Nyní stačí ukázat, že číslo $\varphi(x_0)$ je kořenem integrálu y bezprostředně následujícím za kořenem x_0. Ukážeme napřed, že $\varphi(x_0)$ je kořen integrálu y. Je

$$y[\varphi(x_0)] = \{c_1 \sin \pi\, F[\varphi(x_0)] + c_2 \cos \pi\, F[\varphi(x_0)]\} : \sqrt{F'[\varphi(x_0)]} =$$

$$= \{c_1 \sin [\pi\, F(x_0) + \pi] + c_2 \cos [\pi\, F(x_0) + \pi]\} : \sqrt{\frac{F'(x_0)}{\varphi'(x_0)}} = -\, y(x_0) \sqrt{\varphi'(x_0)}\,,$$

neboť vzhledem k vlastnosti 1° platí $F[\varphi(x_0)] = F(x_0) + 1$, $F'[\varphi(x_0)] = F'(x_0) : \varphi'(x_0)$. Z vlastnosti c) funkce φ víme, že je $\varphi(x_0) > x_0$, takže zbývá ukázat, že mezi nulovými body x_0 a $\varphi(x_0)$ integrálu y neleží žádný další nulový bod integrálu y. V případech $y = c_1 u$ resp. $y = c_2 v$ to plyne ze vzorců (5). Je-li $c_1 \neq 0 \neq c_2$ plyne tvrzení pomocí Sturmovy věty o oddělování nulových bodů integrálů. Neboť kdyby mezi nulovými body x_0, $\varphi(x_0)$ integrálu y ležel jeho další nulový bod, pak by na př. integrál u musel míti v int. $(x_0, \varphi(x_0))$ dva nulové body, na příklad x_1, $\varphi(x_1)$ a platilo by $x_0 < x_1 < \varphi(x_1) < \varphi(x_0)$, což však není možné, protože podle předpokladu funkce φ v int. (a, b) roste.

LITERATURA

[1] *O. Borůvka*: О колеблющихся интегралах диф. лин. уравнений 2-го порядка, Чехосл. мат. ж., *2 (78)*, 1953, 199—256.

Резюме

О НЕКОТОРЫХ РЕШЕНИЯХ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ $F[\varphi(x)] - F(x) = 1$

МИРОСЛАВ ЛАЙТОХ (Miroslav Laitoch), Оломоуц.

(Поступило в редакцию 19/XI 1955 г.)

В настоящей статье показано, в какой связи находятся определенные решения функционального уравнения $F[\varphi(x)] - F(x) = 1$ и колеблющиеся интегралы линейного диф. уравнения 2-ого порядка.

Возьмем линейное диф. уравнение 2-ого порядка

$$y'' = q(x)\, y\,, \tag{1}$$

о котором будем предполагать, что коэффициент q является в интервале (a, b) непрерывной функцией и что в указанном интервале решения данного диф. уравнения колеблются.

Основная центральная дисперсия 1-ого рода φ, соответствующая диф. уравнению (1), обладает следующими свойствами: а) она имеет в интервале