

## Werk

**Label:** Table of literature references

**Jahr:** 1957

**PURL:** [https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?31311157X\\_0082|log57](https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?31311157X_0082|log57)

## Kontakt/Contact

[Digizeitschriften e.V.](#)  
SUB Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen

✉ [info@digizeitschriften.de](mailto:info@digizeitschriften.de)

turou (1) a s  $m'$  stupni volnosti má stejný rozptyl jako  $s^2$  se strukturou (2), vyjde nám po snadném výpočtu, že

$$m' = \frac{1}{\sum_{j=1}^k \lambda_j^2 / m_j} . \quad (25)$$

Avšak čísla  $\lambda_j$ , jak již bylo řečeno, neznáme, protože jinak bychom použili vzorce (4) a celý problém by zmizel. Nezbyvá tedy než odhadnout  $\lambda_j$  z výběru. Jestliže  $s^2$  je dáno jako součet (3), pak odhadem pro (25) je právě (5). Není to sice odhad nestranný, ale je jednoduchou funkcí dvou nestranných odhadů, což má prakticky stejný účinek jako nestrannost sama:

$$\frac{E(s_1^2 + \dots + s_k^2)^2}{E \sum_{j=1}^k s_j^2 / (m_j + 2)} - 2 = \frac{(\sigma_1^2 + \dots + \sigma_k^2)^2 + 2 \sum \sigma_j^4 / m_j}{\sum_{j=1}^k \sigma_j^4 / m_j} - 2 = \frac{(\sigma_1^2 + \dots + \sigma_k^2)^2}{\sum_{j=1}^k \sigma_j^2 / m_j} ,$$

což je rovno právě (25), neboť  $\lambda_j = \sigma_j^2 / (\sigma_1^2 + \dots + \sigma_k^2)$ .

Příklad 5. Tři nezávislé výběry nám daly následující statistiky, odhady jejich rozptylů a příslušné stupně volnosti:

$$\begin{aligned} x_1 &= 11,8, & s_1^2 &= 1,02, & m_1 &= 10, \\ x_2 &= 16,4, & s_2^2 &= 0,94, & m_2 &= 10, \\ x_3 &= 14,1, & s_3^2 &= 0,52, & m_3 &= 4. \end{aligned}$$

Úkolem je najít 5%-ní interval spolehlivosti kolem statistiky

$$x = 0,5x_1 + 0,2x_2 + 0,3x_3 = 13,41 .$$

Dosadíme-li do (5) rozptyly jednotlivých sčítanců a příslušné stupně volnosti, dostáváme

$$m' = \frac{[(0,5)^2 1,02 + (0,2)^2 0,94 + (0,3)^2 0,52]^2}{\frac{[(0,5)^2 1,02]^2}{10 + 2} + \frac{[(0,2)^2 0,94]^2}{10 + 2} + \frac{[(0,3)^2 0,52]^2}{4 + 2}} - 2 = \frac{(0,3394)^2}{0,0059} - 2 \doteq 17,5 .$$

Zaokrouhlíme-li směrem dolů, efektivní počet stupňů volnosti je roven  $m' = 17$  a příslušné  $t = 2,11$ . Odhad rozptylu  $x$  jsme našli při výpočtu  $m'$ , a to  $s^2 = 0,3394$ , takže interval spolehlivosti  $x \pm ts$  je roven  $13,41 \pm 1,23$ .

Poznámka. Jestliže minimální  $m_j$  není příliš malé, můžeme ho vzít za počet stupňů volnosti a být si vědomi toho, že dostaneme interval spolehlivosti, který pokryje neznámý parametr s poněkud větší pravděpodobností než je ta, kterou jsme požadovali.

#### LITERATURA

- [1] Fisher, R. A.: The fiducial argument in statistical inference. Ann. Eug. Lond. 6 (1935), str. 391.