(3,2) *Пусть H, $P \in \mathbf{E}(X)$, пусть $P^2 = P$ и пусть m — натуральное число. Если обозначить $\tilde{X} = \mathbf{R}(P)$, то*

$$\varrho(H^m, \tilde{X}) \leqq |(E - P) H^m| \leqq |E - P| \varrho(H^m, \tilde{X}) .$$

Доказательство следует непосредственно из предыдущей теоремы для $A = H^m$, $B = E$.

Рассматривая оценки (5) и (6), выведенные в теореме (2,6), мы видим, что нам понадобится оценка нормы оператора $M = (E + VH)(E - P) . H^{m+1}$. Можно произвести отдельно оценку нормы оператора $E + VH$ и оператора $H^{m+1} - PH^{m+1}$; тогда их произведение будет оценкой для нормы $|M|$. Однако справедлива и следующая оценка:

$$|M| \leqq |E - V(E - H)| \varrho(H^{m+1}, \tilde{X}) ;$$

в этом нетрудно убедиться, положив в неравенстве (2) теоремы (3,1) $B = E + VH$, $A = H^{m+1}$ и приняв во внимание, что из соотношения $V - VHP = P$ следует равенство $(E + VH)(E - P) = E - V(E - H)$. Оценки, использующие числа $\varrho(H^m, \tilde{X})$, могут быть в некоторых случаях более выгодными, чем оценки, использующие числа $|(E - P) H^m|$. Этими оценками мы будем заниматься в дальнейшей работе. Точно так же вопрос, существует-ли для оператора $E - H$, обладающего обратным оператором, пригодная аппроксимация, имеющая в свою очередь обратный оператор, будет предметом одного из последующих сообщений.

ЛИТЕРАТУРА

[1] *Л. В. Канторович:* Функциональный анализ и прикладная математика, УМН *3* (1948), выпуск 6 (28), 89—185.

[2] *Vlastimil Pták:* Odhad chyby při přibližném řešení integrálních rovnic, Čas. pěst. mat. *80* (1955), 427—447.

Výtah

O PŘIBLIŽNÉM ŘEŠENÍ LINEÁRNÍCH ROVNIC V BANACHOVĚ PROSTORU

VLASTIMIL PTÁK, Praha

(Došlo dne 27. července 1956)

V článku se používá metod funkcionální analysy ke studiu přibližných řešení lineárních rovnic v Banachově prostoru. Hlavní myšlenkou je použití projekcí na konečně dimensionální podprostory.

Budiž X Banachův (tj. úplný normovaný lineární) prostor. Buď $\tilde{X}$ uzavřený podprostor X. Banachova algebra všech omezených lineárních operátorů v X budiž označena $\mathbf{E}(X)$. Je-li $A \in \mathbf{E}(X)$, označíme $\mathbf{N}(A)$ jeho jádro a $\mathbf{R}(A)$ množinu všech Ax kde $x \in X$. Dokazuje se nejprve následující věta: