RECENSE ČLÁNKŮ A KNIH

F. R. Gantmacher, **Teorija matric** (theorie matic), Moskva, Gostechisdat, 1953 (492 str.).

V ruské literatuře jsou tři dosti obsáhlé učebnice lineární algebry od *Gelfanda, Malceva* a *Šilova* a také na př. v algebře *Kurošově* a v kursu *Smirnovově* (III, 1) je lineární algebře věnováno dosti místa. Nedávno vyšlá kniha *Gantmacherova* se opět zabývá obšírně lineární algebrou. Je tu však v kap. X—XV obsažena látka, o níž se jinde nepojednává.

Kniha je rozdělena na dvě části, z nichž každá se skládá z kapitol. Část první, kap. I—X, pojednává o základech theorie, část druhá, kap. XI—XV, se zabývá zvláštními otázkami a použitím.

Z theorie determinantů kniha předpokládá jen znalosti, jaké jsou obsaženy na př. v Algebře *Vlad. Kořinka* neb Determinantech a maticích *Boh. Bydžovského*. Věci méně obvyklé jsou v knize vyloženy.

V kap. I jsou podány základní pojmy o maticích a kvadratických formách.

V kap. II jsou vyloženy theoretické základy vylučovací methody nazývané methodou Gaussovou a v souvislosti s tím efektivní methody řešení soustavy n lineárních rovnic pro velká n. Toho je použito k odvození determinantní identity Sylvestrovy. V § 5 se čtenář seznámí s operováním s maticemi rozloženými na pole („bloky").

V kap. III je pojednáno o lineárních operátorech v n-rozměrném vektorovém prostoru a stanovena souvislost mezi operátory a maticemi.

V kap. IV jsou zavedeny pojmy základního významu: Charakteristický a minimální mnohočlen a pojem přidružené matice. V § 5 je pak podána methoda D. K. Fadejeva k současnému určení všech koeficientů charakteristického mnohočlenu a k určení přidružené matice.

V kap. V jednající o funkcích matic je uvedena definice a konkretní způsob určení $f(A)$, kde $f(\lambda)$ je funkce skalárního argumentu λ a A je kvadratická matice. Tohoto pojmu $f(A)$ je užito v § 5 k určení řešení soustavy obyčejných diferenciálních rovnic lineárních prvního řádu s konstantními koeficienty. Konečně v § 6 je pojednáno o stabilitě pohybu v případě lineární soustavy diferenciálních rovnic. Úvahy v této kapitole se opírají pouze o pojem minimálního mnohočlenu matice a neužívají (na rozdíl od obvyklých výkladů) theorie elementárních dělitelů (která je vyložena až v kap. VI a VII).

Hlubší otázky theorie matic souvisí s uvedením matice na normální tvar. To se provádí pomocí theorie elementárních dělitelů. Vzhledem k důležitosti této theorie jsou podány o ní v knize dva výklady: analytický v kap. VI a geometrický v kap. VII. V § 8 kap. VII je podrobně vyložena methoda A. N. Krylova k praktickému určení koeficientů charakteristického mnohočlenu.

V kap. VIII se řeší maticové rovnice některých typů. Zde se probírá úloha určit pro dané matice A, B všechny matice X, pro něž platí $AX = XB$ (speciálně pro $A = B$) a podrobně se uvažuje o mnohoznačných funkcích matice, $\sqrt[m]{A}$ a $\log A$.

V kapitolách IX a X se jedná o lineárních operátorech v unitárním prostoru a o theorii kvadratických a Hermiteových forem. Tyto kapitoly nejsou založeny na theorii elementárních dělitelů, nýbrž užívají pouze základních úvah o maticích a lineárních operátorech dříve vyložených v prvních třech kapitolách knihy. V § 8 kap. X je podáno použití theorie forem na studium malých kmitů soustavy o n stupních volnosti. V § 10 téže kapitoly jsou uvedeny úvahy *Frobeniovy* z theorie Hankelových forem. (Upotřebení těchto úvah na problém Routh-Hurwitzův je podáno v kap. XV).

V kap. XI jsou definovány normální formy pro symetrické, antisymetrické a orthogonální matice a stanoveny zajímavé vztahy těchto matic s reálnými maticemi týchž tříd a s unitárními maticemi.

V kap. XII je vyložena obecná theorie svazků matic $A + \lambda B$, kde A a B jsou libovolné pravoúhelníkové matice téhož typu. Podobně jako studium regulárních svazků $A + \lambda B$ se provádí pomocí theorie elementárních dělitelů, studium singulárních svazků je založeno na Kroneckerově theorii minimálních indexů, která je jaksi dalším rozvitím theorie elementárních dělitelů. Pomocí theorie Kroneckerovy je stanoven kanonický tvar svazku $A + \lambda B$ v nejobecnějším případě, při čemž se autorovi podařilo zjednodušit výklad. Získaných výsledků je použito ke studiu soustavy lineárních diferenciálních rovnic s konstantními koeficienty.

V kap. XIII jsou uvedeny zajímavé spektrální vlastnosti matic s nezápornými prvky a uvažují se hlavně dva druhy použití matic tohoto druhu: 1. na řetězce Markovovy v theorii počtu pravděpodobnosti a 2. na oscilační vlastnosti pružných kmitů v mechanice. Maticová methoda studia Markovových řetězců byla rozvita v pracích *V. I. Romanovského* a opírá se o skutečnost, že matice, jejichž prvky jsou pravděpodobnosti přechodu, jsou matice s nezápornými prvky zvláštního druhu („matice stochastické"). Oscilační vlastnosti pružných kmitů jsou uvedeny v souvislost s jinou důležitou třídou nezáporných matic — s maticemi „oscilačními". Tyto matice a jich použití byly uvažovány *M. G. Krejnem* a autorem ve zvláštní knize. V kap. XIII jsou vyloženy pouze některé hlavní výsledky tohoto oboru. Podrobněji je vše vyloženo v uvedené knize, o níž jsme promluvili ve zvláštní recensi. (str. 283 a 284 tohoto ročníku).

V kap. XIV jsou uvedena použití theorie matic na soustavu diferenciálních rovnic lineárních s proměnlivými koeficienty. V této kapitole má ústřední postavení (§ 5 až § 9) theorie multiplikativního integrálu. V prvních paragrafech a v § 11 jsou podány úvahy *Ljapunovovy*, které souvisí s úlohou o stabilitě pohybu, a uvedeny některé výsledky *N. P. Jerugina*. Paragrafy 9—11 se zabývají analytickou theorií soustav diferenciálních rovnic. V posledním § (§ 12) je pojednáno o analytických funkcích více matic a o jejich použití na studium diferenciálních soustav. Je promluveno o pracích *J. A. Lappo-Danilevského*.

Poslední kap. (XV) jedná o použití theorie kvadratických a zvláště Hankelových forem na problém Routh-Hurwitzův o určení počtu kořenů mnohočlenu ležících v pravé (nebo, což je totéž, horní polorovině). Úloha tato se vyskytuje při stanovení podmínek stability mechanických systémů. *Hurwitz* na ni byl upozorněn *A. Stodolou*, kterému se naskytla při propočtu regulátoru turbin. Nejprve pro reálné mnohočleny je odvozeno pomocí Cauchyovy theorie indexů a Sturmovy věty schema Routhovo a z toho odvozeno determinantní kriterium Hurwitzovo (§ 6), pak (§ 12) je podán druhý důkaz věty Routh-Hurwitzovy, založený na theorii indexů a Hankelových forem. Jsou odvozena také méně známá kriteria Lienard-Chipardova umožňující snížit počet determinantních nerovností přibližně na polovinu. V § 14 je odvozena věta Stieltjesova ukazující souvislost s theorií zvláštního druhu řetězců. Uvedeny jsou zde další vlastnosti mnohočlenů Hurwitzových (t. j. reálných mnohočlenů, jejichž kořeny leží vesměs v levé polorovině). Na jejich odvození mají velký podíl ruští matematici *Čebyšev* a *Markov* a dále i sovětští matematici. Konečně v posledním paragrafu (§ 18) je podáno zobecnění věty Routh-Hurwitzovy na mnohočleny s komplexními koeficienty.

