Резюме

КРИВЫЕ В ПРОСТРАНСТВАХ МИНКОВСКОГО

ВАЦЛАВ ВИЛЬГЕЛЬМ, Прага.

(Поступило в редакцию 30/V 1956 г.)

В n-мерном пространстве Минковского M_n изберем декартову систему координат (x). Пусть метрический тензор пространства M_n имеет в этой системе составляющие $g_{ij}(\dot{x}^1, \ldots, \dot{x}^n)$. Предположим, что $g_{ij}(\dot{x})$ имеет непрерывные частные производные для каждого ненулевого вектора $\dot{x}$ и что $\det \|g_{ij}(\dot{x})\| \neq 0$. Определим, далее, для каждой тройки векторов a, b, $c \neq 0$ из M_n *скалярное произведение* $(a, b)_c$ *векторов* a, b *в направлении вектора* c: $(a, b)_c = g_{ij}(c^1, \ldots, c^n)\, a^i b^j$. *Скалярным произведением векторов* a, b, где $a \neq 0$ разумеется число $(a, b) = (a, b)_a$. При помощи этого скалярного произведения можно определить *ортонормированный базис* в M_n, как упорядоченную n-членную совокупность векторов $e_1, e_2, \ldots, e_n$ такую, что $(e_i, e_j) = \delta^i_j$ для $i \leqq j$, $i, j = 1, 2, \ldots, n$.

Пусть k—ориентированная достаточно гладкая кривая в M_n, с дугой s, нележащая ни в каком собственном линейном подпространстве данного пространства M_n. В данной статье показано построение, которое каждой точке упомянутой кривой с параметром s ставит в соответствие $n - 1$ кривизн $\varkappa_1(s), \varkappa_2(s), \ldots, \varkappa_{n-1}(s)$ и ортонормированную систему $e_1(s), e_2(s), \ldots$ $\ldots, e_n(s)$, где $e_1(s)$ — касательная, а $e_{i+1}(s)$ $(1 \leqq i < n)$ i-тая нормаль к данной кривой k. Для производной вектора $e_i(s)$ тогда справедливо

$$e_i' = -\alpha_{i1}e_1 - \ldots - \alpha_{ii}e_i + \varkappa_i e_{i+1} \quad (1 \leqq i \leqq n)\,, \tag{1}$$

где положено $\varkappa_{n+1} = 0$, $e_{n+1} = 0$, скаляры α_{ij} определенны рекурентно уравнениями

$$\begin{gathered}
\alpha_{i1} = \varkappa_1(e_2, e_i)_{e_1}\,,\\
\alpha_{i1}(e_2, e_1) + \alpha_{i2} = -\alpha_{21}(e_1, e_i)_{e_2} + \varkappa_2(e_3, e_i)_{e_2}\,,\\
\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
\sum_{j=1}^{i-1} \alpha_{ij}(e_{i-1}, e_j) = -\sum_{j=1}^{i-1} \alpha_{i-1,j}(e_j, e_i)_{e_{i-1}} + \varkappa_{i-1}(e_i, e_i)_{e_{i-1}}\,,\\
\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
\alpha_{i1}(e_i, e_1) + \ldots + \alpha_{ii} = 0\,.
\end{gathered} \tag{2}$$

Векторы $e_1(s), e_2(s), \ldots, e_n(s)$ будем называть основным n-гранником ориентированной кривой k в точке с параметром s.

Пользуясь формулами Френе (1), (2), доказывает автор следующую теорему: