potom má najviac jednu netriviálnu[3]) reláciu kongruentnosti, z čoho plynie tvrdenie „vtedy".

Tvrdenie „len vtedy" je nesprávne. Existuje nekonečne mnoho algebier, ktoré majú len jednoprvkové operácie, ktorých všetky relácie kongruentnosti sú doplňkové a ktoré majú viac ako tri relácie kongruentnosti. Dôkaz vyplýva z nasledujúcich jednoduchých príkladov.

Príklad 1. Nech G je grupa, ktorá má viac ako tri relácie kongruentnosti. Uvažujme algebru A, definovanú takto: prvky algebry A sú tie isté ako prvky grupy G; množina operácií $F = \{f_a, g_a\}$ na algebre A je tvorená všetkými operáciami tvaru

$$f_a(x) = ax\,, \quad g_a(x) = xa\,,$$

kde výrazy vpravo sú súčiny v grupe G a a je ľubovoľný prvok grupy G. Zrejme každá relácia R, ktorá je reláciou kongruentnosti na grupe G, je zároveň reláciou kongruentnosti na algebre A, a opačne. Algebra A má viac ako tri relácie kongruentnosti, všetky relácie kongruentnosti doplňkové a len jednoprvkové operácie.

V predošlom príklade algebra A je zrejme len „iným vyjadrením" grupy G. Obecnejšie, je zejmé, že n-árna operácia $f(x_1, \ldots, x_n)$ se dá „vyjadriť" pomocou systému (môže sa stať, že nekonečného) jednoprvkových operácií $f(x, a_1, \ldots,$ $\ldots, a_{n-1})$, atď., kde a_i sú pevné prvky algebry A. Uvedený príklad nás nabáda zosilniť predpoklady v tvrdení (B) a vylúčiť možnosť „iného vyjadrenia" tým, že žiadame, aby algebra A mala len jedinú operáciu f, a aby táto operácia bola jednoprvková. Takto zúžené tvrdenie (B) by však bolo tiež nesprávne, ako ukazuje nasledujúci príklad:

Príklad 2. Nech algebra A má 4 prvky, $A = \{1, 2, 3, 4\}$, a jednoprvkovú operáciu f, pre ktorú platí $f(1) = 4$, $f(2) = 3$, $f(3) = 2$, $f(4) = 1$. Netriviálne relácie kongruentnosti na A sú dané rozkladmi $\{(1, 2), (3, 4)\}$, $\{(1, 3), (2, 4)\}$, $\{(1, 4), (2, 3)\}$. Ľahko sa preverí, že všetky relácie kongruentnosti sú navzájom doplňkové.

LITERATÚRA

[1] *G. Birkhoff:* Lattice theory, New York, 1948 (Теория структур, Москва, 1952).

[2] *А. И. Мальцев:* К общей теории алгебраических систем, Мат: сборник *35* (77) (1954), 3—20.

[3] *А. Г. Курош:* Теория групп, Москва, 1953.

[4] *P. Dubreil:* Algèbre, Paris, 1946.

[5] *O. Borůvka:* O rozkladech množin, Rozpravy II. tř. České Akad., roč. *53* (1943), č. 23.

[6] *O. Ore:* Theory of equivalence relations, Duke Math. J. *9* (1942), 573—627.

[7] *G. Travisan:* Construzione di quasigruppi con relazioni di congruenza non permutabili, Rend. Sem. Mat. Univ. Padova *22* (1953), 11—22.

[3]) t. j. rôznu od relácie R_m, v ktorej $x R y$ vtedy a len vtedy, keď $x = y$, a zároveň rôznu od relácie R_M, v ktorej $x R y$ pre každú dvojicu $x, y \in A$.