RŮZNÉ

ŘEŠENÍ ALGEBRAICKÝCH ROVNIC POTENČNÍMI ŘADAMI

Pan dr OTAKAR KODL, Valašské Meziříčí, upozorňuje redakci na tuto methodu řešení algebraické rovnice $f(x) = 0$:

Buď $f = f_1 + f_2$, kde f_1, f_2 jsou opět polynomy; buď c_0 takové číslo, že $f_1(c_0) = 0$, $f_1'(c_0) \neq 0$. (Tomu lze v netriviálních případech vyhovět na př. takto: Je-li $f(x) = \sum_{k=0}^{n} a_k x^k$, určíme takové dva různé indexy i, j, aby bylo $a_i a_j \neq 0$, položíme $f_1(x) = a_i x^i + a_j x^j$ a za c_0 zvolíme nějaký nenulový kořen rovnice $f_1(x) = 0$.) Utvořme nyní funkci $g(x, u) = f_1(x) + u f_2(x)$. Protože $g(c_0, 0) = f_1(c_0) = 0$, $\frac{\partial g}{\partial x}(c_0, 0) = f_1'(c_0) \neq 0$, můžeme pokládat x za funkci proměnné u, definovanou v jistém okolí bodu $u = 0$ vztahem $g(x, u) = 0$, a psát $x = x(u) = c_0 + c_1 u + c_2 u^2 + \ldots$ Koeficienty c_i pro $i > 0$ lze počítat rekurentně (vždy pomocí lineární rovnice) ze vztahu $g(x, u) = 0$. Jestliže potom řada $\sum_{i=0}^{\infty} c_i u^i$ má poloměr konvergence větší než 1, platí $g(x(u), u) = 0$ též pro $u = 1$, takže číslo $x = x(1) = \sum_{i=0}^{\infty} c_i$ vyhovuje vztahu $f(x) = f_1(x) + 1 \cdot f_2(x) = g(x, 1) = 0$. Dostáváme tak kořen rovnice $f(x) = 0$.