RECENSE ČLÁNKŮ A KNIH

Josef Kaucký: **Elementární metody řešení obyčejných diferenciálních rovnic.** Vydalo Nakladatelství Československé akademie věd, Praha 1953. Stran 224, obrazů 24. Cena brož. Kčs 17,60.

Tato kniha jistě přijde vhod velkému množství čtenářů. Autor skutečně nepředpokládá celkem nic jiného než znalost nejjednodušších vlastností elementárních funkcí. Ukazuje, jak s tímto aparátem dovedeme nalézt řešení diferenciálních rovnic určitých typů. Tyto typy jsou sice dosti speciální, zahrnují však mnoho případů, které se často vyskytují.

V předmluvě píše autor: „Knížka má mímo Úvod ještě pět částí. Úvod začíná příkladem na diferenciální rovnici a jsou v něm vyloženy různé základní pojmy. První část pojednává o některých zvláštních případech diferenciální rovnice 1. řádu $y' = f(x, y)$. Druhá část je věnována výhradně lineární rovnici 2. řádu. To proto, že tato rovnice hraje v praktických aplikacích zvlášť vynikající úlohu. Teprve ve třetí části se jedná o lineárních rovnicích vyšších řádů. Čtvrtá část pojednává o některých systémech lineárních rovnic a konečně v páté části je řeč o některých zvláštních typech nelineárních rovnic." Dále poznamenává autor, že je knížka určena hlavně pro posluchače našich technik a pro techniky z praxe. Tím je charakterisován obsah knihy.

Všechny části jsou psány velmi srozumitelně; i s jazykovou stránkou může být čtenář spokojen. Předností knihy je dále velké množství příkladů, jež jsou podrobně rozebrány.

V knize jsou však některé nepřesnosti a nejasnosti. Na př. na str. 11 dole se používá toho, že každé řešení rovnice (5) má tvar (6); to je však vysvětleno až ve druhé části knihy. Definice stupně diferenciální rovnice (str. 13) není zcela jasná; autor by měl poznamenat, že nelze pro libovolnou diferenciální rovnici definovat stupeň. Autorova definice obecného a singulárního řešení diferenciální rovnice (str. 14—15) je rovněž nejasná; podle ní by e^{x+c} (kde x je proměnná, c libovolná konstanta) bylo obecné řešení rovnice $y' = y$, takže nulová funkce by byla singulární řešení této rovnice.

Dále by bylo třeba podrobněji vysvětlit metodu separace proměnných (str. 19—20). Na str. 26 je zkoumán výtok kapaliny otvorem. Autor značí symbolem $\mathrm{d}h$ výšku, o kterou v nádobě klesne vodní hladina za čas $\mathrm{d}t$; A je průřez nádoby, a průřez otvoru, v rychlost, kterou voda vytéká v okamžiku t. Autor píše: „Porovnáním vychází rovnice $av\,\mathrm{d}t = -A\,\mathrm{d}h$, kde je znaménko minus proto, že v opačném případě by na jedné straně byl přírůstek vyteklé vody a na druhé straně úbytek kapaliny v nádobě." To není zcela správně řečeno; znaménko minus je v rovnici proto, že výška, o kterou klesne vodní hladina za čas $\mathrm{d}t$, má být označena jako $-\mathrm{d}h$.

Někde by bylo třeba podrobněji vysvětlit význam používaných symbolů; značí-li na př. y funkci proměnné x, není úplně jasné, co znamená $1 - y \neq 0$ (str. 20, 7. ř. zdola). Na str. 49 pak y, y' značí jednak funkce, jednak souřadnice jistého bodu; do vztahu (4) smíme sice dosadit $x' = x$, $y' = y$, nikoli však do vztahu (3).

Řešení diferenciální rovnice definuje autor jako jistou funkci. Bylo by snad dobře se zmínit také o směrovém poli a o integrální čáře; na některých místech autor integrálních čar stejně používá, takže by bylo třeba věc vysvětlit.

Dále by bylo třeba podrobněji rozebrat odvození rovnice obálky soustavy křivek (str. 192). Autor dokazuje, že pro body obálky platí jistý vztah; není však patrné, kde se při důkaze používá toho, že příslušný bod leží na obálce.

Na str. 43 dole a na str. 44 mluví autor o diferenciální rovnici systému rovinných čar. Věc však není zcela přesně formulována; na další straně píše autor v této souvislosti, že rovnice

$$3\,\frac{dy}{dx}\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 - \left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]\frac{d^3y}{dx^3} = 0$$

je diferenciální rovnicí soustavy všech možných kružnic v rovině. Je vidět, že by zde mohlo dojít k nedorozumění, protože této rovnici zřejmě vyhovují také všechny přímky (které nejsou rovnoběžné s osou y).

Podobně by mohlo vzniknout nedorozumění v souvislosti s Clairautovou rovnicí (str. 193—194). Dospíváme ke vztahu $(x + f'(p))\,\frac{dp}{dx} = 0$; autor dále (bez dalšího vysvětlování) vyšetřuje jen případy $\frac{dp}{dx} = 0$ a $x + f'(p) = 0$. Méně zkušený čtenář by mohl získat dojem, že jsou všechny možnosti vyčerpány, což by ovšem nebylo správné. Skutečně existují integrální křivky Clairautovy rovnice, které nepatří ani do první, ani do druhé skupiny; to snadno nahlédneme asi takto: Zvolíme přímku, která je řešením Clairautovy rovnice, postupujeme po ní až k bodu obálky, dále postupujeme po obálce, pak event. zase odbočíme s obálky na tečnu; zřejmě dostaneme hledanou integrální křivku.

V knize jsou také některé tiskové chyby, není jich však mnoho a v celku neruší. Na př.: „zákončený tvar" (str. 18, 5. ř. shora); „vžitím" (místo užitím, str. 149, 11 ř. zdola). Dále by snad bylo dobře blíže vysvětlit větu na str. 135, 8. ř. shora: „Metodou iterací je tato rovnice rozřešena v př. 1. odst. 29". V př. 1. odst. 29 (str. 168) jsou dvě rovnice o dvou neznámých funkcích x, y; teprve eliminací funkce x (str. 169, 8. ř. shora) dostaneme rovnici, uvedenou na str. 135.

Při posuzování této knihy musíme především kladně hodnotit, že se našel matematik, který přístupnou formou dává něco také nematematikům, lidem, kteří chtějí matematiky jen k něčemu použít. Není pochyby o tom, že po této stránce kniha svůj úkol splní. Je však škoda, že jsou v knize nepřesnosti; u „čistých" matematiků bude jistě kniha přijata méně příznivě než u „praktiků". Myslím však, že by se i menšími opravami daly uvedené nejasnosti při příštím vydání odstranit, aby se kniha líbila i matematikům, aniž by tím ztratila svou srozumitelnost pro nematematiky.

Jan Mařík, Praha.

F. R. Gantmacher - M. G. Krejn: **Oscilljacijonnyje matricy i jadra i malyje kolebanija mechaničeskich sistem** (Oscilační matice a jádra a malé kmity mechanických soustav). 2. vyd., Moskva, Leningrad, Gostechizdat, 1950 (360 str.).

Nechť je

$$(y) = A(x) \tag{1}$$

reálná lineární transformace,

kde A je matice $\|a_{ik}\|$, $i = 1, 2, \ldots, m$; $k = 1, 2, \ldots, n$. Označme $V(x)$ ($V(y)$) počet změn znaménkových v konečné posloupnosti $x_1, x_2, \ldots, x_n$ (resp. $y_1, y_2, \ldots, y_m$). Je-li $V(y) \leq V(x)$ pro libovolná x, říká se o transformaci (1) (a také o matici A), že *nezvětšuje počet znaménkových změn*. Takové lineární transformace mají význam v analytické theorii mnohočlenů. Tak na př. věta Budan-Fourierova i Descartes-Jacobiova poskytují horní odhad pro počet kořenů v intervalu (a, b) (konečném nebo nekonečném). Již *Klein* položil otázku, který z těchto odhadů je „výhodnější". Úplnou indukcí dokázal na př. *Petr*, že je výhodnější odhad poskytovaný větou Decsartes-Jacobiovou (Časopis *38*, 1909; *59*, 1930). Jde o to, stanovit podmínku nutnou a postačující, aby matice A nezvětšovala počet změn.

Řekneme (podle *J. Schoenberga*), že reálná matice A je *definitní*, nemají-li žádné dva její prvky opačná znaménka, a že *má matice A definitní sloupce*, je-li každý její sloupec definitní jednosloupcovou maticí. Nechť je r hodnost matice A. Je-li $1 \leqq i \leqq r$, označme $A^{(i)}$ maticí o $\binom{m}{i}$ řádkách a $\binom{n}{i}$ sloupcích, jejíž prvky jsou subdeterminanty stupně i z matice A, při čemž všechny subdeterminanty tvořené z téže množiny i řádků z A se vyskytují v $A^{(i)}$ v téže řádce; podobné pravidlo platí o sloupcích. Je známo, že $A^{(r)}$ má hodnost 1, takže sloupce této matice jsou úměrné. Pak platí věta:

Matice A nezvětšuje počet změn, právě když má vlastnosti: a) *matice A,, $A^{(2)}, \ldots, A^{(r-1)}$ jsou definitní,* b) *matice $A^{(r)}$ má definitní sloupce.*

a) značí, že dva subdeterminanty z A téhož stupně i nemají nikdy opačná znaménka pro $i < r$. Schoenberg dokázal větu pro $r = n = m$ (Math. Zeitschr. *32*, 1930), (pak b) odpadá). Obecný důkaz podal *Motzkin* (Diss. Basilej, 1933, vyšlo v Jerusalemě 1936) a *Krejn* (1934). Schoenberg udal použití v analytické theorii mnohočlenů (Math. Zeitschr. *38*, 1933).

Podobnými vlastnostmi matic se zabývá spis Gantmacher-Krejnův, avšak se zřetelem na upotřebení v mechanice. Reálnou maticí A typu $m \times n$ nazveme *totálně nezápornou* (*totálně kladnou*), jsou-li její subdeterminanty libovolného stupně vesměs nezáporné (vesměs kladné). Matice A je dle terminologie v knize zavedené *oscilační*, je-li A totálně nezáporná, existuje-li však takové číslo celé kladné p, že A^p je totálně kladná. Matice totálně nezáporné, totálně kladná i oscilační, o nichž je pojednáno v kap. II, jsou zvláštními případy matic, které nezvětšují počet změn. O dalších zobecněních matic oscilačních jedná kap. V.

V kap. III uvažují se malé kmity lineárního pružného kontinua (na př. struny nebo tyče) rozprostřeného podél osy x od bodu a do bodu b, neupevněného uvnitř intervalu (a, b). Jeho vlastní harmonické kmity jsou dány vzorcem $y(x, t) = \varphi(x) \sin (pt + \alpha)$, kde $y(x, t)$ je výchylka v bodě x v čase t, $\varphi(x)$ je amplitudní funkce a p je frekvence kmitu. Nejjednodušeji se formulují oscilační vlastnosti malých kmitů onoho kontinua v tom případě, že se jedná o konečný počet n hmot $m_1, m_2, \ldots, m_n$ soustředěných po řadě v bodech $s_1, s_2, \ldots, s_n$ $(a < s_1 < s_2 < \ldots < s_n < b)$. Tyto oscilační vlastnosti jsou důsledkem oscilačnosti t. zv. matice vlivové $\|\alpha_{ik}\|$, při čemž prvek α_{ik} je výchylka v bodě s_i za působení jednotkové síly v bodě s_k.

V knize se však v kap. IV pojednává také o případu, kdy jsou hmoty soustředěny v nekonečně mnoha bodech. Pak oscilační vlastnosti jsou důsledkem oscilačnosti jisté spojité funkce dvou proměnných $K(x, t)$, „jádra". Oscilačnost $K(x, t)$ se definuje pomocí oscilačnosti matic $\|K(x_i, x_k)\|$.

Aby čtenář knize Gantmacher-Krejnově mohl rozumět (až na kap. IV), stačí, aby znal základy theorie determinantů a počtu diferenciálního a integrálního. Základní věty theorie matic a kvadratických forem jsou vyloženy v kap. I. Pouze kap. IV vyžaduje, aby čtenář znal také základy theorie integrálních rovnic a integrálů Stieltjesových. Tato okolnost, zároveň se skvělým výkladem, v němž matematické výsledky jsou doprovázeny interpretacemi z mechaniky, činí knihu přístupnou širokému kruhu čtenářů, nejen matematiků, nýbrž i theoretických fysiků a inženýrů pracujících v oboru theorie kmitů.

Karel Rychlík, Praha.

Vojtěch Jarník: **Úvod do počtu integrálního**, 2. vydání, Nakladatelství ČSAV, Praha, 1954, stran 300, náklad 4400, cena brož. 27 Kčs, váz. 33 Kčs.

Recense 1. vydání Jarníkovy knihy vyšla v 1. sešitu Časopisu pro pěstování matematiky roč. *75* (1950). Nebudu proto na tomto místě mluvit znovu o celém obsahu knihy. Jen se zmíním stručně o tom, v čem se nové vydání liší od starého. Pokračováním Úvodu má být autorem připravovaný Integrální počet. Z toho důvodu jsou ve 2. vydání vynechány některé partie, které budou ve větší obecnosti probírány v Integrálním počtu. Jde především o dva první Dodatky (kap. IX. a X.). Z IX. kapitoly jsou vynechány tři paragrafy, a to: Množiny, mající Jordanovu míru 0; Nerovnosti mezi integrály; Další podmínka pro existenci integrálu. Z X. kapitoly je vynechán paragraf: Substituční methoda pro určité integrály, ve kterém byly dokazovány dvě věty o substituci za poněkud změněných předpokladů. Jinak zůstává látka knihy takřka nezměněna.

Čestmír Vitner, Praha.

F. Kadeřávek - B. Kepr: **Prostorová perspektiva a reliefy.** Nakladatelství ČSAV, Praha, 1954, náklad 2200, stran 74, v textu 53 obr., v příloze 28 obr.

Tato knížka je novým zpracováním knihy Relief, kterou vydal F. Kadeřávek r. 1925. Toto nové vydání je třeba uvítat zvláště proto, že v současné době se potvrzuje důležitost reliefů, neboť památníky, význačné budovy a slavnostní síně se vyzdobují reliefy, které mají proti malbě řadu předností. Příkladů k tomu je kolem nás sdostatek.

V úvodní části knížky je krátce pojednáno o lineární perspektivě. Tu po výkladu o základních pojmech perspektivního zobrazování jsou uvedeny klasické methody a nejpoužívanější methoda distančníků. Rovněž je tu provedena úvaha, která umožňuje použít při značné distanci jen části distance (t. zv. methoda redukovaných distančníků).

V druhé části je podán návod, jak sestrojit perspektivní relief, který nahrazuje působení prostoru na oko již ne malbou (v rovině), třeba i po konstruktivní stránce dokonale perspektivně prokreslenou, ale účinkem prostorového útvaru. Výklad je založen na pojmech a poznatcích z lineární perspektivy a jsou uvedeny nové pojmy. V této části zabývají se autoři nejdříve konstrukcí reliefu ve hmotě nanášené a odvozují proto methody obdobné k perspektivnímu zobrazování. Jako zajímavý důsledek reliefní perspektivy jsou nalezeny útvary, jejichž reliefy jsou nevlastní, čehož je použito při náznaku středového nebo rovnoběžného osvětlení. Pro vypracování reliefu ve hmotě odebírané jsou odvozeny důležité věty, a to věta de la Gourneríeho o kolmém průmětu reliefu daného tělesa na samodružnou rovinu a věta Staudiglova pro určení pomocného půdorysu. Tato druhá část je zakončena návodem, jak prakticky konstruovat relief ve hmotě nanášené i odebírané.

