Werk

Label: Article

Jahr: 1953

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?311570321_0005|log35

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

info@digizeitschriften.de

О ПОЛИТОПИМА

Ђ. КУРЕПА, Загреб

Садржај

1. Чланак полази од елементарне чињенице да у сваком полиједру са којим се сусрећемо, број бридова (ивица) премашује и број врхова и број страна. То се својство доказује и за вишедимензионалне тетраедре (симплексе), што се може и овако изрећи: ако за природни број n означимо са $I(n)$ скуп бројева $0, 1, 2, n-1$, -њих n на броју, нека $PI(n)$ или $P(n)$ означује скуп свих комбинација скупа $I(n)$ т.ј. скуп свих делова скупа $I(n)$; празни скуп v (вакуум) као и сам скуп $I(n)$ укључујемо такођер у $PI(n)$ сматрајући их у њему као најмањи одн. највећи елемент. Скуп наиме $PI(n)$ уређујемо на природан начин релацијом укључивања (обухватања, инциденције) $\subseteq$. Елементи скупа $PI(n)$ схваћају се као стране симплекса (тетраедра) од $n-1$ димензије, а свако $x \in I(n)$ са $kx = i+1$ ($kx =$ кардинални број од x) значи једну i димензионалну *страну* тога тетраедра. *Тада систем $S \subseteq PI(n)$ са највише елемената а са својством да је свако $y \in I(n)$ инцидентно са бар једним $I_0 \in S$, док су елементи из S два по ова неинцидентна нужно има* $\binom{n}{\left[\frac{n}{2}\right]}$ *елемената а важи идентички*

$$kt = \left[\frac{n}{2}\right] \quad (t \in S);$$

ако је n непарно, тада може важити и идентички

$$kt = \left[\frac{n}{2}\right] + 1$$

(читалац нека има у виду случајеве $n = 3$ и 4).

2. Но, та геометријска инциденција даје повода да се за скупове A, B проматрају опћа пресликавања f типа (r, s), где је (r, s) уређен пар кардиналних позитивних бројева. То значи да *сваком $x \in A$ придружујемо одређен скуп $f(x) \subseteq B$ са својством $kf(x) = r$ и да притом за свако $y \in B$ буде $kf^{-1}(y) = s$ што значи да је уз свако $x \in B$ придружено баш s елемената из A. Ако је $B = Uf(x)$ $(x \in A)$, тад је*

$$r(kA) = s(kB). \tag{1}$$

Одатле за коначне скупове A и B произлази еквиваленција:

$$r \lesseqgtr s \iff kA \lesseqgtr kB. \tag{2}$$

Да докажемо (1), промотримо за свако $x \in A$ скуп A_x двочланих скупова облика $\{x, x'\}$ $(x' \in f(x))$. Наравно, $kA_x = r$. Скупови A_x

кад x пролази кроз A, међусобно су без заједничких тачака, па је зато

(3) $$k \bigcup_{x \varepsilon A} A_x = r\, k\, A.$$

У другу руку, за задане $y \in B$ одређен је скуп $f^{-1}(y)$ свих $x \in A$ за које је $y \in f(x)$: скуп B_y двочланих скупова $\{y, y'\}$ $(y' \in f^{-1}(y))$ има s елемената; за различите y из B скупови B_y $(y \in B)$ међусобно су без заједничких елемената па је

$$k \bigcup_{y \varepsilon B} B_y = s\, k\, B.$$

Но, постоји једнакост

$$\bigcup_{x \varepsilon A} A_x = \bigcup_{y \varepsilon B} B_y,$$

одакле прелазећи на припадне кардиналне бројеве закључујемо, преко (3) и (4), да вреди (1).

Образац (1) допушта многобројне примене. Горњи теорем о симплексима једноставна је последица од (1). О другим применама и поопћењима биће говора на другом месту.