auf die l-Gruppe Γ_T/Γ_T^T ab. Der Kern der Abbildung χ (die Menge aller Urbilder des Einheitselementes in der Abbildung χ) ist Γ_T^T, der Kern der Abbildung ψ_T ist Γ^S. Weil $\psi_T(\Gamma^T) = \Gamma_T^T$ gilt, ist $\Gamma^T\Gamma^S$ der Kern der Abbildung $\chi\psi_T$. Daher gilt $\Gamma/\Gamma^T\Gamma^S \cong \Gamma_T/\Gamma_T^T$. Weil Γ_T einfach geordnet ist, ist Γ_T/Γ_T^T und auch $\Gamma/\Gamma^T\Gamma^S$ einfach geordnet. Wir beweisen, dass Γ_T^T ein l-Ideal in Γ_T ist. Γ_T^T ist ein Normalteiler in Γ_T, weil ψ_T homomorph Γ auf Γ_T, Γ_T auf Γ_T^T abbildet und Γ^T ein Normalteiler in Γ ist. Man zeigt weiter, dass Γ_T^T konvex in Γ_T ist: Es sei $h_T \in \Gamma_T$, $f_T, g_T \in \Gamma_T^T, f_T \geqq h_T \geqq g_T$. Es existieren solche $f, g \in \Gamma^T, h \in \Gamma$, dass $\psi_T(f) = f_T$, $\psi_T(g) = g_T$, $\psi_T(h) = h_T$ ist. Ist $h_S \geqq e_S$ ($e_S =$ das Einheitselement in Γ_S, $h_S = \psi_S(h)$), dann gilt für $x \in \mathfrak{M} - T$ (wir bemerken, dass $\mathfrak{M}(\Gamma) = T \cup S$) $(f \wedge h)(x) = f(x) \wedge h(x) = x \wedge h(x) = x$, also $f \wedge h \in \Gamma_T$, also gilt $\Gamma_T^T \ni (f \wedge h)_T = = f_T \wedge h_T = h_T$. Ist $e_S \geqq h_S$, dann gilt für $x \in \mathfrak{M} - T$ $(g \vee h)(x) = g(x) \vee h(x) = = x \vee h(x) = x$, also $g \vee h \in \Gamma^T$, also $\Gamma_T^T \ni (g \vee h)_T = g_T \vee h_T = h_T$. In beiden Fällen ist daher $h_T \in \Gamma_T^T$. So ist bewiesen, dass Γ_T^T ein l-Ideal in Γ_T ist und der Beweis des Hilfssatzes ist erbracht.

Satz 14. *Γ sei eine archimedische l-Gruppe, Γ habe genau zwei echte Transitivitätssysteme T, S. Dann ist Γ dann und nur dann einfach geordnet, wenn $\Gamma^T = (e) = \Gamma^S$.*

Beweis. Γ sei eine archimedische l-Gruppe; Γ habe genau zwei echte Transitivitätssysteme T, S.

1. Γ sei einfach geordnet. Nach der Anmerkung hinter dem Satze 3 besitzen alle Elemente $\neq e$ aus Γ dieselbe Zyklenzerlegung. Daraus folgt, dass jedes echte Transitivitätssystem der Gruppe Γ ein Teil eines echten Zyklus A ist. Ist $T, S \subset A$, dann ist Γ monozyklisch und offenbar $\Gamma^T = (e) = \Gamma^S$.

Ist $T \subset A$, $S \subset B$, wo A, B zwei verschiedene Zyklen sind, dann ist offenbar $T = A$, $S = B$. Dann gilt aber wieder $\Gamma^T = (e) = \Gamma^S$, weil kein $f \in \Gamma$, $f \neq e$, fix auf A ($= T$) bzw. auf B ($= S$) ist.

2. Umgekehrt sei $\Gamma^T = (e) = \Gamma^S$. Weil die l-Gruppe Γ archimedisch ist, ist sie abelsch, also sind Γ^T bzw. Γ^S abelsch; da sie transitiv (auf T bzw. auf S) sind, sind sie nach dem Korollar des Satzes 1 einfach geordnet. Gemäss Hilfssatz 7 ist Γ/J, wo $J = \Gamma^T\Gamma^S$, einfach geordnet. Da aber $J = \Gamma^T\Gamma^S = (e)$ gilt, ist Γ einfach geordnet.

LITERATURVERZEICHNIS

[1] *G. Birkhoff:* Lattice Theory, New York, rev. ed. 1948.

[2] *A. H. Clifford:* Note on Hahn's theorem on ordered abelian groups, Proc. Am. Math. Soc. *5* (1954), 860—863.

[3] *H. Hahn:* Über nichtarchimedische Grössensysteme, Sitzber. d. Ak. d. Wiss. Wien, *116* (1907), Abt. IIa, Heft 3.

[4] *F. Loonstra:* Discrete groups, Indagationes math. *13* (1951), 162—168.

[5] *L. Rieger:* O uspořádaných a cyklicky uspořádaných grupách I—III, Věstník Král. č. spol. nauk, tř. mat.-přír. I *6* (1946), 1—31; II *7* (1947), 1—33; III *8* (1948), 1—26.