V poslední části je pojednáno o umělecké stránce reliefu a perspektiv a o použití v praxi. Ze zacházení s detaily a jasnosti barev v pozadí plyne požadavek, aby malba či relief působily dokonalým klamem na oko divákovo. Toho využili někteří umělci v malířství a rytectví. Důležitá je poznámka o tom, jak lze v malbě i reliefu použít rozličných klamů (na př. dva horizonty a pod.), dále o použití v architektuře a to zvlášť při řešení náměstí, které je zakončeno vynikající budovou (příkladem je pohled na Václavské náměstí směrem od Můstku k museu a naopak). Sem je vložena část pojednávající o kružnici a jejím zobrazení, která snad pro ucelení (jde o určení perspektivy kružnice) měla být před reliefem, a to se zmínkou o reliefu kružnice po výkladu útvarů, jejichž relief je úběžný. V dalším použití je zmínka o t. zv. afinním reliefu (s krátkým výkladem o afinním zobrazení dvou prostorů), jehož se užívá při reliefech jako podkladech pro medaile a mince nebo pro kameje a intalie. Poutavý je výklad principu guillochage, která má důležitost při výrobě bankovek. Výklad je doplněn poznámkou o použití světla (rastru) ke zhotovování plastik a reliéfů osob a k dokumentaci poškození plastik a vad v železobetonových konstrukcích; přitom nemá vliv případné znečištění na výsledek, který zachycuje pouze tvar. Závěrem je poznámka o vysokém a nízkém reliéfu a jejich použití při výzdobách.

Knížka je psána zcela srozumitelně každému, kdo zná nejnutnější základy stereometrie (znalost rovnoběžnosti a kolmosti útvarů, jejich incidence a protínání). Je doplněna pěknými a názornými obrázky v textu; popis na obrázcích je dobře čitelný a nepřeplňuje nikdy obrazec. Tyto obrázky jsou většinou kresleny v perspektivě, což podstatně zvyšuje jejich názornost.

Protože zároveň vyšla v nakladatelství ČAV druhá knížka F. Kadeřávka: **Úvod do dějin rýsování a zobrazovacích nauk**, která je obdobou ke knížce Geometrie a umění, liší se však od ní zcela novým pojetím a zpracováním, bylo by jistě záslužným činem, kdyby F. Kadeřávek v duchu obou nových knížek zpracoval i lineární perspektivu.

V knížce je několik tiskových chyb, které si čtenář při pozorném čtení může snadno sám opravit. Nedopatřením, které ruší smysl, je věta na str. 36 řádek 3. a 2. zdola, která by podle obr. 35 měla znít asi takto: Rovina (ap) protíná rovinu v v přímce $N_a{}''H'$ a rovina χ, jdoucí bodem A rovnoběžně s rovinou v, protíná přímku p v bodě ${}^1O$.

Karel Drábek, Praha.

Poznámka ke knížce: Dr *K. Hruša:* **Deset kapitol z diferenciálního a integrálního počtu.** Přírodovědecké nakladatelství, Praha, 1952.

V polovině dubna minulého roku předložil jsem časopisu „Matematika ve škole" článek téhož nadpisu, kde píši:

> „*Recensi této jinak zdařilé knížky podal v tomto časopise* („*Matematika ve škole*"), *3. roč., č. 3 (zadní obálka) dr K. Havlíček. Pro úplnost připojuji k této recensi poznámku, týkající se nedopatření, jež se stalo autorovi knihy při důkazu věty 22 na str. 62. Jde o důkaz stejnoměrné spojitosti funkce, spojité v uzavřeném intervalu* $\langle a, b\rangle$."

Dále jsem ve svém článku upozornil na nesprávný autorův úsudek, který se v důkaze této věty vyskytuje. Redakce časopisu „Matematika ve škole" mi však tento článek vrátila s odůvodněním, že jde o nepatrnou autorovu chybu, která se dá snadno opravit. Chtěl bych zde proto ukázat, že nejde o nějakou maličkost, nýbrž o závažný omyl.

