Werk

Label: Abstract

Jahr: 1956

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?31311157X_0081|log118

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

info@digizeitschriften.de

Резюме

ТЕОРЕМА О ПОДСТАНОВКЕ ДЛЯ ИНТЕГРАЛОВ ДАНЖУА

КАРЕЛ КАРТАК (Karel Karták), Прага.

(Поступило в редакцию 27/X 1955 г.)

В работе доказана формула (S) при различных предположениях об интеграле и функциях f, φ. Терминология и обозначения взяты из книги [2].

(2,7) *Пусть f — ограниченная функция в $\langle a, b\rangle$. Пусть существует непрерывная функция F_1 такая, что $F_1'(x) = f(x)$ за исключением счетного множества $x \in \langle a, b\rangle$. Пусть φ ACG_* в $\langle \alpha, \beta\rangle$, $a \leq \varphi(t) \leq b$ для всех $t \in \langle \alpha, \beta\rangle$. Тогда справедлива формула (S).*

Доказательство этой теоремы опирается на следующую лемму:

(2,8) *Пусть $F \in \mathrm{Lip}\ 1$ в $\langle a, b\rangle$, пусть φ ACG_* в $\langle \alpha, \beta\rangle$. Пусть $a \leq \varphi(t) \leq$ $\leq b$ для всякого $t \in \langle \alpha, \beta\rangle$. Тогда $F(\varphi)$ ACG_* в $\langle \alpha, \beta\rangle$.*

Не трудно обобщить (2,7) для случая интеграла Данжуа-Хинчина [теорема (3,4)]. Я не знаю, имеют ли эти теоремы место также для ограниченной измеримой функции f.

В предыдущем утверждении ,,общей'' являлась та функция, по которой проводилась подстановка. Обобщения известной теоремы о подстановке для случая суммируемой функции f и неубывающей φ даны в теоремах (2,11), (3,3).

(2,11) *Пусть f — D_*-интегрируема в $\langle a, b\rangle$; пусть φ — абсолютно непрерывная и неубывающая функция в $\langle \alpha, \beta\rangle$; пусть $\alpha \leq \varphi(t) \leq b$ для всех $t \in \langle \alpha, \beta\rangle$. Тогда имеет место ($S$).*

Если мы здесь напишем ,,D-интегрируема'' вместо ,,D_*-интегрируема'', получаем теорему (3,3), которая доказана в [4] Г. П. Толстовым.

Если мы воспользуемся известной теоремой о равносильности интегралов Перрона и Данжуа, и теоремой о подстановке, доказанной в [3], стр. 292, то можем высказать следующую теорему:

Теорема. *Пусть f — функция, определенная в $\langle a, b\rangle$. Пусть φ — непрерывная функция в $\langle \alpha, \beta\rangle$, $a \leq \varphi(t) \leq b$ для всех $t \in \langle \alpha, b\rangle$. Пусть всякий интервал $\langle \gamma, \delta\rangle \subset (\alpha, \beta)$ можно разделить на конечное множество таких интервалов, что на каждом из них функция φ монотонна и абсолютно непрерывна. Тогда имеет место (S) (речь идет об интегралах Перрона) в том случае, если или $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$ или $\int_\alpha^\beta f(\varphi(t))\,\varphi'(t)\,\mathrm{d}t$ существует.*