Dále postupujeme jako v (2,7).

(B) Není-li $t_0 \in \bigcup_{i=1}^{\infty} D_i$, platí $\Phi'_{as}(t_0) = f(\varphi(t_0))\, \varphi'_{as}(t_0)$ podle (3,5).

IV. Poznámky a problémy

(**4,1**) Větu (1,3) je možno odvodit z věty (2,11). (V [1] je důkaz proveden rozšiřováním integrálu na obou stranách formule (S) Rieszovou methodou.) Je-li totiž f lebesgueovsky integrovatelná, máme na levé straně formule (S) ovšem Lebesgueův integrál; napravo však také, protože $\int_a^t f(\varphi(u))\, \varphi'(u)\, du = F(\varphi(t))$, a $F(\varphi)$ je absolutně spojitá. Podobně je možno odvodit větu (2,11) z věty (3,3).

(**4,2**) Je-li f omezená měřitelná, je $F = \int f$ v třídě Lip 1, tedy Φ, kde $\Phi(t) = F(\varphi(t))$ pro $t \in \langle \alpha, \beta \rangle$, je podle (2,8) ACG_* pro φ ACG_*. Nevím však, zda platí (2,7) také pro omezenou měřitelnou f. Bylo by zajímavé podat důkaz (2,7) přímou konstrukcí majorant.

(**4,3**) V článku [3] je dokázána řada vět o substituci pro Perronův integrál elementárně, t. j. bez předběžné znalosti theorie míry. Důkazy jsou dokonce dány pro Perron-Stieltjesův integrál. Věta v odstavci 45 na str. 291 je poněkud méně obecná, než věty (2,11), (3,3), zato je však symetrická (t. j. existuje-li levá strana v (S), rovná se pravé a obráceně). V témže odstavci je vyslovena věta obrácená k (2,11), t. j. z existence pravé strany plyne existence a rovnost levé.

(**4,4**) Ve větách (2,11) a (3,3) se vyskytuje silný předpoklad o φ: monotonie. Tento předpoklad je možno redukovat stejnou methodou, jako v [3], str. 292. V obou větách stačí předpokládat, že každý interval $\langle \gamma, \delta \rangle \subset (\alpha, \beta)$ je možno rozdělit na konečně mnoho intervalů, na kterých je φ monotonní (a absolutně spojitá). K důkazu se použije faktu, že operace, kterou se vytvářejí nevlastní integrály, nezobecňuje Denjoyovy integrály.

LITERATURA

[1] *F. Riesz, B. Sz.-Nagy:* Leçons d'analyse fonctionnelle, Budapest 1952.

[2] *S. Saks:* Theory of the Integral, Warszawa 1937.

[3] *J. Mařík:* Základy theorie integrálu v euklidových prostorech. Časopis pro pěstování matematiky 77 (1952), str. 1—51, 125—145, 267—301.

[4] *Г. П. Толстов:* О криволинейном и повторном интеграле. Труды мат. инст. В. А. Стеклова, *XXXV*, М—Л 1950.