Uvážíme-li, že $\sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j^2} = \frac{\pi^2}{6}$, dostáváme pro charakteristickou funkci $\varphi_n(t)$ tento výraz

$$\varphi_n(t) = \exp\left\{-\frac{t^2}{2} \cdot \frac{1}{3} \sum_{\nu=1}^{n} (\nu^2 - 1) - \sum_{k=2}^{\infty} t^{2k} \frac{\sum_{\nu=1}^{n} (\nu^{2k} - 1)}{k \cdot \pi^{2k}} \cdot \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j^{2k}}\right\},$$
$$|t| \leqq n^{-1}. \tag{7}$$

Odtud přímo určíme rozptyl náhodné veličiny $S$

$$\sigma_S^2 = \frac{1}{3} \sum_{\nu=1}^{n} (\nu^2 - 1) = \frac{n(n-1)(2n+5)}{18}. \tag{8}$$

Standardisovaná náhodná veličina

$$U = \frac{S}{\sigma_S} \tag{9}$$

má, jak je ihned patrné z (7) a (8), tyto kumulanty:

$$\varkappa_2 = 1, \quad \varkappa_{2k} = O(n^{-k+1}) \quad \text{pro } k = 2, 3, \ldots$$

Liché kumulanty jsou vesměs rovny nule.

Náhodná veličina $U$ má tedy charakteristickou funkci

$$\psi_n(t) = \exp\left\{-\frac{t^2}{2} + O(n^{-1})\right\}.$$

Platí tedy $\lim \psi_n(t) = \psi(t) = e^{-\frac{t^2}{2}}$ pro každé pevné $t$, takže náhodná veličina $U$ má asymptoticky normální rozložení $N(0, 1)$.

Kendallův koeficient korelace pořadí $\tau$ má tedy rovněž, za předpokladu nezávislosti náhodných veličin $X$ a $Y$, asymptoticky normální rozložení s průměrem 0 a rozptylem

$$\sigma_\tau^2 = \frac{2n+5}{9 \cdot \binom{n}{2}};$$

$2k$-tý kumulant náhodné veličiny $\tau$ je

$$\varkappa_{2k}(\tau) = \frac{(2k)!}{k \cdot \pi^{2k}} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j^{2k}} \cdot \binom{n}{2}^{-2k} \cdot \sum_{\nu=1}^{n} (\nu^{2k} - 1).$$

## LITERATURA


[1] *M. G. Kendall:* The advanced theory of statistics I. (1948).

[2] *J. Hájek:* Některá pořadová rozdělení a jejich použití. Čas. pro pěst. mat. *80* (1955), 17—31.