Autor dokazuje větu v této formulaci: *Je-li funkce f spojitá v uzavřeném intervalu $\langle a, b\rangle$, pak ke každému číslu $\varepsilon > 0$ existuje takové číslo $\delta > 0$, že pro každá dvě čísla x_1, x_2 z $\langle a, b\rangle$, která vyhovují nerovnosti* $|x_1 - x_2| < \delta$, je $|f(x_1) - f(x_2)| < \varepsilon$. Důkaz začíná těmito slovy: „Zvolme libovolné číslo $\varepsilon > 0$. **1.** Funkce f je v bodě a spojitá zprava. To znamená, že k číslu $\frac{1}{2}\varepsilon$ existuje takové (pravé) okolí J_x bodu a, že pro všecka x z J_x je $|f(x) - f(a)| < \frac{1}{2}\varepsilon$. Jsou-li x_1, x_2 dva body z J_x, je $|f(x_1) - f(x_2)| = |[f(x_1) - f(a)] - [f(x_2) - f(a)] \leqq |f(x_1) - f(a)| + |f(x_2) - f(a)| < \frac{1}{2}\varepsilon + \frac{1}{2}\varepsilon = \varepsilon$. Označíme-li šířku okolí J_x písmenem δ_1, je $|x_1 - x_2| < \delta_1$. Tím je věta dokázána pro všecka x_1, x_2 z jakéhosi intervalu $\langle a, a + \delta_1\rangle$."

Především lze autorovi vytknout, že v důkaze užívá na př. výroku „věta je dokázána pro všecka x_1, x_2 z jakéhosi intervalu", což nemá žádný určitý smysl. Dále (bod 2, str. 62) praví autor: „Podle bodu 1 věta platí pro všecka x_1, x_2 z jakéhosi intervalu $\langle a, c)$, kde $a < c \leqq b$. Předpokládejme, že $c < b$ a že pro všecka x_1, x_2 z $\langle a, c)$, pro něž platí $|x_1 - x_2| < \delta_1$, kde δ_1 je vhodné číslo, je $|f(x_1) - f(x_2)| < \varepsilon$, kdežto pro žádné číslo $x_1 > c$ nebo $x_2 > c$ z $\langle a, b\rangle$ taková věta neplatí." To zřejmě zase nemá žádný smysl. Autor, chtěje použít nepřímého důkazu, se nepostavil na správné stanovisko. Bylo by třeba říci asi toto: „Podle bodu 1 existuje pro jistý interval $\langle a, c)$, kde $a < c \leqq b$, k zvolenému ε kladné číslo δ_1 tak, že platí $|f(x_1) - f(x_2)| < \varepsilon$ pro všecka x_1, x_2 z intervalu $\langle a, c)$, pro něž je $|x_1 - x_2| < \delta_1$. Předpokládejme, že $c < b$ a že neexistuje žádné číslo c^* větší než c a nejvýše rovné b tak, aby k zvolenému $\varepsilon > 0$ existovalo kladné δ^* takové, že by pro všechna x_1, x_2 z $\langle a, c^*)$, která by splňovala nerovnost $|x_1 - x_2| < \delta$, platilo $|f(x_1) - f(x_2)| < \varepsilon$".

Pak ze spojitosti funkce f v koncovém bodě c intervalu $\langle a, c)$ usuzuje autor, že pro zvolené ε existuje takové okolí bodu c, t. j. interval (c_1, d), že pro každé dva jeho body x_1, x_2 platí

$$|f(x_1) - f(x_2)| < \varepsilon .$$

Z obou těchto výsledků odvozuje autor, že ve sjednocení obou intervalů, t. j. v intervalu $\langle a, d)$, platí $|f(x_1) - f(x_2)| < \varepsilon$ pro každé dva body x_1, x_2, které splňují nerovnost $|x_1 - x_2| < \delta_3$, kde δ_3 je menší z čísel δ_1, $\delta_2 = \delta - c_1$. Čtenář snadno zjistí nesprávnost tohoto závěru. Tuto chybu, která není zásadního rázu — lze ovšem snadno napravit; nelze tím však zachránit celý důkaz. Takovým postupem lze zjistit jen tolik, že interval $\langle a, c)$, pro nějž při daném $\varepsilon > 0$ existuje $\delta > 0$ požadované vlastnosti, lze (pokud je $c < b$) poněkud zvětšit na jistý interval $\langle a, c^*)$ (kde $c^* > c$), pro nějž při témže ε existuje opět jisté $\delta^* > 0$ o podobných vlastnostech. Není ovšem vidět, „kam až" můžeme interval $\langle a, c)$ takto „prodlužovat"; aby se dal důkaz takto provést, bylo by třeba ukázat, že po konečném počtu kroků „se dostaneme" až do koncového bodu daného intervalu. To zaručuje věta Borelova, jíž se autor asi chtěl uvedeným důkazem vyhnout.