Karel Rychlík, Praha.

Fr. Kadeřávek, **Úvod do dějin rýsování a zobrazovacích nauk.** Nakladatelství ČSAV, Praha, 1954, náklad 2200, stran 52, obrázků v textu 14, v příloze 21 obr.

V knížce, která je obdobou rozebrané knihy Geometrie a umění v dobách minulých (1925), ukazuje autor, že zobrazovací nauky se vyvíjely již v nejstarších dobách. Zobrazování předmětů úzce souvisí s rýsováním, které se stalo základem stavitelství, malířství a sochařství. Budování velkých staveb vede k počátkům geometrie — měřictví, které dosáhlo svého prvního rozkvětu v Egyptě a sloužilo zejména k vytyčení půdorysů chrámů a rozměřování půdy. Náznaky tohoto nejstaršího měřictví se zachovaly až po dnešní dobu v podání židovské a ruské pravoslavné církve. Důležitější je již znalost kolmého promítání na jednu (vodorovnou) průmětnu, které rovněž bylo používáno už ve starém Egyptě. Z novější doby je známo, že když v Praze byl zakládán chrám sv. Víta, byla současně ustavena hutní škola; rysy z této školy jsou podnes uchovány ve Vídni. Od kolmého promítání přešlo se pak k lineární perspektivě, která v 15. stol. dostává geometrický podklad. V druhé polovině 16. stol. uplatňuje se již také rovnoběžné promítání, ve kterém jsou zejména prováděny pohledy na části měst.

Jako první využívá kolmého promítání na dvě sdružené, navzájem kolmé průmětny *G. Monge*; stal se tak zakladatelem deskriptivní geometrie v našem slova smyslu. Jeho nauka, z počátku střežená jako francouzské státní tajemství, šířila se po pádu království rychle Evropou a tak se dostává také do Čech a to přes vídeňskou polytechniku. Mezitím byla v Praze založena stavovská inženýrská škola, později přeměněná v polytechniku. Nutnost rozvíjející se výroby strojů vyvolala potřebu učit základům deskriptivní geometrie, t. j. zobrazovací nauky, také na polytechnice. Po zřízení profesury deskriptivní geometrie byl jmenován prvním profesorem *Rudolf Skuherský*, který vedle své činnosti vědecké a učitelské nezapomínal ani na činnost veřejnou. V knížce je uvedena modifikace Skuherského kolmé axonometrie, která se jeví jako velmi jednoduchá zobrazovací methoda. Závěrem jsou uvedeni následovníci Skuherského na české technice i na technice německé a někteří jiní pracovníci v tomto oboru, kteří nepůsobili přímo na pražských technikách.

Knížka je napsána živým a poutavým slovem, může ji číst každý absolvent jedenáctiletky; obtížnější je pouze část, ve které se vykládá přímo upravená methoda Skuherského axonometrie. Text je doprovázen mnoha obrazci, které dobře osvětlují celý výklad; jen některé obrazce na křídovém papíře jsou poněkud rozmazány, takže ruší trochu dojem z dobře upravené knížky. O díle Rudolfa Skuherského je v knize pojednáno vzhledem k ostatním badatelům poněkud obšírněji, a to proto, že se připravují životopisy a ocenění díla význačných českých geometrů pro tisk jiným způsobem. *Karel Drábek*, Praha.

Karel Čupr, **Matematické zábavy a hry.** Věda všem, sv. 5; Nakladatelství Československé akademie věd, Praha 1954. Stran 178, obr. 81, náklad 2750, cena brož. 15 Kčs.

