Werk

Label: Article

Jahr: 1949

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?31311028X_0074|log185

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

info@digizeitschriften.de

SUR LES COURBES DONT LA TANGENTE ADMET SUR CHAQUE ARC TOUTES LES DIRECTIONS.*)

ZYGMUNT ZAHORSKI, Łódź.

Je donne la solution du problème de M. J. KRZYŻ concernant les courbes dont la tangente admet sur chaque arc toutes les directions. Je me sers de deux définitions suivantes: 1° L'axe tangent est la limite de l'axe joignant le point fixe au point variable, le sens étant déterminé par le signe de la différence des valeurs du paramètre. 2° La droite tangente est la limite de la droite sécante, lorsque la différence des valeurs du paramètre tend vers 0. L'existence de la droite tangente constitue une condition plus faible que celle qui exige que le contingent (au sens de M. G. BOULIGAND) de l'arc partiel soit situé sur la droite. Le terme „tangente" tout court signifie l'une ou l'autre de ces deux notions, tandis que le terme „direction" de la tangente dans le cas où il s'agit de „l'axe tangent", doit être remplacé par le terme „sens". Je démontre deux théorèmes.

Théorème I. *Si la courbe* (au sens de PEANO-JORDAN) *possède la tangente partou sauf dans un ensemble de points au plus dénombrable, la tangente ne peut prendre sur chaque arc deux différentes directions fixées.*

Théorème II. *Il existe un arc simple rectifiable, dont l'axe tangent admet sur chacun de ses arcs partiels tous les sens.*

Comme il résulte des travaux de M. G. CHOQUET et des miens,[1]) *la courbe rectifiable possède une représentation paramétrique partout dérivable avec les dérivées bornées.* On obtient du théorème I, que l'arc du théorème II possède sur chacun de ses arcs partiels un ensemble de points de puissance du continu, dans lesquels l'axe tangent n'existe pas. Ainsi, *l'ensemble de valeurs du paramètre, pour lesquelles les premières dérivées de toutes les coordonnées s'annulent simultanément, est dense,* ce qui est d'accord avec le résultat de M. Cz. RYLL-NARDZEWSKI. On peut généraliser les théorèmes I et II aux *courbes dans les espaces aux dimensions quelconques finies.* Je démontre le théorème II en me servant de la transformation continue de l'ensemble de CANTOR en segment et de la courbe de PEANO qui remplit le carré. Nous pouvons construire par des moyens analogues un *arc simple dont l'axe sécant admet sur chacun de ses arcs partiels tous les sens* (réponse à une question posée par M. K. BORSUK). J'ai signalé en 1946[2]) sans le démontrer, l'exemple qui

*) Le texte complet de cette communication doit paraître dans „Časopis pro pěstování matematiky a fysiky".

[1] G. CHOQUET: *Application des propriétés descriptives de la fonction contigent à la théorie des fonctions de varible réelle et à la géométrie différentielle des variétés cartésiennes,* J. Math. Puv. Appl., **26** (1947—1948), 115—226.

Z. ZAHORSKI: О жоргановых кривых облагающих в кажой точке касательной, Mat. Sbornik, **22** (1948), 3—26.

[2]) Z. ZAHORSKI: *Problèmes de la Théorie des ensembles et des fonctions,* C. R. Acad. Sc. Paris, **223** (1946), 451, III c.