Podobná situace je v autorově důkaze věty **20** o omezenosti funkce spojité v uzavřeném intervalu. Ani její důkaz není správný.

Z uvedeného rozboru vysvítá, že jde vskutku o závažné chyby, které nelze odstranit na př. tím, že některé číslo δ, které se v důkaze vyskytuje, nahradíme nějakým menším číslem. Domnívám se, že je správné na podobné omyly upozornit, protože jde o učebnici, která se dostala do rukou široké čtenářské obce, o učebnici, podle níž se jistě mnozí čtenáři učí základům vyšší matematiky. Podotýkám to zvláště proto, že se v předmluvě na str. 5 čtenář ubezpečuje, že „důraz je kladen zejména na logickou stránku postupu, který je vždy volen tak, aby důkazy byly správné a úplné" a dále, že „veškerá tvrzení v knížce obsažená jsou provázena přesnými důkazy".

Josef Škrášek, Brno.

Poznámka redakce: **1.** Podle sdělení dr K. Hruši budou uvedená nedopatření v druhém vydání knihy opravena.

2. Zkušený matematik vidí na první pohled, že Hrušovy důkazy vět o omezenosti a stejnoměrné spojitosti funkce, spojité v uzavřeném intervalu, nejsou v pořádku, protože se v nich nikde nevyužívá struktury množiny reálných čísel. Tím je míněno asi toto: Kdybychom na př. slovem „číslo" rozuměli „racionální číslo", kdybychom slovy „interval $\langle 0, 1\rangle$" rozuměli množinu všech racionálních čísel x, pro něž platí $0 \leqq x \leqq 1$, kdybychom slovy „funkce v intervalu $\langle 0, 1\rangle$" rozuměli předpis, který každému racionálnímu číslu z intervalu $\langle 0, 1\rangle$ přiřazuje nějaké racionální číslo, a kdybychom tuto terminologii zavedli i v jiných obdobných případech, snadno bychom zjistili, že i při této terminologii by měly smysl základní pojmy z diferenciálního počtu (na příklad bychom mohli mluvit o spojitých funkcích) a že by zůstaly správné i některé věty. Na př. by dále platila věta, že součet nebo součin dvou spojitých funkcí je opět spojitá funkce. Avšak věty o omezenosti a stejnoměrné spojitosti funkce, spojité v uzavřeném intervalu, by již neplatily, jak ukazuje příklad funkce f, definované na množině všech racionálních čísel intervalu $\langle 0, 2\rangle$ předpisem $f(x) = \frac{1}{x^2 - 2}$. V naší shora uvedené terminologii je funkce f spojitá v intervalu $\langle 0, 2\rangle$; není tam však omezená a nemůže tedy být ani stejnoměrně spojitá.

Je tedy vidět, že v důkaze věty o stejnoměrné spojitosti musíme nějak užít toho, že pracujeme s reálnými čísly — a zatím všecko, co říká autor, by se dalo stejně říci, i kdybychom měli jen čísla racionální. Strukturu množiny reálných čísel charakterisuje autor na str. 12 větou o supremu; bez jejího použití nemůže tedy dokázat větu o stejnoměrné spojitosti. Odtud je také vidět, jaký význam a dosah má věta o supremu, a je též patrné, že definice reálných čísel pomocí řezů (nebo kterákoli jiná jejich definice) není pouze matematikou hrou, nýbrž prostředkem, pomocí něhož lze dokázat na př. větu o supremu (nebo nějakou jinou větu s ní „ekvivalentní"), bez níž se dále neobejdeme. Tím je snad také osvětlena role, jakou hrají v analyse reálná čísla (ve srovnání na př. s čísly racionálními); v autorově podání není význam této role nijak patrný.

