Werk

Label: Article

Jahr: 1887

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?31311028X_0016|log36

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

info@digizeitschriften.de

Poznámka o obalové křivce hyperbolické.

Pro žáky středních škol napsal

V. Jeřábek,
professor v Brně.

Pohyblivá přímka AB, která omezuje s dvěma pevnými přímkami OX, OY trojúhelník stálého obsahu, obaluje hyperbolu, jež dotýká se hybné strany AB ve středu jejím.

Známou tuto vlastnosť bez použití differencialního počtu lze dokázati takto:

Budiž C bodem průsečným dvou libovolných tečen AB, A′B′ křivky obalové, a úhel XOY nazveme ω.

Protože trojúhelníky ABO, A′B′O jsou si obsahem rovny, máme podmínku

$$OA \,.\, OB = OA' \,.\, OB',$$

ze které obdržíme

$$\frac{OA}{OA'} = \frac{OB'}{OB},$$

z čehož plyne, že AB′ || A′B; a proto jest

$$\frac{AC}{CB} = \frac{AB'}{A'B} = \frac{OA}{OA'}.$$

Považujeme-li dotyčný bod tečny AB za mezní polohu bodu C, ve kterém hybná tečna A′B′ pevnou tečnu AB seče, předpokládáme, že úhel ACA′ mezi těmito tečnami blíží se nulle. I jest

$$\lim \frac{AC}{CB} = \lim \frac{OA}{OA'} = 1,$$

neboť $\lim OA' = OA$.

Je-li tedy C bodem dotyčným, jest

$$\frac{AC}{CB} = 1 \quad \text{čili} \quad AC = CB,$$

což bylo dokázati.

Abychom ještě dokázali, že obalovou křivkou jest hyperbola, považujme přímky OX a OY za osy souřadnic a $OM = x$, $ON = y$ za souřadnice bodu dotyčného C. Značí-li k^2 stálý obsah trojúhelníka ABO, který obsahem svým rovná se dvojnásobnému rovnoběžníku $OMCN = xy \sin \omega$, obdržíme

$$2xy \sin \omega = k^2$$