Werk

Label: Abstract

Jahr: 1955

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?31311157X_0080|log76

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

info@digizeitschriften.de

Z (29), (30) a (32) tedy plyne, že v ohnisku $F_h = (0, 0, 0)$ $(h = 1)$ platí

$$u_3 = 0\,, \tag{33}$$

a tedy také (15).

Píšeme-li v právě provedeném důkaze (33) všude u^{II} místo u^{I} (vyjma v (31) a (32)) a v_3 místo u_3, dostáváme

$$v_3 = 0\,, \tag{34}$$

a tedy také (16).

Tím jsme provedli důkaz věty 2 pro $h = 1$. Jak ihned patrno, jest tento důkaz zároveň důkazem věty 2 pro $h = 2$.

Poznámka 3. Jako příklad kongruence koulí, jejíž oba pláště jsou plochy, uvádíme kongruenci

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}\left(x, y, \frac{x^2}{2}, -x^2 - y^2, 1, \frac{x^2}{2}\right), \; x > 0,\; y > 0\,,$$

kde x, y, z jsou pravoúhlé kartézské souřadnice (viz [2]).

LITERATURA

[1] *V. Hlavatý*: Zur Lie'schen Kugelgeometrie: I. Kanalflächen. Věstník Král. čes. společnosti nauk, Praha 1941.

K Lieově kulové geometrii: II. Kongruence (Elementární vlastnosti). Rozpravy II. třídy České akademie, roč. LI, č. 33.

[2] *Z. Vančura*: Les congruences de Lie-sphères (*L*-sphères). Spisy přírod. fakulty Karlovy university, č. *194*, str. 20—28, Praha 1950.

Резюме

ФОКАЛЬНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ КОНГРУЭНЦИЙ СФЕР

ЗДЕНЕК ВАНЧУРА (Zdeněk Vančura), Прага.

(Поступило в редакцию 13/X 1954 г.)

Под элементарной поверхностью $\mathbf{v} = v^a \mathbf{p}_a = \frac{\mathrm{d}u^a}{\mathrm{d}t}\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial u^a}$ каналовой поверхности $u^a = u^a(t)$ в конгруэнции сфер $\mathbf{p} = \mathbf{p}(u^{\mathrm{I}}, u^{\mathrm{II}})$ вдоль фиксированной сферы $t = t_0$ мы понимаем множество поверхностных элементов, общих фиксированной L-сфере $t = t_0$ и L-сферам $\mathbf{r}$, для которых имеет место

$\boldsymbol{v}(t_0) \,.\, \boldsymbol{r} = 0$. Рассмотрим конгруэнцию сфер $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}(u)$ в такой области, где $A_2 > 0$ $(A_2 = a_{\mathrm{I}\,\mathrm{I}}a_{\mathrm{II}\,\mathrm{II}} - a^2_{\mathrm{I}\,\mathrm{II}},\ a_{ij} = \boldsymbol{p}_i \,.\, \boldsymbol{p}_j)$ [1] и дадим такое определение:

Определение 1. *Все элементарные поверхности вдоль сферы $\boldsymbol{p}$ конгруэнции сфер $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}(u)$ имеют в точности два общих (действительных) поверхностных элемента. Точки (плоскости), из которых состоят эти поверхностные элементы, мы назовем фокусами (фокальными плоскостями) сферы $\boldsymbol{p}$ конгруэнции сфер $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}(u)$ и обозначим символами F_k (f_k), где $k = 1, 2$.* [2]

Определение 2. *Геометрическое место фокусов F_k $(k = 1, 2)$ сфер конгруэнции $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}(u)$ называется k-той фокальной поверхностью конгруэнции сфер $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}(u)$.* [2]

В работе, во-первых, выводятся уравнения фокальных поверхностей конгруэнции сфер $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}(u)$ (см. теорему 1), во-вторых, рассматривается и доказывается важное геометрическое свойство фокальных поверхностей конгруэнции сфер $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}(u)$ (см. теорему 2).

Рассмотрим k-тую фокальную поверхность $(k = 1, 2)$ конгруэнции сфер $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}(u)$ в области, в которой существуют две несовпадающие точки

$$A = (d_{24},\ -d_{14},\ 0,\ 2d_{12}),\quad B = (d_{23},\ -d_{13},\ d_{12},\ 0)\ ,$$

где

$$d_{ij} = 2\begin{vmatrix} \dfrac{\partial p_i}{\partial u^{\mathrm{I}}}, & \dfrac{\partial p_j}{\partial u^{\mathrm{I}}} \\ \dfrac{\partial p_i}{\partial u^{\mathrm{II}}}, & \dfrac{\partial p_j}{\partial u^{\mathrm{II}}} \end{vmatrix}.$$

Пусть далее

$$s(x) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - p_4x_4^2 - 2p_1x_1x_4 - 2p_2x_2x_4 - 2p_3x_3x_4\ .$$

Тогда имеет место

Теорема 1. *k-тая фокальная поверхность $(k = 1, 2)$ конгруэнции сфер $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}(u)$ выражается в однородных декартовых координатах x_i $(i = 1, 2, 3, 4)$ уравнениями*

$$x_1 = \lambda_k d_{24} + \mu_k d_{23}\ ,\qquad x_2 = -(\lambda_k d_{14} + \mu_k d_{13})\ ,$$
$$x_3 = \mu_k d_{12}\ ,\qquad x_4 = 2\lambda_k d_{12}\ ,$$

причем для λ_k, μ_k имеет место

$$s(\lambda_k A + \mu_k B) = 0\ ,\qquad \mu_1 : \lambda_1 \neq \mu_2 : \lambda_2\ .$$

Теорема 2. *Если k-тая фокальная поверхность $(k = 1, 2)$ конгруэнции сфер не вырождается в кривую линию (является действительно поверхностью), то фокальная плоскость f_k касается этой поверхности в фокусе F_k.*