Werk

Label: Other

Jahr: 1952

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?31311157X_0077|log27

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

info@digizeitschriften.de

REFERÁTY O PŘEDNÁŠKÁCH V MATEMATICKÉ OBCI PRAŽSKÉ

MATEMATICKÁ STATISTIKA A POČET PRAVDĚPODOBNOSTI V SOVĚTSKÉM SVAZU

(Referát o přednášce prof. Dr *Jaroslava Janko*, proslovené 19. listopadu 1951.)

Obrovský rozvoj statistické methody a jejího užití v nejrozmanitějších oblastech vědění a práce ve dvacátém století byl umožněn výzkumy a objevy v theorii pravděpodobnosti. Zásluhou sovětských vědců se stala tato theorie stejně přesnou a logicky jasnou větví matematiky jako ostatní matematické discipliny. Mohli navázati na práce velkých ruských matematiků předchozího století. Tak již LOBAČEVSKIJ, chtěje objasniti vlastnosti reálného prostoru, obrátil se k pokusu. Aby při skutečných pozorováních zmenšil vliv pozorovacích chyb, užíval aritmetického průměru a řešil úlohu najíti rozdělení pravděpodobností aritmetického průměru určitého počtu měření, je-li známa funkce rozdělení jejich chyb. Dále třeba uvésti OSTROGRADSKÉHO a BUŇJAKOVSKÉHO. ČEBYŠEV pak svými čtyřmi pracemi, spadajícími do oboru theorie pravděpodobnosti měl nedozírný vliv na její rozvoj. Čebyševova nerovnost umožňuje dokázat s překvapující jednoduchostí větu Bernoulliovu. Čebyšev pak odvodil řadu nových vět, nazvaných v celku zákonem velkých čísel; podal první důkaz t. zv. centrální limitní věty počtu pravděpodobnosti. Tato věta byla pak dokázána přesněji jeho žákem MARKOVEM a nakonec ji s celou přesností a úplností dokázal LJAPUNOV. Theorie pravděpodobnosti zaujímá vynikající místo mezi rozličnými matematickými disciplinami, jichž je možno v rozsáhlé míře použít pro poznání vnějšího světa. Sovětští vědci vymezili obor jevů, k jejichž prozkoumání může býti s výhodou použito výsledků a method theorie pravděpodobnosti. Nestačí ovšem při vědeckém zkoumání přírodních jevů, výrobních postupů a jevů společenských omezit se jen na vypracování formálně správné matematické theorie bez hlubšího vyjasnění skutečných zvláštností vyšetřovaného jevu. Při matematickém zpracování theorie určitého přírodního jevu musí matematik předem všestranně prozkoumat podstatu jeho a objasnit jeho kvalitativní zvláštnosti. Základem theorie pravděpodobnosti je pojem náhodného jevu. Sovětská škola theorie pravděpodobnosti především odmítá takový postup, který staví do protikladu pojem jevu ná-

hodného a zákonitého; dále zavrhuje představu náhodnosti jako něčeho nepodstatného, co se vyskytuje velmi zřídka, co se příčí ustálenému pořádku, jako něčeho absolutně bezpříčinného. Podle názoru této sovětské školy neexistují jevy absolutně náhodné. Jeden a týž jev vystupuje za jedněch podmínek jako náhodný a za jiných podmínek jako zcela určitý, na náhodě nezávislý. Lze to objasnit příkladem, který uvádí GNĚDĚNKO:

Na obráběcím stroji se zhotovují výrobky jistého druhu. Nemůžeme zajisté říci, jaké procento zmetků vznikne při práci na tomto stroji, jestliže neznáme pracovní podmínky obráběcího stroje, jeho konstrukci, kvalifikaci dělníka, který jej obsluhuje a jakost polotovarů, které se na něm obrábějí. Ale naše usuzování bude nepoměrně určitější, budeme-li znát některá z těchto dat. I když je obráběcí stroj v dobrém stavu, jakost suroviny nebo polotovaru dobrá, ostatní podmínky normální, bude ještě počet zmetků podstatně záviset na tom, kdo na stroji pracuje. U jednoho dělníka budou zmetky zjevem dosti běžným, u jiného téměř vyloučeným. Dělníkova zručnost a pozornost hraje často rozhodující úlohu. Je to zřejmo z toho, že v některých závodech Sovětského svazu jsou dělníci, kteří mají právo dát na své výrobky bez předchozí kontroly razítko „výrobek nejlepší jakosti". To jsou mistři, kteří vyrábějí své vysoce kvalitní předměty s téměř naprostou jistotou, takže výroba zmetků se u nich považuje za prakticky vyloučenou.

Z toho vyplývá, že musíme posuzovat náhodnost či nenáhodnost určitého jevu na podkladě souboru podmínek, za nichž se zkoumání provádí. Tento soubor podmínek však nezůstává stálý, nýbrž se mění od jednoho případu ke druhému.

Matematické pojmy jsou odrazem vlastností reálných předmětů a jevů. Má-li tedy býti theorie pravděpodobností řečí, popisující průběh jevů a zároveň methodou pro řešení jevů a jejich předvídání, musí spočívat na logicky bezvadných pojmech, které jsou výsledkem dlouhé lidské zkušenosti a lidského výzkumu. Theorie pravděpodobnosti musí tedy býti vybudována na jasně formulovaných axiomech. Tuto myšlenku projevil sovětský matematik S. N. BERNŠTEJN. Přesnou axiomatickou stavbu theorie pravděpodobnosti vypracoval KOLMOGOROV. Tím bylo pak umožněno rozvinutí theorie stochastických procesů, jež byla založena pracemi Kolmogorovova a CHINČINA. To jsou kapitoly theorie pravděpodobnosti, které znamenají nesmírnou hodnotu pro pozorování jevů vnějšího světa a jsou studovány matematiky a matematickými statistiky v celém světě. Z matematické statistiky upoutaly v poslední době svým významem pozornost problémy, jejichž řešení se dostalo uznání Stalinovou cenou akademiku SMIRNOVOVI. Jednou ze základních úloh je určení theoretického rozdělení četností v základním souboru na základě daného empirického rozdělení četností v náhodném výběru. Matematicky odvozené asymptotické formule umožňují stanovit pravděpodobný stupeň přiblí-

žení, jehož se dosáhne při daném rozsahu výběru. Obráceně zase dávají tyto formule možnost stanovit počet pozorování tak, aby zaručoval s určitým stupněm pravděpodobnosti potřebnou blízkost empirického rozdělení k theoretickému. V případě rozpojitosti theoretické distribuční funkce jsou tyto úlohy značně obtížné a přesné řešení jejich bylo dáno výzkumy sovětských matematiků GLIVENKA, KOLMOGOROVA a SMIRNOVA, který také rozřešil za velmi obecných předpokladů o distribuční funkci problém, zda náleží dva nezávislé výběry jednomu a témuž základnímu souboru. Řadu důležitých vět odpovídajících těmto tendencím současné theorie statistiky odvodil SARYMSAKOV a ROMANOVSKIJ, který rozřešil řadu úloh parametrického typu, jež souvisí s ověřováním hypotéz, že dva nezávislé výběry patří témuž normálnímu souboru. Zabýval se aplikací analysy rozptylu hlavně při výrobě zemědělské a zkoumal statistické problémy, vztahující se k posloupnostem jevů, jež tvoří řetězce Markovovy. Bylo možno dotknouti se jen několika výsledků z velikého množství výzkumů sovětské školy theorie pravděpodobnosti a matematické statistiky, které založily její světovou pověst. Mnohé z těchto výzkumů mají velký význam praktický, neboť se jich již rozsáhle užívá v sovětských průmyslových závodech.

ALGEBRA V SOVĚTSKÉM SVAZU

(Referát o přednášce prof. Dr *Vladimíra Kořínka*, proslovené dne 10. prosince 1951.)

Ve své přednášce se omezil přednášející pro nedostatek času jen na abstraktní algebru a všiml si hlavně sovětských prací v theorii grup a theorii nekomutativních okruhů. Vylíčil nejdříve vznik moskevské algebraické školy. Tu vytvořil OTTO JULJEVIČ ŠMIDT, který je znám především jako polární badatel. Šmidt je vlastně matematik a začal vědecky pracovat již před první světovou válkou v letech 1912—1913. Roku 1916 vydal knihu: *Abstraktní theorie grup*, která v tehdejší době svým pojetím a zpracováním předčila daleko všechny tehdejší knihy o theorii grup. Po Říjnové revoluci připojili se k němu i jiní moskevští matematikové, zvláště ALEXANDER GENADIJEVIČ KUROŠ. Velký rozvoj bádání o theorii grup nastal v Moskvě, když na Moskevské universitě Šmidt na jaře 1930 zorganisoval seminář o theorii grup. Přibližně do téže doby připadá návštěva EMMY NOETHEROVÉ v Moskvě, kde tato přední světová algebraička z období po první světové válce přednášela na universitě celý semestr. V letech třicátých pracuje již velký počet moskevských matematiků v abstraktní algebře, především v theorii grup a řada významných výsledků v tomto oboru docílených stále vzrůstá. Sovětští matematikové rozvinuli a propracovali do hloubky novou oblast theorie grup. Konečné grupy mají řadu vlastností, které jsou bezprostředními důsledky toho, že grupa je konečná. Jednotlivé tyto vlastnosti nebo skupiny těchto vlastností určují pak jisté kategorie grup, které sice nejsou

konečné, na něž lze však přenésti a zobecniti řadu vět o grupách konečných. Sovětští matematikové podrobně vyšetřovali právě takové kategorie grup.

Ke konci let třicátých počínají sovětští matematikové věnovat zvýšenou pozornost nekomutativním okruhům a bádání v tomto směru jsou dnes v Sovětském svazu v plném rozvoji. Přednášející se zmínil hlavně o theorii neasociativních okruhů. Do neasociativních okruhů patří mnohé okruhy, které mají velkou důležitost v jiných oborech matematiky i ve fysice. Jsou to na příklad Lieovy okruhy, alternující okruhy neb tak zvané J-algebry.

Stručně možno shrnout: Sovětská abstraktní algebra vyniká originálností námětů, jimiž se sovětští matematici zabývají a systematickým a vyčerpávajícím zpracováním těchto námětů, což je umožněno jen kolektivní a plánovanou vědeckou prací.

O ÚKOLECH ÚSTAVU PRO APLIKOVANOU MATEMATIKU MAĎARSKÉ AKADEMIE VĚD

(Referát o přednášce doc. Dr *J. Vincze* z Budapešti, proslovené 10. prosince 1951.)

Přednášející nejprve tlumočil pozdravy maďarských matematiků československým kolegům a poděkoval jim za laskavé pohostinství a ochotu, které mu poskytli českoslovenští matematici během jeho studijního pobytu v Praze.

Vznik maďarského ústavu těsně souvisí s ideologickými problémy v matematice: s naším názorem na matematiku, s poměrem matematiky a jejího aplikování.

Přednášející načrtnul, jak se matematika, jejíž původ a zdroj rozvoje leží v praxi, rozštěpila na matematiku čistou a aplikovanou v polovině minulého století, v době vzrůstající společenské krise kapitalismu. Neporozumění a často vědomě falešný výklad abstraktního charakteru matematiky, mělo za následek stále ostřejší oddělování theoretické matematiky od jejích aplikací. Tento proces se stával stále chorobnějším a zabránil plodnému vzájemnému ovlivňování matematické theorie a praxe. Krásným příkladem vzájemného ovlivňování a jednoty theorie a praxe jsou práce sovětských matematiků v počtu pravděpodobnosti (Chinčin, Smirnov, Kolmogorov, Gněděnko a j.). Výsledkem této jednoty není jen položení exaktních základů počtu pravděpodobnosti a nové možnosti jeho použití, ale vedlo i k rozvoji ostatních theoretických oborů matematiky, jako theorie reálných funkcí a theorie bodových množin.

Podle našeho názoru není čisté a aplikované matematiky, ale pouze matematika. Aplikováním matematiky řešíme matematické problémy precisními nástroji matematické theorie. Naproti tomu jsou „aplikovaní" matematici zabývající se převážně praktickým aplikováním svých vědomostí.

Samozřejmě nesmíme upadnout do úzkého prakticismu. Nejde o to, aby každý matematik byl též aplikovaným matematikem. Právě sovětská matematika dává příklady vynikajících theoretických výsledků, o jejichž aplikabilitě nemůžeme zatím vůbec mluvit. Ale poměr matematiky a skutečnosti je právě dán tím, že nejednou výsledky matematické theorie naleznou použití až značně později.

Příčina toho, že se maďarská matematika rozvíjela hlavně na theoretickém poli spočívá hlavně ve speciální situaci feudalisticko-kapitalistického Maďarska. V Maďarsku byli a jsou vynikající matematici. Jména Jana a Wolfa Bolyai-ho, kteří žili v první polovině minulého století, zná každý. Koncem minulého a začátkem tohoto století přispěli Julius König, Josef Küschak, Leopold Fejér a Bedřich Riesz vynikajícími pracemi k rozvoji matematiky, ba nejednou ukázali i cestu při odkrytí nových disciplin. Maďarský průmysl se však nevyvíjel volně a pěstování přírodních věd bylo zatlačeno do pozadí a tak nebylo podnětů k tomu, aby se mladí matematikové obrátili k praktickým problémům.

Naše osvobození přineslo v tomto ohledu změnu. Náš 5LP si vytkl za cíl mohutný rozvoj průmyslu, zemědělství a našeho kulturního a sociálního života. Při této výstavbě se odborníci stále častěji obracejí na matematiky se svými problémy. Vláda Maďarské lidově-demokratické republiky uznala důležitost problému a založila 1. VII. 1950 Ústav pro aplikovanou matematiku při Maďarské akademii věd.

Zvláště poučný je příklad Sovětského svazu: tam pracuje mnoho matematiků mimo matematické ústavy, přímo v závodech, kde spolupracují s inženýry a techniky při konstrukcích nových strojů a pod. Můžeme se učit i od podobných ústavů v pokročilejších lidově-demokratických státech, jako na příklad od československého Ústředního ústavu matematického, který i přesto, že je ještě mladou institucí, zahrnuje skupinu matematiků, kterým už odedávna nejsou cizí aplikace matematiky, ba kteří mohou v tomto oboru vykázat velmi pěkné výsledky. Jak mohl přednášející pozorovat, v Československu kromě matematiků pracujících v závodech i universitní a vysokoškolští matematikové stojí blíže k praxi než tomu bývalo v Maďarsku.

Matematické formulování problémů v průmyslu, zemědělství a ve vědeckém životě a co nejširší aplikování matematických method je podmíněno školením aplikovaných matematiků. Do té doby dokud není dostatek dobře připravených aplikovaných matematiků je úkolem Ústavu aplikované matematiky řešení problémů předložených průmyslem a vědou.

Ústav se pro řešení svých úkolů dělí na 5 tříd: třídu mechaniky a statiky, třídu chemickou, třídu počtu pravděpodobnosti a matematické statistiky, třídu pojistné a hospodářské matematiky, třídu numerických a grafických method.

Počátkem příštího roku (t. j. 1952) bude založena třída elektrotech-

nická. Každá třída má 2—3 spolupracovníky a mimo to zaměstnává Ústav občas i externí síly.

Pracovní plán ústavu se dělí na vnitřní a vnější. Vnější pracovní plán sestává z řešení problémů předložených různými institucemi. Vnitřní plán sestává z řešení otázek zásadního významu, které nejsou sice okamžitě aktuální, ale mohou se jimi stát, nebo jejichž řešení by bylo žádoucí. Dobré plnění vnitřního plánu je průpravou k tomu, aby Ústav mohl vyhovět i externím úkolům.

Přednášející se dále zmínil o několika problémech, které se vyskytly v praxi ústavu a při jejichž řešení by až do té doby v Maďarsku ani nepomyslili na možnost matematického řešení, na jeho prospěšnost a význam (zásoba strojních součástí, regulace tempa vyorávání cukrovky, jistý problém z vedení tepla).

Zkušenost Ústavu nás učí, že problémy přicházejí hlavně z míst, kde pracují matematikové nebo odborníci v matematice zběhlí. Tato okolnost nás staví před otázku správného usměrnění vyučování matematice, vyučování, při kterém výchova k matematickému myšlení a schopnosti abstrakce je spojena se zběhlostí v aplikacích. Tato velmi důležitá otázka leží ale mimo rámec této krátké přednášky.

Přednášející nakonec vyslovil naději, že československí a maďarští matematici budou i v budoucnosti ještě úžeji a plodněji spolupracovat a to jak v theoretických otázkách tak i v otázkách aplikací matematiky a tím napomohou úspěšnému splnění 5LP a co nejrychlejšímu uskutečnění socialismu ve svých zemích.

Přeložila *J. Koníčková*, Praha.

NELINEÁRNÍ PRUŽNOST

(Referát o přednášce Dr *Frant. Kroupy*, proslovené dne 19. prosince 1951.)

V referátu přednášky pořádané společně s katedrou fysiky Karlovy university byl podán přehled současného stavu matematické theorie nelineární pružnosti.

Referát se skládal ze tří částí: V prvé byly uvedeny předpoklady matematické theorie pružnosti nelineární i klasické, v druhé provedena matematická formulace problémů z nelineární pružnosti, v třetí pak byly ukázány základy speciální nelineární pružnosti vybudované pro gumu a podobné materiály.

Jako předpoklady nelineární pružnosti byly uvedeny: Těleso je pružné, při deformaci je zachována jeho souvislost, je homogenní a isotropní. V případě klasické pružnosti přistupují další dva předpoklady: je splněn lineární vztah mezi složkami tensoru napětí a deformace (Hookův zákon), posunutí a jejich derivace podle souřadnic jsou malé proti jednotce, a to tak, že součiny derivací jsou vedle derivací samotných zanedbatelné. Byla provedena diskuse a kritika těchto předpokladů, které sku-

tečnost značně zjednodušují, s hlediska fysikálního a upozorněno na to, že s hlediska matematického by bylo třeba k vážné práci v theorii pružnosti shrnout všechny definice, úmluvy a předpoklady, z nichž některé nebývá zvykem vůbec uvádět, v axiomaticky vybudované základy theorie pružnosti.

Základní rovnice matematické theorie nelineární pružnosti je možno vyjádřit buď v souřadnicích tělesa před deformací nebo po deformaci. Složení rovnic je analogické jako v případě klasické theorie pružnosti: 6 rovnic, vyjadřujících složky tensoru deformace pomocí derivací složek posunutí (podmínky integrability tohoto systému tvoří 6 rovnic kompatibility), 3 rovnice rovnováhy, 6 rovnic vztahu mezi složkami tensoru deformace a napětí. Proti klasické theorii pružnosti však jde o systém parciálních diferenciálních rovnic nelineárních, který je značně složitý. Matematické řešení problémů z nelineární pružnosti vede na řešení tohoto systému při daných krajových a počátečních podmínkách. Pro tento systém nejsou dosud odvozeny základní věty o existenci a počtu řešení a jejich řešení bylo podáno jen pro několik speciálních případů při značných zjednodušeních. Tento systém rovnic je také základem obecné theorie stability v pružnosti (problémy vzpěru a pod.); pro technicky významný případ materiálů s velkým modulem elasticity, na př. pro ocel, je možno v rovnicích dosáhnout zanedbáním některých členů značného zjednodušení (uvedeno na př. v knize NOVOŽILOV: *Osnovy nelinejnoj těorii uprugosti*, L. M. 1948).

