

## Werk

**Label:** Table of literature references

**Jahr:** 1957

**PURL:** [https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?31311157X\\_0082|log83](https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?31311157X_0082|log83)

## Kontakt/Contact

[Digizeitschriften e.V.](#)  
SUB Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen

✉ [info@digizeitschriften.de](mailto:info@digizeitschriften.de)

**Věta 4.4.** Pro vzdálenost  $\sigma[k(0), a(s)]$  bodů  $k(0)$  a  $a(s)$  platí

$$\lim_{s \rightarrow 0^+} \sigma[k(0), a(s)] = \frac{1}{{}^0\kappa_1 \cdot ({}^0e_2, {}^0e_2)_{e_1}}. \quad (50)$$

Důkaz. Existuje  $\lambda_1$  a  $\lambda_2$  tak, že

$$a(s) = k(s) + \lambda_1(s) e_2(s), \quad (51)$$

$$a(s) = k(0) + \lambda_2(s) {}^0e_2. \quad (52)$$

Odtud  $\sigma(k(0), a(s)) = \sigma(k(0), k(0) + \lambda_2 e_2) = \|\lambda_2 e_2\| = \lambda_2(s)$ , jestliže  $\lambda_2(s) \geq 0$ . Spočteme nyní  $\lambda_2(s)$ . Z (51) a (52) plyne  $k(s) - k(0) = -\lambda_1(s) e_2(s) + \lambda_2(s) \cdot {}^0e_2$ .

Odtud

$$(e_1(s), k(s) - k(0)) = \lambda_2(s) \cdot (e_1(s), {}^0e_2). \quad (53)$$

Podle poznámky za větou 4.2 jest

$$k(s) - k(0) = s \cdot {}^0e_1 + \frac{s^2}{2} {}^0\kappa_1 \cdot {}^0e_2 + o(s^2). \quad (54)$$

Dosadíme-li (54) do (53), dostaneme, že

$$\lambda_2(s) = s \cdot \frac{(e_1(s), {}^0e_1 + o(s))}{(e_1(s), {}^0e_2)} + \frac{s^2}{2} {}^0\kappa_1. \quad (55)$$

Nyní  $e_1(s) = {}^0e_1 + s \cdot {}^0e_1' + o(s)$ , avšak  ${}^0e_1' = {}^0\kappa_1 \cdot {}^0e_2$ ; tedy  $e_1(s) = {}^0e_1 + s \cdot {}^0\kappa_1 {}^0e_2 + o(s)$ . Odtud plyne, že v příslušném lineárním souřadném systému  $(x)$  v  $M_2(\sigma)$  jest

$$\begin{aligned} (e_1(s), {}^0e_2) &= g_{ij}({}^0e_1 + s \cdot {}^0\kappa_1 \cdot {}^0e_2 + o(s)) \cdot [{}^0e_1^i + s {}^0\kappa_1 {}^0e_2^i + o^i(s)] \cdot {}^0e_2^j = \\ &= \left\{ g_{ij}({}^0e_1) + \frac{\partial g_{ij}({}^0e_1)}{\partial x'^k} [s \cdot {}^0\kappa_1 {}^0e_2^k + o^k(s)] + o_{ij}(s) \right\} \cdot \\ &\quad \cdot [{}^0e_1^i + s \cdot {}^0\kappa_1 {}^0e_2^i + o^i(s)] \cdot {}^0e_2^j. \end{aligned}$$

Odtud již snadno zjistíme, že

$$\lim_{s \rightarrow 0^+} \frac{(e_1(s), {}^0e_2)}{s} = {}^0\kappa_1 \cdot ({}^0e_2, {}^0e_2)_{e_1}. \quad (56)$$

Protože zřejmě  $\lim_{s \rightarrow 0^+} (e_1(s), {}^0e_1 + o(s)) = ({}^0e_1, {}^0e_1) = 1$  a  $\lim_{s \rightarrow 0^+} \frac{1}{2} s^2 {}^0\kappa_1 = 0$ , dostáváme z (55) a (56) rovnost (50).

#### LITERATURA

- [1] H. Busemann: Metric methods in Finsler spaces and in the foundations of geometry, Annals of Mathematics Studies, 8, Princeton 1942.
- [2] A. И. Мальцев: Основы линейной алгебры, Москва-Leningrad 1948.
- [3] H. Rund: Über Parallelverschiebung in Finslerschen Räumen, Math. Zeitschrift, 56 (1951), 115–128.
- [4] Veblen-Whitehead: The foundations of differential geometry, Cambridge 1932.