Werk

Label: Abstract

Jahr: 1956

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?31311157X_0081|log123

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

info@digizeitschriften.de

(a, b) непрерывную производную 3-ьего порядка; б) она возрастает в указанном интервале от своего значения a до значения b; в) для каждого $x \in (a, b)$ $\varphi(x) > x$.

Справедливы следующие теоремы:

Теорема 1. *Пусть φ — основная центральная дисперсия 1-ого рода, соответствующая диф. уравнению (1). Пусть функция F определена формулой*

$$F(x) = -\frac{\operatorname{sgn} w}{\pi} \cdot \alpha(x) ,$$

причем α означает первую фазу упорядоченной пары независимых интегралов u, v диф. уравнения (1), а w — их определитель Вронского. Тогда в интервале (a, b) справедливо утверждение: функция F является решением функционального уравнения $F[\varphi(x)] - F(x) = 1$, имеет непрерывную производную 3-ьего порядка, возрастает от $-\infty$ до $+\infty$ и $-\pi^2F'^2(x) + \frac{3}{4} \cdot \frac{F''^2(x)}{F'^2(x)} - \frac{1}{2} \frac{F'''(x)}{F'(x)} = q(x)$.

Теорема 2. *Пусть φ имеет в интервале (a, b) свойства* а), б), в). *Далее, пусть в интервале (a, b): Функция F является решением функционального уравнения $F[\varphi(x)] - F(x) = 1$, пусть она имеет непрерывную производную 3-ьего порядка и возрастает от $-\infty$ до $+\infty$, $(F'(x) > 0)$; пусть, наконец,*

$$q(x) = -\pi^2F'^2(x) + \frac{3}{4} \cdot \frac{F''^2(x)}{F'^2(x)} - \frac{1}{2} \cdot \frac{F'''(x)}{F'(x)} .$$

Тогда в интервале (a, b) функция q будет непрерывной, интегралы диф. уравнения

$$y'' = q(x)\, y \tag{2}$$

будут колебаться, а функция φ есть основная центральная дисперсия 1-ого рода, соответствующая диф. уравнению (2).

Zusammenfassung

ÜBER GEWISSE LÖSUNGEN DER FUNKTIONALGLEICHUNG $F[\varphi(x)] - F(x) = 1$

MIROSLAV LAITOCH, Olomouc.

(Eingelangt 19. XI. 1955.)

In dieser Arbeit wird der Zusammenhang gewisser Lösungen der Funktionalgleichung $F[\varphi(x)] - F(x) = 1$ mit oszillierenden Integralen einer linearen Differentialgleichung 2. Ordnung beschrieben.

Wir betrachten die lineare Differentialgleichung 2. Ordnung

$$y'' = q(x) \,.\, y\,; \tag{1}$$

wir setzen voraus, dass der Koeffizient q im Intervall (a, b) eine stetige Funktion ist und dass die Lösungen der Differentialgleichung (1) in diesem Intervall oszillieren.

Die zu der Differentialgleichung (1) gehörige erste Zentraldispersion 1. Art φ a) hat im Intervall (a, b) eine stetige Ableitung 3. Ordnung, b) sie wächst in diesem Interval vom Funktionswert a zum Funktionswert b, c) sie erfüllt für jedes $x \in (a, b)$ die Ungleichung $\varphi(x) > x$.

Es gelten folgende Sätze:

Satz 1. *Es sei φ die zu der Differentialgleichung* (1) *gehörige erste Zentraldispersion 1. Art. Die Funktion F sei durch die Formel*

$$F(x) = -\frac{\operatorname{sgn} w}{\pi} \,.\, \alpha(x)$$

definiert. α bedeutet die erste Phase eines geordneten Paares unabhängiger Lösungen u, v der Differentialgleichung (1) *und w die wronskische Determinante. Dann gilt im Intervall* (a, b) *folgendes: Die Funktion F ist eine Lösung der Funktionalgleichung $F[\varphi(x)] - F(x) = 1$, sie hat eine stetige Ableitung 3. Ordnung und wächst von $-\infty$ bis $+\infty$,* $(F'(x) > 0)$; *ferner gilt die Identität* $-\pi^2 F'^2(x) + {}$ $+ \dfrac{3}{4}\dfrac{F''^2(x)}{F'^2(x)} - \dfrac{1}{2}\dfrac{F'''(x)}{F'(x)} = q(x)$.

Satz 2. *Es sei φ eine Funktion, die im Intervall* (a, b) *die obigen Eigenschaften* a), b), c) *besitzt. Es sei F eine Lösung der Funktionalgleichung $F[\varphi(x)] - F(x) = {}$ $= 1$, die eine stetige Ableitung 3. Ordnung besitzt und im Intervall* (a, b) *von $-\infty$ bis $+\infty$ wächst* $(F'(x) > 0)$; *ferner sei q durch die Formel*

$$q(x) = -\pi^2 F'^2(x) + \frac{3}{4}\frac{F''^2(x)}{F'^2(x)} - \frac{1}{2}\frac{F'''(x)}{F'(x)}$$

definiert. Dann gilt im Intervall (a, b) *folgendes: Die Funktion q ist stetig, die Lösungen der Differentialgleichung*

$$y'' = q(x) \,.\, y \tag{2}$$

oszillieren und die Funktion φ ist die zu der Differentialgleichung (2) *gehörige erste Zentraldispersion 1. Art.*