Rovnice nelineární pružnosti dávají také možnost odhadu chyb klasické theorie pružnosti, způsobených nesplněním předpokladu malých deformací.

Pro gumu a podobné materiály byla vybudována hlavně v pracích RIVLINOVÝCH (Philosophical Transactions of the Royal Society, London, ser. A, 1948) speciální matematická theorie nelineární pružnosti, která připouští jen takové deformace, při nichž se objem nemění (obecná isovolumenární transformace) a uvažuje jen velmi jednoduchý výraz pro deformační energii. Vedle základních rovnic Rivlinovy theorie, které tvoří opět systém nelineárních parciálních diferenciálních rovnic s krajovými a počátečními podmínkami, bylo podáno jejich řešení pro speciální případ torsního tlumiče tvaru dutého válce.

ROTUJÍCÍ KOTOUČ V PLASTICKÉM STAVU

(Referát o přednášce doc. Dr *Mil. Hampla*, proslovené dne 16. ledna 1952.)

1. V zahajovací přednášce ukázal Dr *Jeníček* na celou problematiku, na kterou naráží výzkum materiálu jednak při zpracování materiálu a jednak při zjišťování materiálových vlastností hlavně elastických a pevnostních. Význam a účel tohoto studia materiálu je především v tom, že konstruktér, který má navrhovati turbinu, Dieselův motor, jeřáb, lokomotivu, šicí stroj nebo jehlu do šicího stroje, musí znáti vlastnosti materiálu, kterého chce pro svou konstrukci použíti.

Jeho první povinností je zjistit všechny okolnosti a poměry, za jakých má jeho konstrukce pracovati, na př. jaké napětí musí snésti, a podle toho se rozhodnouti, jakého materiálu musí užíti.

Při tom musí míti na zřeteli hospodárné využití materiálu, t. j. pro konstrukci, u které zjistí na př. namáhání 500 kg/cm² v tahu neužije materiálu, který má pevnost na př. 7000 kg/cm² a podobně.

Jestliže si uvědomíte rozmanitost příčin, které mají vliv na vlastnosti materiálu při a po jeho zpracování v hutích, můžete snad dojíti k závěru, že materiálová data, která udávají hutě, jsou značně problematická. Ve skutečnosti to není tak zlé, protože tato nejistota se respektuje tím, že z celé řady zkoušek na zkušebních tyčkách se stanoví nejmenší a největší hodnoty příslušných údajů a konstruktér se dozví, v jakých mezích se příslušná hodnota pohybuje.

Konstruktér však naráží na jiné potíže pokud jde o materiál. Nedávno jsem byl v závodě, kde objednali vagon drátu. Kontrola zjistí, že vzorky, vzaté ze začátku a z konce jednotlivých kol drátu, vyhovují všem požadavkům, ale že směrem ke středu kola drát má vlastnosti značně horší.

To je jeden příklad z celé řady jiných, které bych mohl uvésti. Domnívám se, že v tomto ohledu by prospělo zavedení kontrolních method matematické statistiky do všech hutních závodů. Pokusy se v tomto směru už konají.

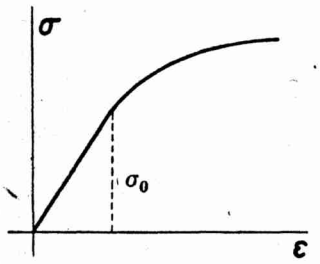
Druhá potíž konstruktérova je tato:

Pevnostní zkoušky materiálu se provádějí na zkušební tyčce. Tyto zkoušky tedy ukazují, jak se materiál chová v případě jednorozměrné napjatosti. Kdyby konstrukce turbiny nebo lokomotivy se dala provésti jenom z tyčí nebo drátů namáhaných na tah, mohl by konstruktér na základě pevnostních údajů zjištěných na zkušební tyčce se značnou přesností a bezpečností zaručiti chod příslušného stroje.

Bohužel konstrukční části většiny strojů nejsou tyčky, ale desky, kotouče, nádoby rozmanitých tvarů a pod.

V těchto případech už nejde o napjatost jednodimensionální, ale o dvoj- až trojdimensionální.

Úkolem konstruktéra je pak nalézti způsob, jak materiálových dat zjištěných pro případ jednorozměrné napjatosti využíti na případy napjatosti dvoj- a trojrozměrné.



Obr. 1.

