REFERÁTY

PŘEDNÁŠKY MAĎARSKÝCH MATEMATIKŮ V ČESKOSLOVENSKU

K naší zprávě o pobytu maďarských hostů prof. dr LÁSZLO RÉDEIE a prof. dr OTTO VARGY v Československu, kterou jsme uveřejnili v předešlém čísle Časopisu, přinášíme dnes stručný obsah přednášek obou těchto vynikajících matematiků.

Přednášky prof. dr L. Rédeie:

Nový důkaz Hajósovy věty

(Předneseno 14. února 1955 v matematické obci pražské.)

$\mathfrak{G}$ označuje konečnou Abelovu grupu, $(\alpha)_e$ množinu prvků $\alpha^0, \alpha^1, \ldots, \alpha^{e-1}$ ($\alpha \in \mathfrak{G}$, $e \geq 2$). Při tom se předpokládá, že řád prvku α je větší nebo roven e. Známá věta Hajósova zní takto: Jestliže platí

$$\mathfrak{G} = (\alpha_1)_{e_1} \ldots (\alpha_n)_{e_n}$$

v tom smyslu, že každý prvek z $\mathfrak{G}$ se dá psát jednoznačně ve tvaru

$$\alpha_1^{i_1} \ldots \alpha_n^{i_n} \quad (i_k = 0, \ldots, e_k - 1;\ k = 1, \ldots, n)\,,$$

potom je alespoň jeden faktor $(\alpha_k)_{e_k}$ grupou. Přednášející podal nový důkaz, který je pro p-grupy překvapujícím způsobem jednoduchý, pro ostatní grupy však trochu složitější.

Pro p-grupy je důkaz jednoduchým důsledkem následující pomocné věty: Jsou-li $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ generátory konečné Abelovy p-grupy a jestliže každý podsystém $\alpha_{i_1}, \ldots, \alpha_{i_k}$ ($1 \leq i_1 < \ldots < i_k \leq n$) vytváří grupu řádu $\geq p^k$, potom, přeskupíme-li prvky $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ vhodným způsobem a umocníme-li je na vhodná čísla, vznikne systém $\omega_1, \ldots, \omega_n$ takový, že $\omega_1, \ldots, \omega_k$ vytvářejí grupu řádu p^k ($1 \leq k \leq n$).

Theorie holomorfů pro okruhy

(Předneseno 5. března 1955 v matematické obci pražské.)

Ke klasickým pojmům „charakteristické podgrupy" a „holomorfu dané grupy" zavádějí se v theorii okruhů analogické pojmy, totiž: „charakteristický podokruh" a „holomorfy daného okruhu". Jako pomocné pojmy vystupují zde jisté dvojice zobrazení daného okruhu do sebe, t. zv. „dvojité homothetismy" („Doppelhomothetismen"). Každý prvoideál je charakteristický. Každý ideál okruhu s jednotkovým prvkem je charakteristický.

ζ-funkce v algebře

(Předneseno 7. března 1955 v matematické obci pražské.)

$\mathfrak{G}$ nechť označuje konečnou Abelovu grupu, (M) počet prvků konečné množiny M, n přirozené číslo, $\mathfrak{N}$ množinu čísel $1, \ldots, n$. Jsou-li $A_1, \ldots, A_n$ podgrupy grupy $\mathfrak{G}$, pak symbolem $A_{\mathfrak{M}}$ ($\mathfrak{M} \subseteqq \mathfrak{N}$) označme součin všech A_i ($i \in \mathfrak{M}$).

Systém řádů

$$(A_{\mathfrak{m}}) \quad (\mathfrak{M} \subseteqq \mathfrak{N})$$

má velmi složité vlastnosti. K jejich objasnění zavedl přednášející komplexní funkci

$$\varrho(z) = \sum_{\mathfrak{m} \subseteqq \mathfrak{N}} (-1)^{(\mathfrak{m})} (A_{\mathfrak{m}})^{-z} .$$

Mezi jiným platí pozoruhodný „zákon setrvačnosti" (pro konečné Abelovy grupy):

$$0 \leqq \varrho(z) < 1 \quad (z = 1, 2, \ldots) .$$

Ostřejší odhad již není možný a dále, jsou-li c, C, z ($z \neq 1, 2, \ldots$; $z > 1$) daná reálná čísla, není ani jedna z nerovností

$$c < \varrho(z) < C$$

správná pro všechny uvažované grupy.

Funkci $\varrho(z)$ je možno zobecnit různým způsobem, jestliže za $\mathfrak{S}$ vezmeme v úvahu libovolný algebraický systém (na př. okruh) a za $A_1, A_2, \ldots$ (v konečném nebo i nekonečném počtu) příslušné algebraické podsystémy systému $\mathfrak{S}$. Funkce $\zeta(z) = \varrho(z)^{-1}$ (pro tyto zobecněné funkce $\varrho(z)$) zahrnují v sobě jako zvláštní případy Riemannovu funkci $\zeta(s)$ a také Dedekindovy funkce ζ. Jsou proto souhrnně označovány názvem ζ-funkce (v algebře).

