Необходимое условие следующее:

$$\int^{t} L_{n+1}(x) \operatorname{Max}\left\{A(x) - \frac{1}{4} S_n(x),\, 0\right\} dx \to +\infty \quad \text{при} \quad t \to +\infty .$$

При условии $\int^{\infty} L_{n+1}(x) \left| A(x) - \frac{1}{4} S_n(x) \right| dx < +\infty$ выводятся для решений дифференциального уравнения (1) асимптотические формулы. Доказывается, что существует такая фундаментальная система y_1 и y_2 решений дифференциального уравнения (1), что $y_1(x) \sim \sqrt{L_n(x)}$, $y_2(x) \sim \sqrt{L_n(x)}\,.$ $.\, \log_{n+1} x$.

Zusammenfassung

EINE BEMERKUNG ZU DER FRAGE ÜBER DIE OSZILLATORISCHEN EIGENSCHAFTEN DER LÖSUNGEN DER DIFFERENTIALGLEICHUNG $y'' + A(x)\, y = 0$

MILOŠ RÁB, Brno

(Eingelangt 30. VII. 1956.)

L. D. NIKOLENKO [2] hat eine notwendige Bedingung für die Oszillation der Lösungen der linearen Differentialgleichung 2. Ordnung

$$y'' + A(x)\, y = 0 \tag{1}$$

abgeleitet, die er als „naheliegend" der hinreichenden Bedingung von E. GAGLIARDO [1] betrachtete. Seine notwendige Bedingung, neben der hinreichenden Bedingung von Gagliardo [1]:

$$B(x) = A(x) - \frac{1}{4x^2} \geqq 0\,, \quad \int^{t} x B(x)\, dx \to +\infty \quad \text{für} \quad t \to +\infty\,,$$

ist folgende:

$$\int^{\infty} x \ln x \operatorname{Max}\left\{A(x) - \frac{1}{4x^2}\,,\, 0\right\} dx = +\infty\,.$$

In der vorliegenden Arbeit werden beide Bedingungen verallgemeinert. Es wird bewiesen, dass die hinreichende Bedingung für die Oszillation der Lösungen der Differentialgleichung (1) die Divergenz des Integrals

$$\int^{t} \frac{L_{n+1}(x)}{\log_{n+2}^{1+\varepsilon} x} \left\{A(x) - \frac{1}{4} S_n(x)\right\} dx \quad \text{für } t \to +\infty$$

ist, wo $\varepsilon > 0$ und n eine nichtnegative ganze Zahl ist. (Die Definition der Funktionen $L_n(x)$ und $S_n(x)$ findet man in der Arbeit.)

Die notwendige Bedingung ist:

$$\int^{t} L_{n+1}(x)\,\mathrm{Max}\left\{A(x) - \frac{1}{4}\,S_n(x)\,,\ 0\right\} dx \to +\infty \quad \text{für} \quad t \to +\infty\,.$$

Unter der Voraussetzung $\int^{\infty} L_{n+1}(x)\left|A(x) - \frac{1}{4}\,S_n(x)\right| dx < +\infty$

werden für die Lösungen der Differentialgleichung (1) die asymptotischen Formeln abgeleitet. Es wird bewiesen, dass ein solches Fundamentalsystem y_1 und y_2 der Differentialgleichung (1) existiert, dass $y_1(x) \sim \sqrt{L_n(x)}$, $y_2(x) \sim \sqrt{L_n(x)}\,.\,\log_{n+1} x$ gilt.