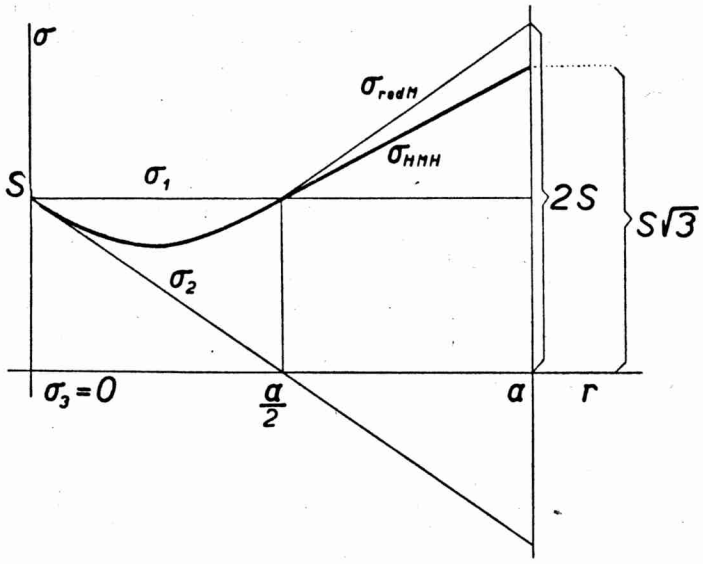
Vztah mezi napětím σ a poměrným prodloužením ε pro zkušební tyčku je dán jedním z diagramů, které zde uváděl Dr Jeníček.

Až do jisté hodnoty σ_0 se dá tento diagram nahraditi přímkou o rovnici $\sigma = E\varepsilon$. Hodnotu σ_0 nazveme mezí úměrnosti. V tomto oboru $\sigma \leqq \sigma_0$ platí Hookův zákon, na kterém je založena klasická theorie pružnosti. Tato theorie nám dává možnost, jak charakterisovati napjatost dvoj- a trojrozměrnou jediným napětím, které nazveme redukované napětí nebo namáhání konstrukce a které srovnáme s napětím jednorozměrným ve zkušební tyčce. „Klasický" konstruktér se pohybuje nebo snaží pohybovat pouze v oboru platnosti Hookova zákona.

Uvedu stručně jen dvě methody, jakých se nejčastěji používá.

Je to methoda *Mohrova*, podle které rozhoduje o namáhání konstrukce největší z rozdílů $|\sigma_1 - \sigma_3|$, $|\sigma_1 - \sigma_3|$, $|\sigma_3 - \sigma_3|$, kde σ_1, σ_2, σ_3 jsou hlavní napětí. Představme si, že jde o dvojrozměrnou napjatost ($\sigma_3 = 0$), a že obě napětí závisí na poloze charakterisované jediným parametrem r. Upozorňuji, že to neznamená, že jde o napjatost jednorozměrnou. Průběh σ_1 a σ_2 buď dán na př. $\sigma_1 = S$, $\sigma_2 = S\left(1 - 2\frac{r}{a}\right)$

v intervalu $0 \leqq r \leqq a$. Při tom φ je úměrno zatížení konstrukce a je funkcí rozměrů. Pak namáhání σ_{red} podle Mohra je dáno spojitou čarou, která má však nespojitou derivaci v místě, kde $\sigma_2 = 0$.



Obr. 2.

Už z tohoto příkladu je vidět jakousi nevýhodu Mohrova způsobu. V praxi totiž se snažíme vypočítati výrazy pro napětí σ_1, σ_2 jako funkce polohy a ve většině případů by nám pak stačilo zjistiti maximální namáhání konstrukce bez počítání resp. kreslení celého průběhu obou napětí. To je zřídka možno při užívání Mohrova způsobu.

Druhý dosti často užívaný způsob výpočtu namáhání konstrukce nazýváme podle tří autorů *Huber-Mises-Hencky* (stručně HMH). Je odvozen theoreticky z úvah o přetvárné práci a namáhání je podle něho:

$$\sigma_{red} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}. \qquad \text{HMH}$$

V případě rovinné napjatosti, kdy $\sigma_3 = 0$, vyjde

$$\sigma_{red} = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2}. \qquad \text{HMH}$$

Z těchto výrazů je vidět, že výpočet namáhání podle způsobu HMH je matematicky elegantnější než podle Mohra a že při něm není třeba rozlišovati případy, zda napětí mají stejná nebo opačná znaménka. Naproti tomu jeho nevýhoda souvisí s tím, že jde o výpočet kvadratického výrazu.

Pro předcházející příklad bude σ_{red} podle HMH dáno:

$$\sigma_{red} = S \sqrt{1 - \left(1 - 2\frac{r}{a}\right) + \left(1 - 2\frac{r}{a}\right)^2}.$$

Největší hodnota bude pro $r = a$, t. j. $\sigma_{red_{max}}(a) = S\sqrt{3}$, kdežto podle Mohra bylo $\sigma_{red_{max}} = 2S$.

