ной точке t $(0 < t < 1)$ ни конечную, ни бесконечную симметрическую производную, образуют residuel (т. е. множество, дополнением которого является множеством первой категории). Справедлива еще более общая теорема:

Пусть $\varphi(h)$ *определено для* $h > 0$, *пусть* $\varphi(h) > 0$, *и* $\lim\limits_{h \to 0+} \varphi(h) = 0$; *тогда существует* residuel B *так, что для всякой функции* $x \in B$ *справедливо следующее: для всякого* $t \in (0, 1)$ *будет:*

$$\limsup_{h \to 0+} \frac{x(t+h) - x(t-h)}{\varphi(h)} = +\infty, \quad \liminf_{h \to 0+} \frac{x(t+h) - x(t-h)}{\varphi(h)} = -\infty.$$

Zusammenfassung

ÜBER DIE SYMMETRISCHE ABLEITUNG STETIGER FUNKTIONEN

VLADIMÍR PETRŮV, Praha

(Eingelangt am 16. September 1957)

Es sei C der Raum aller im Interval $\langle 0, 1 \rangle$ stetiger reeller Funktionen x mit der üblichen Norm. Es ist bekannt, dass die Funktionen, die für kein t $(0 \leqq t < 1)$ weder eine endliche noch unendliche rechtsseitige Ableitung besitzen, nur eine Menge erster Kategorie bilden. Man bezeichne mit

$$x^s(t) = \limsup_{h \to 0} \frac{x(t+h) - x(t-h)}{2h}$$

die obere symmetrische Derivierte von x im Punkte t und mit

$$x_s(t) = \liminf_{h \to 0} \frac{x(t+h) - x(t-h)}{2h}$$

die untere symmetrische Derivierte von x im Punkte t. Wenn $x^s(t) = x_s(t) = \alpha$ $(-\infty \leqq \alpha \leqq +\infty)$ gilt, so wollen wir sagen, dass die Funktion x im Punkte t die symmetrische Ableitung α besitzt. Es wird bewiesen, dass die Funktionen, die für kein t $(0 < t < 1)$ weder eine endliche noch eine unendliche symmetrische Ableitung besitzen, eine Residualmenge bilden.

Noch allgemeiner gilt der Satz:

Es sei $\varphi(h)$ *für alle* $h > 0$ *definiert,* $\varphi(h) > 0$, $\lim\limits_{h \to 0+} \varphi(h) = 0$. *Dann gibt es im Raume* C *eine Residualmenge* B, *so, dass jede Funktion* x *aus* B *folgende Eigenschaft besitzt: Für jedes* t *aus* $(0, 1)$ *ist*

$$\limsup_{h \to 0+} \frac{x(t+h) - x(t-h)}{\varphi(h)} = +\infty, \quad \liminf_{h \to 0+} \frac{x(t+h) - x(t-h)}{\varphi(h)} = -\infty.$$