Wijdenes: **P. Noordhoff's wiskundige tafels in 5 decimalen.** P. Noordhoff, Groningen 1953, VIII + 269 str., 8,75 florins.

Tabulky jsou určeny pro potřeby studentů na vysokých školách, do laboratoří, průmyslu a pod. Obasahují dekadické logaritmy (1—12009), logaritmy goniometrických funkcí a tabulky goniometrických funkcí s úhlem v sexagesimálním dělení a v radiánech. V poslední části je několik kratších tabulek přirozených logaritmů, dále některých exponenciálních funkcí, prvočísel a odmocnin. V závěrečné části knihy jsou ještě krátké tabulky faktoriální funkce, exponenciálního integrálu, integrálsinu a integrálcosinu, tabulky integrálu Laplaceovy funkce chyb a Besselových funkcí.

Tabulky jsou velmi pěkně vybaveny. Pro usnadnění orientace je každý oddíl tištěn na papíře rozdílné barvy. Tisk je vzorný, s výkladem v šesti jazycích: v holandském, indoneském, anglickém, francouzském, německém a španělském.

Ivo Babuška, Praha.

Matematické stroje. Sborník I, Nakladatelství ČSAV 1953, str. 132, obr. 29, 39 Kčs.

Sborník má dvě části. Prvná z nich obsahuje v pěti kapitolách výsledky výzkumných prací z oboru numerických početních method vhodných k řešení problémů čs. samočinným počítačem (SAPO). Druhá část v kapitole šesté a sedmé pak pojednává o použití čs. strojů na zpracování děrných štítků při numerickém řešení matematických úvah.

Kapitola prvá uvádí charakteristické vlastnosti moderního samočinného počítače. Porovnává klasické methody numerického počtu s methodami vhodnými pro samočinný počítač. Jsou vysvětleny základní pojmy samočinného počítání, instrukce, adresa, operace, slovo, vývojové znaménko a pojem instrukční sítě.

V kapitole druhé jest vysvětlen z obecného hlediska způsob zobrazování informací v čs. samočinném počítači. Pojednává se dále o kodech, umožňujících zobrazení čísel ve tvaru binárním nebo dekadickém. V části pojednávající o instrukčních kodech jsou vysvětleny instrukce a operační kod.

Kapitola třetí udává postup při přípravě instrukčních sítí, volbu numerické methody, návrh a podrobné vypracování sítě.

Kapitola čtvrtá popisuje sestavení instrukční sítě pro výpočet centrované optické soustavy.

Kapitola pátá jest ukázkou řešení diferenciálního problému na samočinném počítači. Jest volen příklad poměrně jednoduchý, aby lépe vynikla podstata věci. Methoda jest však aplikovatelná i na komplikované systémy diferenciálních rovnic. Provádí se řešení obyčejné diferenciální rovnice methodou Runge-Kuttaovou. Tuto methodu možno považovat za typicky vhodnou pro samočinný počítač pro její jednotný postup na rozdíl na př. od methody Adamsovy, kde prvé kroky se provádějí odlišným způsobem.

V prvých odstavcích kapitoly šesté, spadajících již do druhé části sborníku, jest popsán děrný štítek, symbolika k sestavení pracovního postupu a nejčastější operace s děrnými štítky a čísly. Ve zbývajících odstavcích této kapitoly jsou stručně popsány stroje na zpracování děrných štítků.

V kapitole sedmé jest popsán výpočet souřadnic profilů turbokompresorových lopatek pro jejich výrobu souřadnicovou frézou. Výpočet byl proveden na strojích na zpracování děrných štítků. V této kapitole jest podán rozbor uvedeného problému a naznačena interpolační methoda vhodná pro tuto úlohu. Jsou uvedeny operační tabulky, udávající návrh operačního postupu. V posledním odstavci této kapitoly jest proveden odhad chyby interpolační methody.

Ivo Babuška, Praha.

(napsáno podle résumé ve „Sborníku").