Bezpečnost μ konstrukce vzhledem k danému dovolenému namáhání σ_0 bude pak:

$$\mu_{\text{MOHR}} = \frac{1}{2}\frac{\sigma_0}{S} = 0{,}50\frac{\sigma_0}{S},$$

$$\mu_{\text{HMH}} = \frac{1}{\sqrt{3}}\frac{\sigma_0}{S} = 0{,}58\frac{\sigma_0}{S}.$$

Zmiňuji se o těchto věcech hlavně proto, abych ukázal na obtížnou a zodpovědnou práci konstruktéra, který je informován o vlastnostech materiálu většinou na základě zkoušek se zkušební tyčkou a který často po velmi obtížném výpočtu napjatosti konstrukce se musí rozhodnouti mezi různými způsoby, jak zjistiti maximální redukované napětí resp. bezpečnost konstrukce.

Nejistotu spojenou s uvedenými obtížemi obchází proto konstruktér tím, že volí předem dosti velkou bezpečnost vzhledem k mezi úměrnosti materiálu.

Zkušenost ukazuje, že dodatečným výpočtem už provedené konstrukce podle klasické theorie pružnosti často zjistíme v určitých místech namáhání přesahující nejen mez úměrnosti, ale i mez pevnosti — a přes to konstrukce se v provozu dobře osvědčují.

Takové případy můžeme si vysvětliti tím, že lokální napětí v materiálu namáhaném nad mezí úměrnosti jsou ve skutečnosti daleko menší než napětí vypočtená podle klasické theorie pružnosti. Stručně říkáme, že v takových místech materiál přechází do plastického stavu, „teče" a nakonec se trvale deformuje tak, že napětí klesne.

Abychom mohli početně zjistit, jak se chová konstrukce v místech, kde podle klasické theorie pružnosti přestoupí namáhání mez pružnosti, musíme opustit tuto theorii a užíti zcela nové a jiné.

Počátky těchto nových theorií se — podle mého názoru — dají klást do let kolem roku 1925, kdy vyšla práce *Henckyho* v ZAMM a *Nadaiova* kniha „*Der bildsame Zustand der Materie*". Ta byla později přeložena do angličtiny „Plasticity". Ze sovětských autorů uvádím *Iljušina* a *Sokolovského*: *Těorija plastičnosti* (1951) a některé partie v *Mašinostrojeniju* I. a II. díl (1948).

V tomto oboru se intensivně pracuje stále, jak svědčí řada prací v zahraničních časopisech a přednášek na kongresech (naposledy v Londýně 1948). Je škoda, že se nikdo z našich odborníků nemůže zúčastnit letošního kongresu aplikované matematiky v Cařihradě.

U nás v tomto směru se pracuje dosud velmi málo, jak můžeme pozorovati v našich časopisech, jichž počet byl značně zredukován. Stručný popis theorie plasticity (tvárlivosti) je uveden v *Technickém průvodci* III., *Nauka o pružnosti a pevnosti* od *Bažanta-Nedomy* a *Spály*.

Pokud vím, soukromě pracuje Dr *Kohn* na problému ohybu v plastickém stavu. Já osobně cítím už kolik let, jak v tomto oboru zůstáváme pozadu za zahraniční vědou a snažím se, aby v našem studijním odboru ve Výzkumném ústavu těžkého strojírenství jsme se při problémech z pružnosti zaměřili tímto „plastickým" směrem. Našel jsem při tom značnou podporu a porozumění u svých spolupracovníků, z nichž na př. Dr *Špaček* řešil nádobu v plastickém stavu, Ing. *Dvořák* hák a Ing. *Šindlar* se zabývá výpočtem patek velkých nádob při respektování plasticity.

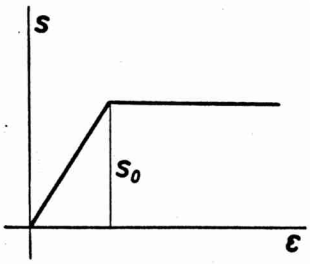
Kromě toho v minulém roce jsem řešil za spolupráce s prof. *Gruberovou* a aspirantem Ing. *Valentou* rotující kotouč konstantní tloušťky v elasticko-plastickém stavu. Výsledky jsou uvedeny ve zprávě Z-85. Při řešení tohoto problému vychá-

zíme ze zjednodušené závislosti napětí s ve zkušební tyčce na poměrném prodloužení ε podle *Nadaie*. (Obr. 3.)

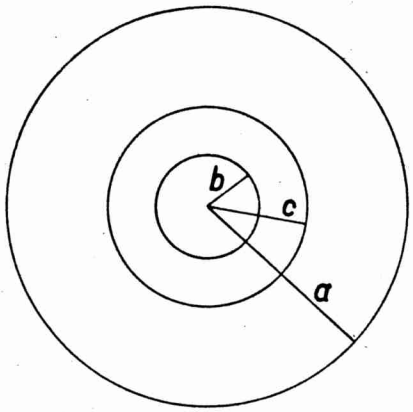
Hodnota s_0 značí mez tečení materiálu (yield-point).