V knize jest velké množství matematických úloh, které mají buď zajímavé řešení nebo neočekávaný výsledek, nebo svoji historii, ať již jsou spojeny s některou význačnou osobností nebo místem svého vzniku. Tak zde čtenář nalezne klasické problémy matematiky, na př. kvadraturu kruhu, trisekci úhlu, a setká se zde se jmény význačných matematiků, jako *Archimedes*, *Fibonacci*, *Gauss* atd.

U četných úloh je podáno nejen znění a řešení, ale i historie vzniku úlohy a jejího řešení. Je zde i množství úloh, tak zvaných paradox a sofismat, ve kterých pomocí falešného úsudku se dokazuje, že $1 = 2$ a pod. U těchto úloh je podrobně vysvětleno, v kterých místech a proč je celý úsudek falešný. V knize je poměrně málo úloh, které nelze řešit logickou úvahou, na rozdíl od jiných knížek podobného rázu, kde se často vyskytují úlohy, jejichž řešení spočívá na nějakém triku. Čtenář se jistě v knize setká s množstvím úloh, které již dříve slyšel a třeba marně řešil, a dozví se zde jejich správné řešení. Při tom čtenář nepotřebuje hlubší matematické vědomosti, neboť, jak sám autor říká v předmluvě, čtenář — snad až na dvě či tři místa — vystačí úplně s vědomostmi, jež mu poskytuje střední škola.

Celá knížka je rozdělena na dvě části, z nichž prvá „Aritmetické zábavy a hry" má 14 kapitol a druhá „Geometrické zábavy a hry" 12 kapitol. V každé kapitole jsou shrnuty úlohy, k jejichž řešení se užívá podobných matematických method. Tyto methody jsou na začátku každé kapitoly podrobně vyloženy. Obě části již vyšly dříve, každá samostatně, a to prvá část pod názvem „Aritmetické hry a zábavy" jako 21. svazek sbírky „Cesta k vědění" za války v roce 1942, a druhá část pod názvem „Geometrické hry a zábavy" jako 38. svazek téže sbírky v roce 1949. V jejich novém vydání v jednom svazku byly provedeny nepatrné změny a opraveny některé tiskové chyby. Z tiskových chyb vyskytujících se v novém vydání upozorňuji na tyto:

str. 24: ve vzorci (1) má býti a_n místo a;
str. 87: 3. řádek shora a další má zníti „...za předpokladu, že n je celé kladné číslo, podél...";
str. 96: 6. řádek shora místo „přední" má býti „přední";
str. 160: 11. řádek zdola místo „69a" má býti „69c";
str. 166: na obr. 76a místo E'', G'' má býti E', G';
str. 166: 9. řádek zdola místo $\overline{BD}^3 = 2\overline{BC}^2$ má býti $\overline{BD}^3 = 2\overline{BC}^3$.

Mimo to se v knize vyskytují tato nedopatření: na str. 8 v 11. řádku shora tvrdí autor, že je nutně $\delta = 3, 7$; to však z předcházejícího nijak nevyplývá, neboť i $\delta = 1, 5, 9$ vyhovuje předcházejícím úvahám; i některé další úvahy jsou nejasné. Až z náležité diskuse by vyplynulo, že vyhovuje pouze $\delta = 7$ a že jediné řešení je $47775 : 325 = 147$. Na str. 172 je na obr. 80 pravý šroub označen l a levý p.

Máme málo českých knih, jednajících o matematických hrách a zábavách, až snad na *Dobrovolného* duševní čtvrthodinky. Čuprova knížka má výhodu, že u každé úlohy je podáno její podrobné řešení a její celá historie. Čtenář zde nalezne úlohy jednoduché i složitější, na kterých si prohloubí své matematické vědomosti a logické myšlení. K tomu dopomáhají i příklady s výsledky, které jsou připojeny k některým kapitolám a které slouží k procvičení vyložených metod. Knížka jistě u mnohých čtenářů vzbudí zájem nejen o matematické hříčky, ale i o jiné matematické problémy a přivede je k soustavnému studiu matematiky. *Jan Kopecký*, Praha.