

Werk

Label: Table of literature references

Jahr: 1958

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?31311157X_0083|log30

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

✉ info@digizeitschriften.de

Uvážíme-li, že $\sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j^2} = \frac{\pi^2}{6}$, dostáváme pro charakteristickou funkci $\varphi_n(t)$ tento výraz

$$\varphi_n(t) = \exp \left\{ -\frac{t^2}{2} \cdot \frac{1}{3} \sum_{\nu=1}^n (\nu^2 - 1) - \sum_{k=2}^{\infty} t^{2k} \frac{\sum_{\nu=1}^n (\nu^{2k} - 1)}{k \cdot \pi^{2k}} \cdot \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j^{2k}} \right\},$$

$$|t| \leq n^{-1}. \quad (7)$$

Odtud přímo určíme rozptyl náhodné veličiny S

$$\sigma_S^2 = \frac{1}{3} \sum_{\nu=1}^n (\nu^2 - 1) = \frac{n(n-1)(2n+5)}{18}. \quad (8)$$

Standardisovaná náhodná veličina

$$U = \frac{S}{\sigma_S} \quad (9)$$

má, jak je ihned patrné z (7) a (8), tyto kumulanty:

$$\kappa_2 = 1, \quad \kappa_{2k} = O(n^{-k+1}) \quad \text{pro } k = 2, 3, \dots$$

Liché kumulanty jsou vesměs rovny nule.

Náhodná veličina U má tedy charakteristickou funkci

$$\psi_n(t) = \exp \left\{ -\frac{t^2}{2} + O(n^{-1}) \right\}.$$

Platí tedy $\lim \psi_n(t) = \psi(t) = e^{-\frac{t^2}{2}}$ pro každé pevné t , takže náhodná veličina U má asymptoticky normální rozložení $N(0, 1)$.

Kendallův koeficient korelace pořadí τ má tedy rovněž, za předpokladu nezávislosti náhodných veličin X a Y , asymptoticky normální rozložení s průměrem 0 a rozptylem

$$\sigma_\tau^2 = \frac{2n+5}{9 \cdot \binom{n}{2}};$$

$2k$ -tý kumulant náhodné veličiny τ je

$$\kappa_{2k}(\tau) = \frac{(2k)!}{k \cdot \pi^{2k}} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j^{2k}} \cdot \binom{n}{2}^{-2k} \cdot \sum_{\nu=1}^n (\nu^{2k} - 1).$$

LITERATURA

- [1] *M. G. Kendall*: The advanced theory of statistics I. (1948).
- [2] *J. Hájek*: Některá pořadová rozdělení a jejich použití. Čas. pro pěst. mat. 80 (1955), 17–31.