

Werk

Label: Article

Jahr: 1951

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?311570321_0003|log6

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

✉ info@digizeitschriften.de

ПРИНЦИП НЕИЗВЕСНОСТИ — ОСНОВ ТАЛАСНЕ МЕХАНИКЕ И ПРЕДВИЂАЊЕ БУДУЋНОСТИ

Д. К. ЈОВАНОВИЋ, Београд

1. *Класично предвиђање будућности.* Узрок појединоме може се *a priori* одредити само помоћу методичног размишљања на основу искуственог материјала, нпр. у физичким наукама, а ради тога да не би *post hoc* сматрали за *propter hoc*, односно последицу за узрок. Класична теорија физичких појава: да свакој промени одговара у основи узрок, треба да важи *a priori*, без чега се не може замислити кохерентност искуствених садржаја. То значи, да у искуству постоји увек принцип каузалности како у неорганском тако и у органском, психичком и историском збивању, чак и онде где се не може формулисати са оном оштрином као у неорганским збивањима; каузалност не значи приморавање нити је она механичког порекла.

На основу овог принципа физички закони би се морали саобразити геометриски формулисаној природи, тзв. „рационалној механици“, тј. да се физичари морају, усавршавањем срестава за мерење, што више приближити законима формалне логике изведеним на основу стилизовања искуства. Према овоме би и појам каузалности произишао из математичког стилизовања. Тако би кретање материјалне тачке према правој у равни довело неминовно до симултаности положаја те тачке са једном од тачака праве, што је са садашњег становишта физике немогуће. Са становишта класичне механике кретање материјалне тачке у пољу сталне силе доводи неминовно до претварања кинетичке енергије у потенцијалну и обрнуто. Можемо се упитати да ли је то каузалност? По нашем мишљењу то је принцип о очувању количине енергије, као нешто што се до сада није могло оповргнути искуством, према томе то је принцип битисања у природи. Овај принцип је провераван и проверава се у крајњем и са физички дефинисаним партикулима тј. делићима чију је величину одредила наука на основу прецизних мерења. Ако би хтели да на основу геометриских принципа дефинишемо тачан положај у геометриском простору, да би на основу тога из неког реда вредности одредили будућност партикула, нпр. електрона, физичари би морали најпре да тачно одреде положај електрона према координатама и његову брзину у датоме моменту, затим у другом итд., те би на основу класичне механике стилизовањем овог физичког тела у материјалну тачку одредили законе његовог кретања у пољу силе или без њега. Тај делић — електрон има димензију око 10^{-13} cm, те да би га „видели“ микроскопом (претпостављајући усавршавање у техници мерења) морамо употребити зраке γ таласне дужине од 0,01 X. Али овакво „виђење“ не можемо учинити а да одмах тиме не про-

менимо истовремено положај самог делића и његову брзину (пертурбација услед Compton-овог дејства).

Ако би хтели да одредимо правац којим један једини електрон путује кроз простор тиме нпр. што ћемо из електронског млаза сужавањем отвора неке диафрагме одредити тачно место на фотографској плочи где би он своју енергију претворио у хемиско разлагање, у потенцијалну енергију оба конституента халогенида сребра, опет би се нашли пред непреоборливом тешкоћом ради тога што електрон пролажењем кроз узани отвор „расплињава“ своју енергију одмах по изласку из диафрагме, а из дифракције која би настала у случају једног јединог електрона не можемо да опишемо његову будућност са оном извесношћу коју захтева формална механика.

Једна једина искуштвена јединица енергије односно материје нема будућности.

2. Принципи неизвесности основа шаласне механике и оцена будућности; класично математичко формулисање неизвесности.

У класичној механици не поставља се питање о томе да ли се могу добити тачне вредности динамички променљиве из низа величина добијених симултаним мерењем положаја и брзина. Математички формулисан образац који претставља зависност променљиве од x — а нпр. јесте граница која се може постићи усавршавањем апарата; ово усавршавање се може бескрајно протегнути те онда изгледа да експерименти проверавају нпр. геометрију и да нетачност или, боље неизвесност у низу тачних вредности којима се изражава нека динамички променљива долази услед несавршености апарата, евентуално систематских грешака. Следећи пример из области механике нам показује такву зависност положаја и импулса.

Кретање у једној димензији (дуж X осовине) под дејством силе описано је једначином

$$m \ddot{x} = f, \quad \ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

која описује положај масеног делића као дефинитивну функцију времена, ако су дати почетни услови кретања. За $t = 0$, тј. за случај слободног делића (када на њега не дејствује никаква сила)

$$m \ddot{x} = 0, \quad \text{а} \quad x = at + b,$$

a и b су арбитрерне константе.

