Werk

Label: Table of literature references

Jahr: 1956

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?31311157X_0081|log21

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

info@digizeitschriften.de

nezávisle na poloze středu úsečky, dopustíme se chyby, kterou lze učinit libovolně malou, volíme-li l dostatečně velké.

Pro momenty náhodné proměnné c' dostáváme tyto výrazy:

$$E(c') = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi \left(|\sin \Theta| + \left|\sin\left(\Theta - \frac{\pi}{3}\right)\right| + \left|\sin\left(\Theta - \frac{2\pi}{3}\right)\right|\right) \mathrm{d}\Theta = \frac{6}{\pi};$$

$$E(c'^2) = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi \left(|\sin \Theta| + \left|\sin\left(\Theta - \frac{\pi}{3}\right)\right| + \left|\sin\left(\Theta - \frac{2\pi}{3}\right)\right|\right)^2 \mathrm{d}\Theta = 2 + \frac{3\sqrt{3}}{\pi};$$

$$\sigma^2 = \sigma^2(c') = 2 + \frac{3\sqrt{3}}{\pi} - \frac{36}{\pi^2}.$$

Úpravou posledního vztahu dostaneme kvadratickou rovnici pro π:

$$(2 - \sigma^2)\,\pi^2 + 3\sqrt{3}\pi - 36 = 0\,, \quad \text{t. j.} \ \pi = \frac{-3\sqrt{3} + \sqrt{27 + 144(2 - \sigma^2)}}{2(2 - \sigma^2)}.$$

Tento zlomek definuje funkci $\hat{\pi}(\sigma^2)$, považujeme-li σ^2 za proměnnou.

Snadno se zjistí, že σ^2 leží nutně v mezích od 0 do $\frac{7 - 4\sqrt{3}}{4}$. Hodnota 0 odpovídá případu, kdy úsečka protne při každém hodu týž počet přímek; hodnota $\frac{7 - 4\sqrt{3}}{4}$ odpovídá případu, kdy v polovině hodů úsečka protne minimální počet přímek ($c' = \sqrt{3}$; to nastane tehdy, dopadne-li úsečka rovnoběžně s některou soustavou) a v polovině hodů protne maximální počet přímek ($c' = 2$; to nastane tehdy, půlí-li úsečka úhel dvou sousedních soustav).

Ježto $\hat{\pi}(\sigma^2)$ je v daném intervalu rostoucí a $\hat{\pi}(0) = 3{,}1380\ldots$, $\hat{\pi}\left(\frac{7 - 4\sqrt{3}}{4}\right) = 3{,}14803\ldots$, platí $3{,}1380 < \pi < 3{,}1481$.

LITERATURA

K § 1: Řešení Buffonovy úlohy viz na př.:

[1] *B. V. Gněděnko*: Kurs těoriji věrojatnostěj, Moskva 1950, str. 35; experimentální určení čísla π viz tamtéž, str. 347.

K § 2: Jak vyplývá z recense v Math. Rev. 14 (1953), str. 457, zabývá se různými stochastickými methodami výpočtu určitých integrálů $\int_0^1 f(x)\,dx$ ze spojité funkce $f(x)$ T. Kitagawa v článku:

[2] *T. Kitagawa*: Random integrations, Bull. Math. Statist. 4 (Fukuoka, 1950), str. 15–21.