z $\mathfrak{G}$; $\mathfrak{G}'$ tvoří additivní grupu isomorfní s $\mathfrak{G}$. Z definice fundamentální množiny plyne, že $\bigcup_{a \in N} \{\mathfrak{G}' + a\} = E_1$, $\{\mathfrak{G}' + a\} \cap \{\mathfrak{G}' + b\} = \emptyset$ pro a, $b \in N$, $a \neq b$, $\{\mathfrak{G}' + a\} = \mathop{\mathrm{E}}_x [x = g + a, g \in \mathfrak{G}']$. Tedy index grupy $\mathfrak{G}$ v grupě všech translací je roven právě $\overline{\overline{N}}$, tedy $\overline{\overline{N}} = 1$ nebo $\overline{\overline{N}} \geqq \aleph_0$.

Nechť nyní $\sigma \in \mathfrak{G}$ je symetrie. Nechť $\mathfrak{G}_1$ je množina všech translací z $\mathfrak{G}$. Ukážeme, že $E_1 = \bigcup_{\gamma \in \mathfrak{G}_1} \gamma[N \cup \sigma(N)]$ ($\gamma[N \cup \sigma(N)]$ je obraz množiny $N \cup \sigma(N)$ v zobrazení γ). Ke každému reálnému číslu c existuje $c_1 \in N$, $\tau \in \mathfrak{G}$ tak, že $\tau(c_1) = c$. Je-li τ nepřímý pohyb, je $\tau = \tau_1 \sigma$, kde $\tau_1 \in \mathfrak{G}_1$, tedy $\tau(c_1) = \tau_1[\sigma(c_1)] = c$. Existuje tedy $N_1 \subset N \cup \sigma(N)$ tak, že N_1 je fundamentální množinou grupy $\mathfrak{G}_1$. Podle prvé části důkazu je $\overline{\overline{N}}_1 = 1$ nebo $\overline{\overline{N}}_1 \geqq \aleph_0$. Je-li $\overline{\overline{N}}_1 = 1$, je $\mathfrak{G}_1$ transitivní grupa, tedy i $\mathfrak{G}$ a odtud $\overline{\overline{N}} = 1$. Je-li $\overline{\overline{N}}_1 \geqq \aleph_0$, plyne z $N_1 \subset N \cup \sigma(N)$, že též $\overline{\overline{N}} \geqq \aleph_0$. Tím je 4.1 dokázáno.

4.2. Poznámka. Ze shora uvedené věty 4.1 plyne, že pro $\boldsymbol{R}(M, \cong)$ prostoru E_1, kde $1 < \overline{\overline{M}} < \aleph_0$, neexistuje fundamentální zákrytová grupa.

Úvahy o rozkladových množinách a jejich zákrytových grupách se vyskytují např. v teorii automorfních funkcí. Problémy z tohoto okruhu otázek shrnul D. Hilbert v XVIII. kapitole své přednášky „Problèmes mathématiques" přednesené na kongresu v Paříži v roce 1900.

Jeden z těchto problémů byl tento:

Existuje polyedr P, který není fundamentální oblastí žádné grupy pohybů a který má tu vlastnost, že E_n lze rozložit ve smyslu elementární geometrie v polyedry shodné s P?

Přitom systém $\mathfrak{S}$ podmnožin z E_n se nazývá rozkladem prostoru E_n ve smyslu elementární geometrie, když a) $\bigcup_{M \in \gamma} M = E_n$ a b) $x \in E_n \Rightarrow x$ je vnitřním bodem nejvýše jedné množiny $M \in \mathfrak{S}$. Tento problém řešil pro $n \geqq 3$ kladně K. Reinhardt v [3], pro $n = 2$ H. Heesch v [4]. Pro $n = 1$ jest jediným polyedrem úsečka, problém je zřejmě řešen záporně. Zaměníme-li však pojem „polyedr" pojmem „množina" a „fundamentální oblast" pojmem „fundamentální množina", je z věty 4.1 vidět, že příkladem takové množiny, o níž se v problému jedná, je každá konečná rozkladová množina přímky mající více než jeden bod.

LITERATURA

[1] *O. Borůvka:* Theorie rozkladů v množině. Spisy vyd. přír. fak. MU, Brno *278*, **1946**, 1—37.

[2] А. Курош: Теория групп, 1953.

[3] *K. Reinhardt:* Zur Zerlegung der euklidischen Räume in kongruente Polytope. Sitzungsber. d. preuss. Akad. d. Wiss. 1928, 150—155.

[4] *H. Heesch:* Aufbau der Ebene aus deckungsgleichen Bereichen. Göttingen Nachrichten *2*, *I*, 1935, 115—117.