Podle autorova sdělení *Karel Drbohlav*, Praha.

Přednášky prof. dr O. Vargy:

Základy riemannovské geometrie

(Předneseno 14. února 1955 v matematické obci pražské.)

Budiž dán rozvrstvený prostor (der gefaserte Raum), který je určen tím způsobem, že každému bodu základního prostoru je přiřazen prostor vektorový. Zavedením vhodných předpokladů lze tyto vektorové prostory interpretovat jako „tečné prostory" prostoru základního. Známým způsobem lze tu zavést diferenciálně geometrickou strukturu toho druhu, že kvadrát elementu oblouku je určen kvadratickou diferenciální formou. Na základě nového způsobu zobrazení daného prostoru na prostor eukleidovský definoval pak přednášející vzájemné vztahy jednotlivých tečných prostorů. Takto stanovený Riemannův prostor je jednoznačně určen, neboť z vyslovených definic lze určiti ekvivalenci dvou takových prostorů.

Míra křivosti měrné plochy (Eichfläche) Minkowského prostoru a geometrický význam jednoho tensoru křivosti Finslerova prostoru

(Předneseno 16. února 1955 v Praze.)

Metrika Minkowského prostoru indukuje na jeho měrné ploše (Eichfläche*)) metriku, která za přiměřených předpokladů je metrikou riemannovskou. Přednášející vyšetřoval míru křivosti této měrné plochy a stanovil, že tato míra křivosti je konstantní tehdy a jen tehdy, když daný Minkowského prostor má konstantní křivost. Nemá-li měrná plocha konstantní křivost, pak odchylku od konstantní míry křivosti lze charakterisovat jedním z tensorů křivosti Finslerova prostoru.

*) Obdoba německého termínu Eichfläche nebyla dosud v české matematické literatuře vytvořena. Zde uvedený termín „měrná plocha" je tedy jen východiskem z nouze. Čeští fysikové užívají termínu plocha cejchovací, ale většině matematiků se tento termín nezamlouvá.

O Riemannových prostorech konstantní křivosti

(Předneseno 21. února 1955 v Praze.)

Základním n-hranem nadplochy nazveme n-hran, určený $n - 1$ lineárně nezávislými tečnými vektory této nadplochy a vektorem její normály v uvažovaném bodě nadplochy. Je známo, že v neeukleidovské geometrii Lobačevského a Bolyaie ke každému základnímu n-hranu v daném bodě existuje nadplocha, na které platí geometrie eukleidovská; v případě trojrozměrného prostoru jsou příslušnými plochami t. zv. *parasféry*. Na druhé straně je tato neeukleidovská geometrie geometrií speciálního Riemannova prostoru. Přednášející ukázal, že toto tvrzení lze obrátit. Dokázal, že existuje-li v obecném Riemannově prostoru k libovolnému danému základnímu n-hranu nadplocha s eukleidovskou metrikou, pak tento Riemannův prostor má konstantní křivost K, kde $K \leqq 0$, t. j. buď v tomto prostoru platí geometrie Lobačevského a Bolyaie nebo je to prostor eukleidovský. Jestliže ke každému základnímu n-hranu existuje ryze imaginární nadplocha, jejímž reálným zástupcem je nadplocha s eukleidovskou metrikou, pak daný Riemannův prostor má konstantní nezápornou křivost.

O invariantech v hyperbolické geometrii a metrika Cayley-Kleinova

(Předneseno 23. února 1955 v Bratislavě.)

Rovinnou hyperbolickou geometrii lze určit reálnou jednoduchou (t. j. nedegenerovanou) kuželosečkou v projektivní rovině. Z kvadratické formy, která určuje tuto kuželosečku, můžeme sestrojit skalární součiny párů bodových. Přednášející dokázal, že každá funkce n bodů, která je invariantní vůči grupě projektivních transformací, reprodukujících tuto kuželosečku, je funkcí skalárních součinů uvažovaných bodů. Požadujeme-li, aby vzdálenost dvou bodů byla takovou invariantní funkcí, která pro různé dva body je vždy kladná, je spojitá a pro trojici bodů ležících v přímce je funkcí aditivní, pak tato vzdálenost je identická s metrikou Cayley-Kleinovou.

O invariantech plochy v eukleidovském prostoru

(Předneseno 1. března 1955 v Brně.)

Užitím vět, které odvodil O. Veblen, ukázal přednášející, že určení všech diferenciálních invariantů předepsaného řádu pro plochu v eukleidovském prostoru lze pomocí eliminací převést na projektivní theorii invariantů. Formy, které tu vystupují, jsou určeny první a druhou základní formou a tensorem křivosti dané plochy, jeho kovariantními derivacemi a kovariantními derivacemi tensoru druhé základní formy plochy.

Karel Havlíček, Praha.