REFERÁTY

O ANALYTICKÝCH VLASTNOSTECH HOMEOMORFNÍCH ZOBRAZENÍ V ROVINĚ

(Výtah z přednášky prof. Dr *Kazimierze Kuratowského*, proslovené dne 1. června 1953 v matematické obci pražské.)

Budiž F uzavřená množina na kulové ploše S_2 a $R_0 + R_1 + R_2 + \dots$ rozklad množiny $S_2 - F$ na konečný nebo spočetný součet komponent. Budiž $p_i \neq \infty$ nějaký bod komponenty R_i. Je známo, že pro každou komplexní funkci $w = f(z)$ spojitou a různou od nuly a od nekonečna na množině F existuje spojitá komplexní funkce $\varphi(z)$ a konečný počet celých exponentů $k_0, k_1, \dots, k_n$ tak, že

$$f(z) = e^{\varphi(z)}(z - p_0)^{k_0} \dots (z - p_n)^{k_n}$$

(při tom $k_0 + k_1 + \dots + k_n = 0$) na množině F. Exponenty k_i závisí toliko na funkci $f(z)$ a na F, nezávisí však na volbě bodů p_i v komponentě R_i.

Prof. Kuratowski se zabýval problémem, jak lze charakterisovat systémy $\sigma_f = (k_0, k_1, \dots, k_n)$ těchto exponentů, jestliže předpokládáme, že f je netoliko spojité, nýbrž i prosté (tedy homeomorfní). V případě, že F je množina lokálně souvislá, dokázal (v přednášce byl důkaz v hlavních rysech naznačen) toto:

Je-li $f(z)$ spojitá a prostá komplexní funkce různá od nuly a od nekonečna na lokálně souvislé a uzavřené množině $F \subset S_2$, pak systém σ_f je přípustný (jistého řádu $n \geqq 0$) a naopak, je-li σ přípustný systém (nějakého řádu $n \geqq 0$), pak existuje lokálně souvislá kompaktní množina F na S_2 a spojitá, prostá komplexní funkce $f(z)$ na F (různá od nuly a od nekonečna) tak, že $\sigma_f = \sigma$. (Dokonce dokázal prof. Kuratowski o něco více.) Při tom přípustný systém n-tého řádu ($n \geqq 0$) skládající se z $n + 1$ celých čísel je definován indukcí takto: systém řádu 0 skládá se pouze z 0. Systém celých čísel je řádu n-tého, když vznikne z nějakého systému řádu $(n - 1)$-ho odečtením čísla ν ($\nu = -1$ nebo 0 nebo 1) od některého čísla tohoto systému a přidáme-li k takto vzniklému systému číslo ν.

Ke konci prof. Kuratowski položil tento problém:

Budiž dán přípustný systém $\sigma = (k_0, k_1, k_2, \dots, k_n)$ a navzájem různé body

$p_0, p_1, \ldots, p_n$ na S_2. Existuje uzavřená křivka F, oddělující každé dva z bodů p_i, tak, že

$$(z - p_0)^{k_0} \ldots (z - p_n)^{k_n}$$

je na F funkce prostá?

Tato přednáška thematicky úzce souvisela s cyklem přednášek, které prof. Kuratowski proslovil v Praze v březnu a dubnu 1951.

Vladimír Knichal, Praha.