Résumé

PROPRIÉTÉS PROJECTIVES DES SURFACES MINIMA A CIRCONFÉRENCES DE COURBURE NORMALE

KAREL SVOBODA, Brno

(Reçu le 17 juin 1957)

Soit $\boldsymbol{S}_n (n \geqq 4)$ un espace à n dimensions à courbure constante c. Considérons une surface minimum $\boldsymbol{M}$ plongée dans cet espace et supposons que les indicatrices de courbure normale, en nombre de $m - 1$ $(2 \leqq m \leqq [\frac{1}{2}n])$, en chaque point M de la surface soient des circonférences. La surface $\boldsymbol{M}$ se trouve déterminée par le système d'équations différentielles (2.1) dans le cas de l'espace euclidien $\boldsymbol{S}_n (c = 0)$, et par le système (3.1) dans le cas d'un espace non-euclidien $\boldsymbol{S}_n$ $(c \neq 0)$. Nous désignons la surface $\boldsymbol{M}$ par $\boldsymbol{M}_1$, $\boldsymbol{M}_2$, $\boldsymbol{M}_3$ suivant qu'au moins une forme de chaque des deux systèmes $\omega_{2m-1,j} \pm i\omega_{2m,j}$ $(j = 2m + 1, 2m + 2, \ldots, n)$ soit différente de zéro, ou bien qu'au moins une forme d'un de ces systèmes soit différente de zéro tandis que les formes de l'autre système s'annulent identiquement, ou bien, finalement, que toutes les formes des deux systèmes soient nulles. La dimension de l'espace $\boldsymbol{S}_n$ satisfait dans ces cas à l'inégalité $n \geqq 2m + 1$, ou bien $n \geqq 2m + 1$, ou bien, finalement $n \geqq 2m$.

Les résultats principaux contenus dans ce Mémoire sont fournis par les théorèmes suivants:

Pourqu'une surface de l'espace projectif $\boldsymbol{P}_n$ à n dimensions puisse être définie comme une surface $\boldsymbol{M}_1$, $\boldsymbol{M}_2$, $\boldsymbol{M}_3$ de l'espace euclidien $\boldsymbol{S}_n$, il faut et il suffit qu'elle soit douée d'un réseau conjugué tel, que la suite des transformations laplaciennes s'arrête, dans les deux sens, après la première transformation de la manière de Laplace aux courbes qui sont situées elles mêmes, ainsi que leurs espaces osculateurs d'ordre $m - 1$, sur une quadrique régulière $\boldsymbol{A}$ d'un sous-espace linéaire à $n - 1$ dimensions de l'espace $\boldsymbol{P}_n$. Les courbes en question peuvent être arbitraires, à la condition près, qu'aucune d'entre elles, ou bien précisément une, ou bien, finalement, toutes les deux se trouvent plongées dans un sous-espace linéaire à $m - 1$ dimensions de l'espace $\boldsymbol{P}_n$.

Pourqu'une surface de l'espace projectif $\boldsymbol{P}_n$ à n dimensions puisse être définie comme une surface $\boldsymbol{M}_1$, $\boldsymbol{M}_2$, $\boldsymbol{M}_3$ d'un espace non-euclidien $\boldsymbol{S}_n$, il faut et il suffit, que les premières, deuxièmes, ..., m-ièmes transformations laplaciennes, dans les deux sens, soient situées sur une quadrique régulière $\boldsymbol{A}$ de l'espace $\boldsymbol{P}_n$ et que les transformations laplaciennes, déduites du réseau en question par le même nombre de transformations dans un sens et dans l'autre, soient conjuguées par rapport à la quadrique $\boldsymbol{A}$ à toutes les transformations laplaciennes du réseau initial qui sont contenues entre les transformations mentionnées. Cette suite ne s'arrête dans

aucun des deux sens après m transformations, ou bien elle s'arrête dans un des deux sens après m transformations de la manière de Goursat, ou bien, finalement, elle s'arrête dans les deux sens après m transformations de la manière de Goursat. Dans le cas $n = 2m + 1$, *la suite des transformations laplaciennes est périodique à période* $2(m + 1)$ *et autopolaire par rapport à la quadrique* **A**, *ou bien elle s'arrête dans l'autre sens après* $m + 1$ *transformations de la manière de Laplace.*