est, en vertu de (2), (5) et (6) bornée et, par conséquant, la fonction définie par la série

$$\alpha_0 b_0 + \sum_{\nu=1}^{\infty} a_\nu b_\nu z^\nu$$

est bornée dans l'intérieur du cercle-unité; or, la résultante $F(z)$, régulière dans l'intérieur du cercle-unité, est aussi bornée dans l'intérieur de ce cercle et, par conséquant, d'après le théorème bien connu de Fatou, elle a dans presque tous les points du contour du cercle-unité des valeurs limites bien déterminées, c. q. f. d.

BIBLIOGRAPHIE

[1] F. Riesz, *Über die Randwerte einer analytischen Funktion*, Math. Ztschr., Bd. 17 (1923), S. 87—95.

[2] V. par ex. A. Zygmund, *Trigonometrical Series*, New York 1952. P. 158.

О ЕГЗИСТЕНЦИЈИ ГРАНИЧНИХ ВРЕДНОСТИ РЕЗУЛТАНТЕ ФУНКЦИЈА КЛАСЕ H_δ, $\delta > 1$

В. ДАЈОВИЋ, БЕОГРАД

Садржај

У овом раду доказан је следећи став:

Резултанта

$$F(z) = \sum_{\nu=0}^{\infty} a_\nu b_\nu z^\nu$$

функције

$$f(z) = \sum_{\nu=0}^{\infty} a_\nu z^\nu, \quad f(z) \in H_\delta, \quad \delta > 1,$$

и функције

$$g(z) = \sum_{\nu=0}^{\infty} b_\nu z^\nu, \quad g(z) \in H_{\delta'},$$

где је $\frac{1}{\delta}+\frac{1}{\delta'}=1$, — *јесте регуларна и ограничена функција унутар јединичног круга и, према томе, она скоро свугде на рубу тог круга има одређене граничне вредности.*

Заиста, према претпоставци, функција $f(z)=u(z)+iv(z)$ припада класи $\mathbf{H}_\delta$, $\delta>1$, те се њен реални део може изразити Poisson-овим интегралом

$$u(r,\varphi)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}P(\vartheta)\frac{1-r^2}{1-2r\cos(\vartheta-\varphi)+r^2}\,d\vartheta,$$

где функција $P(\vartheta)$ припада класи $\mathbf{L}^\delta$, $\delta>1$. Резултанта $F(z)$ је до адитивне константе једнака функцији која је дефинисана редом

$$(*)\qquad \alpha_0 b_0+\sum_{\nu=1}^{\infty}a_\nu b_\nu z^\nu=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}u(r,\varphi)\cdot g(\underline{z})\,d\varphi,\quad r<1,$$

где је $\underline{z}=re^{i(\vartheta-\varphi)}$, $z=r^2e^{i\vartheta}$, а

$$u(r,\varphi)=\frac{\alpha_0}{2}+\sum_{\nu=1}^{\infty}r^\nu(\alpha_\nu\cos\nu\varphi-\beta_\nu\sin\nu\varphi)$$

претставља реални део функције $f(z)$. На основи добијене релације

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}|u(r,\varphi)|^\delta\,d\varphi\leqq\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}|P(\vartheta)|^\delta\,d\vartheta$$

и особине интеграла

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}|g(\underline{z})|^{\delta'}\,d\varphi,\quad g(\underline{z})\in\mathbf{H}_{\delta'},$$

а с обзиром на Hölder-ову неједнакост

$$\left|\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}u(r,\varphi)\cdot g(\underline{z})\,d\varphi\right|\leqq\left(\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}|u(r,\varphi)|^\delta\,d\varphi\right)^{\frac{1}{\delta}}\cdot\left(\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}|g(\underline{z})|^{\delta'}\,d\varphi\right)^{\frac{1}{\delta'}},$$

интеграл

$$\frac{1}{\pi}\int_{0}^{2\pi} u(r, \varphi) \cdot g(\underline{z})\, d\varphi, \quad r < 1,$$

је ограничен. Дакле, пошто је функција дефинисана редом (*) регуларна и ограничена у јединичном кругу, то је и резултанта $F(z)$ регуларна и ограничена у том кругу, те, на основи познатог Fatou-овог става, има скоро свугде на рубу јединичног круга одређене граничне вредности.