**Теорема 2.** *Необходимым и достаточным условием для того, чтобы при двух различных тройках характеристик $a_1, b_1, c_1$; $a_2, b_2, c_2$ не могла существовать пара слов с тремя совпадающими местами, является справедливость соотношений*

$$\begin{gathered} a_1 \not\equiv a_2 \pmod{n}\,, \quad b_1 \not\equiv b_2 \pmod{n}\,, \quad c_1 \not\equiv c_2 \pmod{n}\,, \\ a_1 - c_1 \not\equiv a_2 - c_2 \pmod{n}\,, \quad b_1 - c_1 \not\equiv b_2 - c_2 \pmod{n}\,, \\ a_1 + b_1 - c_1 \not\equiv a_2 + b_2 - c_2 \pmod{n}\,. \end{gathered} \tag{1}$$

Обозначим теперь для любых целых чисел $p$, $q$ символом $(p, q)$ их общий положительный наибольший делитель.

Далее имеет место

**Теорема 3.** *Пусть* $(n, 2) = (n, 3) = 1$. *Тогда существует $n$ троек $a_i$, $b_i$, $c_i$, $i = 1, 2, \ldots, n$, из которых любые две удовлетворяют условиям* (1); *следовательно, для таких $n$ троек описанный выше способ подбора слов является оптимальным.*

На примере далее показано, что для $n$, делимого на три, теорема 3 несправедлива.

В заключение § 3 доказано, что если $n = 2k$, где $k$ нечетно, то никоим образом нельзя найти $n$ троек $a_i, b_i, c_i$, удовлетворяющих условиям (1).

## Zusammenfassung

# ÜBER EIN PROBLEM DER KODENTHEORIE

JAROMÍR ABRHAM, MILOSLAV DRIML, Praha.

(Eingelangt 15. 2. 1955.)

Es sind endliche geordnete Mengen $\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \ldots, \mathfrak{M}_5$ mit derselben Anzahl von Elementen gleich $n$ gegeben. Die Mengen werden wir weiter *Alphabete*, ihre Elemente *Buchstaben* und die Elemente aus ihrem kartesischen Produkt *Wörter* bezeichnen. In der Arbeit wird die Frage studiert, wieviel solche Wörter ausgewählt werden können, die sich wenigstens auf drei Stellen unterscheiden würden. Diese Wörter werden als „Wörter mit dreistelligem Unterschied" bezeichnet.

In § 2 wird bewiesen (Satz 1), *dass es möglich ist, höchstens $n^3$ solcher Wörter auszuwählen,* wobei aber diese Grenze nicht immer erreichbar ist und die maximal erreichbare Anzahl solcher Wörter von der Methode ihrer Auswahl abhängig ist. Die Methode, die zur höchsten erreichbaren Anzahl solcher Wörter führt, wird daher als die optimale bezeichnet.

In § 3 wird die Methode der Auswahl von Wörtern beschrieben. Wir werden von einem System von fünf nebeneinander liegenden geordneten Alphabete $\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \ldots, \mathfrak{M}_5$ ausgehen. Die Buchstaben jedes Alphabets werden mit den Nummern $0, 1, \ldots, n-1$ nummeriert. Wir werden eine solche zyklische Permutation des Alphabets $\mathfrak{M}_i$, in der an der nullten Stelle der $r$-te Buchstabe der ursprünglichen Anordnung steht, als $\mathfrak{M}_i^{(r)}$ bezeichnen. Wenn die ganzen Zahlen $a, b, c$ (Charakteristiken genannt) gegeben sind, wobei $0 \leqq a, b, c \leqq n-1$ gilt und wenn $s, t$ unabhängig voneinander die Zahlen $0, 1, \ldots, n-1$ durchlaufen, bilden wir die Wörter mit Hilfe der folgenden Methode:

An die erste Stelle des Wortes stellen wir den $s$-ten Buchstaben des Alphabets $\mathfrak{M}_1^{(0)}$, an die zweite Stelle den $s$-ten Buchstaben des Alphabets $\mathfrak{M}_2^{(a)}$, an die dritte Stelle den $t$-ten Buchstaben des Alphabets $\mathfrak{M}_3^{(0)}$, an die vierte Stelle den $t$-ten Buchstaben des Alphabets $\mathfrak{M}_4^{(b)}$, an die fünfte Stelle den $q$-ten Buchstaben des Alphabets $\mathfrak{M}_5^{(c)}$, wobei $q \equiv s + t \pmod{n}$ und $0 \leqq q \leqq n-1$ ist. (Der Symbol $\equiv$ bezeichnet hier die Kongruenz nach dem angegebenen Modul.) Derart werden $n^2$ Wörter mit dreistelligem Unterschied gebildet.

Weiter wird in § 3 der folgende Satz bewiesen:

**Satz 2.** *Die notwendige und hinreichende Bedingung, dass bei zwei verschiedenen Zahlentripeln der Charakteristiken $a_1, b_1, c_1; a_2, b_2, c_2$ nicht ein Paar Wörter existieren möchte, die an drei Stellen einen gemeinsamen Buchstaben hätten, ist die Gültigkeit der Beziehungen*

$$\begin{gathered} a_1 \not\equiv a_2 \pmod{n}, \quad b_1 \not\equiv b_2 \pmod{n}, \quad c_1 \not\equiv c_2 \pmod{n}, \\ a_1 - c_1 \not\equiv a_2 - c_2 \pmod{n}, \quad b_1 - c_1 \not\equiv b_2 - c_2 \pmod{n}, \\ a_1 + b_1 - c_1 \not\equiv a_2 + b_2 - c_2 \pmod{n}. \end{gathered} \tag{1}$$

Wir werden nun für beliebige ganze Zahlen $p, q$ ihren grössten positiven gemeinsamen Teiler mit dem Symbol $(p, q)$ bezeichnen.

Weiter gilt

**Satz 3.** *Lassen wir $(n, 2) = (n, 3) = 1$ gelten. Dann existieren $n$ Zahlentripel $a_k, b_k, c_k$, $k = 1, 2, \ldots, n$, wobei immer zwei davon die Bedingungen (1) erfüllen. Die oben beschriebene Methode der Auswahl der Wörter ist also für diese Werte von $n$ optimal.*

Auf einem Beispiel wird weiter gezeigt, dass für $n$, das durch drei teilbar ist, der Satz 3 nicht gilt.

Am Ende des § 3 wird bewiesen, dass es für den Fall $n = 2k$ ($k$ eine ungerade Zahl) nicht möglich ist $n$ Zahlentripel $a_i, b_i, c_i$, $i = 1, 2, \ldots, n$ zu bilden, die die Bedingungen (1) erfüllen.