

Werk

Label: Abstract

Jahr: 1955

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?31311157X_0080|log77

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

✉ info@digizeitschriften.de

Résumé

LES SURFACES FOCALES DES CONGRUENCES DE SPHÈRES

ZDENĚK VANČURA, Praha.

(Venu le 13 octobre 1954.)

La surface élémentaire $\mathbf{v} = v^a \mathbf{p}_a = \frac{du^a}{dt} \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial u^a}$ d'une surface enveloppe de sphères $u^a = u^a(t)$ de la congruence de sphères $\mathbf{p} = \mathbf{p}(u^I, u^{II})$ le long de la sphère $t = t_0$ est par définition l'ensemble des couples focaux, communs à la L -sphère $t = t_0$ et aux L -sphères $\mathbf{r}$, où $\mathbf{v}(t_0) \cdot \mathbf{r} = 0$. On définit (en supposant $A_2 > 0$, $A_2 = a_{I I} a_{II II} - a_{I II}^2$, $a_{ij} = \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{p}_j$) [1]:

Définition 1. Toutes les surfaces élémentaires le long de la sphère $\mathbf{p}$ d'une congruence de sphères $\mathbf{p} = \mathbf{p}(u)$ ont en commun deux couples focaux. Les éléments des couples focaux sont le point et le plan. On désigne ce point (ce plan) par $F_k(f_k)$ ($k = 1, 2$) et on l'appelle le foyer (le plan focal) de la sphère $\mathbf{p}$ de la congruence $\mathbf{p} = \mathbf{p}(u)$. [2]

Définition 2. Le lieu géométrique des foyers F_k ($k = 1, 2$) des sphères de la congruence $\mathbf{p} = \mathbf{p}(u)$ s'appelle la $k^{\text{ième}}$ surface focale de la congruence de sphères $\mathbf{p} = \mathbf{p}(u)$. [2]

Ce travail traite des surfaces focales de la congruence de sphères $\mathbf{p} = \mathbf{p}(u)$. D'une part on y déduit les équations des surfaces focales de la congruence de sphères $\mathbf{p} = \mathbf{p}(u)$ (vois théorème 1); d'autre part on y démontre un théorème, concernant une propriété géométrique des surfaces focales de la congruence de sphères $\mathbf{p} = \mathbf{p}(u)$ (vois théorème 2).

Supposons maintenant la $k^{\text{ième}}$ surface focale ($k = 1, 2$) de la congruence $\mathbf{p} = \mathbf{p}(u)$ dans un tel domaine, où $A = (d_{24}, -d_{14}, 0, 2d_{12})$, $B = (d_{23}, -d_{13},$

$d_{12}, 0)$ sont deux points distincts, où $d_{ij} = 2 \begin{vmatrix} \frac{\partial p_i}{\partial u^I} & \frac{\partial p_j}{\partial u^I} \\ \frac{\partial p_i}{\partial u^{II}} & \frac{\partial p_j}{\partial u^{II}} \end{vmatrix}$.

Soit

$$s(x) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - p_4 x_4^2 - 2p_1 x_1 x_4 - 2p_2 x_2 x_4 - 2p_3 x_3 x_4.$$

On obtient ensuite les théorèmes suivants:

Théorème 1. La $k^{\text{ième}}$ surface focale ($k = 1, 2$) de la congruence de sphères $\mathbf{p} = \mathbf{p}(u)$ a, en coordonnées homogènes cartésiennes x_i ($i = 1, 2, 3, 4$), les équations suivantes:

$$\begin{aligned} x_1 &= \lambda_k d_{24} + \mu_k d_{23}, & x_2 &= -(\lambda_k d_{14} + \mu_k d_{13}), \\ x_3 &= \mu_k d_{12}, & x_4 &= 2\lambda_k d_{12}, \end{aligned}$$

où λ_k, μ_k satisfont à l'équation

$$s(\lambda_k A + \mu_k B) = 0, \quad \mu_1 : \lambda_1 \neq \mu_2 : \lambda_2.$$

Théorème 2. Si la $k^{\text{ième}}$ surface focale ($k = 1, 2$) de la congruence de sphères $\mathbf{p} = \mathbf{p}(u)$ est une surface, elle touche le plan focal f_k au foyer F_k .