Naše úloha zní:

V kotouči s otvorem, který rotuje úhlovou rychlostí ω, působením odstředivých sil vznikají napětí radiální s_r a obvodová s_t, která závisí na poloměru r a rychlosti ω a specifické váze γ. Má se určiti velikost obou napětí. Pokud je $\omega \leqq \overline{\omega}$, je celý kotouč ve stavu elastickém. Řešení napětí je uvedeno na př. v *Technickém průvodci III*. Přestoupí-li ω kritickou rychlost $\overline{\omega}$, dostává se kotouč částečně, a to v mezikruží $b \leqq r \leqq c$ do stavu plastického, ve vnějším mezikruží $c \leqq r \leqq a$ zůstává ve stavu elastickém, pokud $\omega \leqq \omega < \overline{\omega}$.



Obr. 3.



Obr. 4.

Při tom stále předpokládáme, že $s_r(b) = s_r(a) = 0$. Při řešení problému napjatosti v plastickém stavu vycházíme ze základních matematických předpokladů, které dostatečně přesně souhlasí s experimentální zkušeností:

1. redukované napětí je v plastickém stavu stále $= s_0$ (mez tečení),
2. poměrná prodloužení ve směrech hlavních napětí jsou dána rovnicemi $\varepsilon_1 = c[s_1 - \frac{1}{2}(s_2 + s_3)]$ atd., z čehož plyne současně $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0$ (kubická dilatace $= 0$).

Kromě těchto podmínek platí v každém elementu plastického tělesa rovnice rovnováhy.

V případě rotujícího kotouče s otvorem jde na konec o řešení rovnic:

$$r\frac{ds_r}{dr} + s_r - s_t + \frac{8\omega^2}{g} r^2 = 0 \text{ (rovnováha)},$$

$$s_{red} = s_0 \text{ (stav plastický)}.$$

U vyšetřovaného kotouče se dá předpokládati, že s_{red} podle Mohra je s_t, neboť $s_t \geqq s_r \geqq 0$.

Nadai ve své knize uvedl stručně některé specielní výsledky řešení kotouče za předpokladu, že $s_{red} = s_t = s_0$, tedy za předpokladu hypothesy Mohrovy.

My jsme potřebovali podrobně řešit tento problém a pokusili jsme se jej řešiti za předpokladu hypothesy HMH, tedy za předpokladu, že

$$s_{red} = \sqrt{s_r^2 - s_r s_t + s_t^2} = s_0.$$

Tím jsme ovšem museli řešit nelineární diferenciální rovnici, která po úpravě měla tvar

$$4xy' + 2x + y - \sqrt{4 - 3y^2} = 0.$$

Pomocí jejího řešení jsme dostali napětí s_r a s_t v plastické části kotouče a to jsme kombinovali s řešením elastického kotouče.

Výsledky jsme znázornili graficky, takže z příslušných diagramů můžeme snadno najíti pro daný vnitřní a vnější poloměr kotouče a dané ω:

1. poloměr c, který odděluje vnitřní plastickou část kotouče od vnější elastické,
2. rychlost $\overline{\omega}$, při níž kotouč začíná přecházeti do plastického stavu,
3. rychlost $\overline{\overline{\omega}}$, při které je celý kotouč plastický,
4. napětí s_r, s_t v každém místě kotouče, t. j. jak v části plastické, tak elastické.

Tyto výsledky jsme v literatuře nenašli.

Na konec jsme srovnali všechny tyto výsledky provedené za předpokladu hypothesy HMH s analogickými výsledky provedenými podle hypothesy Mohrovy a stručně naznačenými v Nadaiově knize.

Podle očekávání se oba druhy výsledků příliš nelišily. Na vysvětlenou, proč jsme řešili ten problém složitě, když podle Mohra jsme jej mohli řešit (přibližně se stejnou přesností) jednoduše, bych řekl:

U rotujícího kotouče s krajovými podmínkami $s_r = 0$ na vnitřním i vnějším poloměru je podle Mohra $s_{red} = s_t$, tedy řešení jednoduché. V jiných případech však tomu není tak — na př. už v případě kotouče nalisovaného na hřídel. V takových složitějších případech užití Mohrovy hypothesy může naraziti na různé nepříjemnosti, protože by se muselo zjišťovati, který z výrazů $|s_t - s_r|$, $|s_t - s_z|$, $|s_r - s_z|$ a v kterých oborech, rozhoduje o namáhání. Proto jsme na případu, který se dal poměrně snadno kontrolovat s řešením podle Mohra, si chtěli zjistit, zda řešení nelineární diferenciální rovnice je prakticky proveditelné v dostatečné obecnosti. To se nám podařilo a proto zkušeností, kterých jsme získali, můžeme užíti i v případech obtížnějších.