Резюме

ОБ ОДНОМ СВОЙСТВЕ ЦЕЛОЧИСЛЕННЫХ НЕОТРИЦАТЕЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЯ $\sum_{i=1}^{k} r_i = n$

КАРЕЛ ЧУЛИК (Karel Čulík), Брно.

(Поступило в редакцию 29/VIII 1956 г.)

Под решением $\{r_i\}_{i=1}^k$ уравнения (1) $\sum_{i=1}^{k} r_i = n$, где k, n — данные натуральные числа, подразумевается система целых и неотрицательных чисел r_i, $i = 1, 2, \ldots, k$, удовлетворяющих уравнению (1). Решение $\{h_i\}_{i=1}^k$ уравнения (1) называется *главным решением*, если $h_i = \left[\frac{n}{k}\right]$ для $1 \leqq i \leqq j$, $h_i = \left[\frac{n+k}{k}\right]$ для $j < i \leqq k$, где $j = k\left[\frac{n+k}{k}\right] - n$. Справедлива теорема:

Главное решение $\{h_i\}_{i=1}^k$ уравнения (1) удовлетворяет неравенству

$$\sum_{i=1}^{k} \binom{h_i}{c} \leqq \sum_{i=1}^{k} \binom{r_i}{c}$$

для всех решений $\{r_i\}_{i=1}^k$ и для любого целого числа $c \geqq 0$.

Эта теорема полезна при нахождении чисел, определяемых обобщенной проблемой К. Заранкевича (ср. К. Чулик: *Замечание к проблеме К. Заранкевича*, Práce brněnské základny ČSAV, *XXVII/7* (1955)), и позволяет высказать предположение о решении одной задачи П. Турана (№ 268 в Elemente der Mathematik, *XI/2* (1956)).

Zusammenfassung

ÜBER EINE EIGENSCHAFT DER GANZZAHLIGEN NICHTNEGATIVEN LÖSUNGEN DER GLEICHUNG $\sum_{i=1}^{k} r_i = n$

KAREL ČULÍK, Brno.

(Eingelangt 29. August 1956.)

Unter einer Lösung $\{r_i\}_{i=1}^k$ der Gleichung (1) $\sum_{i=1}^{k} r_i = n$, wo k, n gegebene natürliche Zahlen sind, versteht man ein System ganzer und nichtnegativer Zahlen r_i, $i = 1, 2, \ldots, k$, die die Gleichung (1) erfüllen. Eine Lösung $\{h_i\}_{i=1}^k$

der Gleichung (1) heisst die *Hauptlösung*, wenn sie folgendermassen definiert wird: $h_i = \left[\frac{n}{k}\right]$ für $1 \leqq i \leqq j$, $h_i = \left[\frac{n+k}{k}\right]$ für $j < i \leqq k$, wo $j = k\left[\frac{n+k}{k}\right] - n$. Es gilt der Satz:

Die Hauptlösung $\{h_i\}_{i=1}^k$ *der Gleichung* (1) *erfüllt die Ungleichheit*

$$\sum_{i=1}^{k}\binom{h_i}{c} \leqq \sum_{i=1}^{k}\binom{r_i}{c}$$

für alle Lösungen $\{r_i\}_{i=1}^k$ *und für beliebige ganze Zahl* $c \geqq 0$.

Dieser Satz ist nützlich bei der Berechnung der Zahlen, die durch das verallgemeinerte Problem von K. Zarankiewicz definiert sind (vgl. K. Čulík: *Poznámka k problému K. Zarankiewicze*, Práce brněnské základny ČSAV, XXVII/7 (1955)) und erlaubt eine Vermutung über Lösung einer Aufgabe No. 268 in Elemente der Mathematik XI/2 (1956)) von P. Turán.