Předpokládejme, že platí (6); potom

$$\left|\sum_{i=1}^{q} \frac{\mu(i)}{i^l} H\left(\left[\frac{q}{i}\right]\right)\right| < \sum_{i=1}^{q} \frac{1}{i^l} C_4 \frac{q^{\frac{1}{2}+\varepsilon}}{i^{\frac{1}{2}+\varepsilon}} = C_4 q^{\frac{1}{2}+\varepsilon} \sum_{i=1}^{q} \frac{1}{i^{l+\frac{1}{2}+\varepsilon}} .$$

Tedy

$$|M(q)| < C_5 q^{\frac{1}{2}+\varepsilon}$$

a z toho

$$M(q) = O(q^{\frac{1}{2}+\varepsilon}) .$$

Je tedy i platnost (6) *ekvivalentní s platností Riemannovy domněnky.*

Získaný výsledek je ostřejší než snadno patrná skutečnost, že Riemannova domněnka je ekvivalentní se současnou platností všech vztahů: pro každé $\varepsilon > 0$ je

$$H_i(q) = O(q^{\frac{1}{2}+\varepsilon}), \quad i = 2, 3, \ldots, n .$$

Tato skutečnost totiž nezaručuje existenci takové lineární kombinace $H(q) = \sum_{i=1}^{n} c_i H_i(q)$, pro kterou platí ekvivalence mezi platností vztahu

$$H(q) = O(q^{\frac{1}{2}+\varepsilon}) \text{ pro každé } \varepsilon > 0$$

a Riemannovou domněnkou.

Avšak při tvoření lineární kombinace $H(q)$ s konstantami $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ je nám ponechána určitá volnost, neboť, jak víme, můžeme *některé z těchto konstant libovolně volit.* A možná, že *vhodná volba těchto konstant* by mohla pomoci při podrobnějším vyšetřování *chování funkce $H(q)$ pro velká q.*

LITERATURA

[1] *E. Cesàro,* Elementares Lehrbuch der algebraischen Analysis und der Infinitesimalrechnung, Leipzig (1904).

[2] *E. Landau,* Vorlesungen über Zahlentheorie, 1., 2., Leipzig (1927).

[3] *E. T. Whittaker, G. N. Watson,* A Course of Modern Analysis, Cambridge (1920).