potom systém množin $\{T_\mu^{-1} T_\iota(M)\}$, $\iota \in T$ je opět rozklad přímky E_1 na množiny přímo shodné s M. Označme jej $\boldsymbol{R}_1$. Je $T_\mu^{-1} T_\mu(M) = M \in \boldsymbol{R}_1$ a $T_\mu^{-1} T_\varkappa(M) \in \boldsymbol{R}_1$. Je dále $T_\mu^{-1} T_\varkappa(0) = t_\varkappa - t_\mu \in [-1, 1]$. Podle lemmatu 3 je $T_\mu^{-1} T_\varkappa(M) \cap M \neq \emptyset$, což je spor. Je tedy pro $\mu \neq \varkappa$

$$|t_\mu - t_\varkappa| > 1 . \tag{4.2}$$

Odtud plyne, že $\bar{\bar{I}} \leqq \aleph_0$. Kdyby tomu totiž tak nebylo, existoval by hromadný bod množiny $\{t_1\}$, $\iota \in I$, což je ve sporu s (4.2). Nechť $N_\iota = M_\iota \cap [0, 1]$. Uvažme o systému podmnožin $T_\iota^{-1}(N_\iota)$ (kteréžto množiny leží v M). Nechť I_ι značí průnik všech intervalů (z množiny intervalů otevřených) uzavřených i polootevřených) obsahujících $T_\iota^{-1}(N_\iota)$. Z (4.2) plyne, že $I_\mu \cap I_\varkappa = \emptyset$ pro $\mu \neq \varkappa$. Odtud již snadno dostaneme

$$\mu^*(M) \geqq \sum_{\iota \in I} \mu^*[T_\iota^{-1}(N_\iota)] = \sum_{\iota \in I} \mu^*(N_\iota) \geqq 1 ,$$

odkud $\mu^*(M) \geqq 1$, c. b. d.

Резюме

РАЗЛОЖЕНИЯ ЕВКЛИДОВЫХ ПРОСТРАНСТВ

МИЛАН СЕКАНИНА (Milan Sekanina), Брно

(Поступило в редакцию 23/I 1957 г.)

Пусть E_n означает n-мерное евклидово пространство, $M_1, M_2 \subset E_n$; $M_1 \simeq M_2$ значит, что существует движение 1-го рода в E_n T такое, что $T(M_1) = M_2$. В работе доказаны следующие теоремы:

Теорема 1. *Пусть* $n \geqq 2$, $0 < \mathrm{m} < 2^{\aleph_0}$, $\mathfrak{S}$ — *система непустых множеств* M_ι *из* E_n, $\bar{\bar{\mathfrak{S}}} = 2^{\aleph_0}$, $\bar{\bar{M}}_\iota \leqq \mathrm{m}$. [$\bar{\bar{\mathfrak{S}}}$ ($\bar{\bar{M}}_\iota$) *означает мощность множества* $\mathfrak{S}$ (M_ι)]. *Тогда существует система* $\mathfrak{S}'$ *множеств* M^ι, *для которой* 1. $M^\iota \simeq M_\iota$, 2. $\mathfrak{S}'$ *является разложением пространства* E_n.

Теорема 2. *Пусть* I — *множество индексов*, $\bar{\bar{I}} = 2^{\aleph_0}$. *Пусть к каждому* $\iota \in I$ *соответствует* $M_\iota \neq \emptyset$, $M_\iota \subset E_k \subset E_{2k+1}$. *Тогда существует система* $\mathfrak{S}$ *множеств* M^ι *из* E_{2k+1}, *для которой*: 1. $M^\iota \simeq M_\iota$, 2. $\mathfrak{S}$ *является разложением пространства* E_{2k+1}.

Теоремы 3 и 4 касаются разложения прямой.