Поставимо сада одређене услове тј. почетак кретања

$$t = t_0, \quad x = x_0 \quad \text{а} \quad p = p_0$$

($p = m \dot{x}$ — момент — импулс делића).

Тада је

$$a = \frac{p}{m}, \quad b = x_0, \quad \text{те је}$$

$$x = \frac{p_0}{m} (t - t_0) + x_0$$

Ако су импулс и положај делића у времену t прецизно и симултано мерени експерименталним путем онда ове вредности унесене у горњу једначину за x проверавају постављену једначину тј. можемо наћи положај делића у ма којем делу пута у времену $t - t_0$ дуж X осовине. Ако би било неслагања, постоји *нада* да ћемо усавршавањем инструмената за мерење поменутих количина моћи да се приближимо до крајње границе експерименталних могућности. Свака следећа група вредности од p , x и $t - t_0$ одређује *стање* делића у датом тренутку.

Узмимо сада случај да се делић креће у тзв. „потенцијалној кутији“ тј. делић је конфимиран у узаном простору одређеном потенцијалним зидом $V \rightarrow \infty$ који савршено одбија делић масе m и момента p . Такав случај имамо у атомском језгру где су смештени нуклеони. Ако у потенцијалној кутији нема силе ($V(x) = 0$) тада је укупна енергије E делића

$$E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2m} p^2.$$

Претпоставимо да је ова енергија мерењем p позната са сигурношћу а немамо више других података, онда је могући резултат мерења $\pm \sqrt{2mE}$ са одговарајућим вероватноћама $1/2$.

Уопште ако имамо низ резултата прецизног и симултаног мерења неке вредности динамички променљиве s тј. добијемо „могуће вредности од s “ које могу бити размакнуте међусобно крајњим количинама у ком случају имамо дискретан низ вредности од s ; онда су вероватноће $P(s_i)$ које се односе на апсолутни распоред обухваћене релацијом

$$\sum_i P(s_i) = 1; \quad i = 1, 2, 3, \dots,$$

а количина

$$\sum_i s_i P(s_i), \quad i = 1, 2, 3, \dots,$$

је математичка очекивана *нада**) од s ; она је аритметичка средина напред означених резултата од којих је сваки посебице „оцењен вероватноћом“. Очекивање које се односи на момент делића било би

$$\sqrt{2mE} \frac{1}{2} + \left(- \sqrt{2mE} \frac{1}{2} \right) = 0.$$

Место израза математичка *нада* употребљава се израз просечна вредност, али се тиме не мисли на уобичајену аритметичку средину већ на просечну вредност појединачних резултата оцењених одговарајућим вероватноћама, па је

$$\text{просечна вредност } s = \sum_i s_i P(s_i).$$

Мера за отступање могућих вредности од s – а од просечне вредности од s јесте квадратни корен из квадрата средњих вредности (верова-

*) Очекивање у погледу исхода будућности.

тноћом оцењених) свију могућих разлика између s и просечне вредности s ; ово одступање одређује очекивану неизвесност од s и означава се са Δs

$$\Delta s = \sqrt{\sum_i (s_i - \text{прос. } s)^2 P(s_i)}.$$

Нпр. неизвесност која се односи на момент делића у потенцијалној кутији била би

$$\Delta p = \sqrt{(\sqrt{2mE} - 0)^2 \frac{1}{2} + (-\sqrt{2mE} - 0)^2 \frac{1}{2}} = \sqrt{2mE}.$$

Неизвесност ишчежава ако би разлика између мерене вредности од p и просечне вредности од p била нула, тј. тада би место неизвесности наступила извесност.

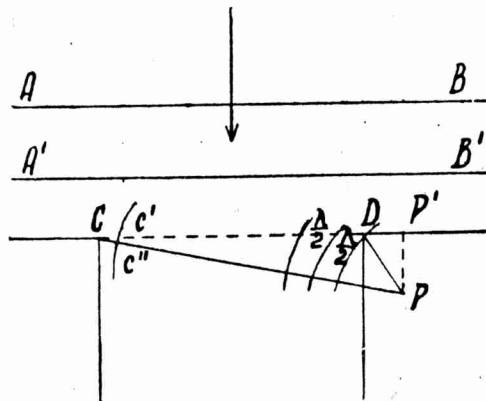
3. Дуализам у погледу атомизма материје, радиација и електричност доводи до релације неизвесности. Неизвесност нам сугерира сам принцип извесности класичне механике али само тада, као што је горе поменуто, ако постоји разлика између s и прос. s . Ова разлика се може одмах уочити јер смо описивањем појава геометриски (ради економије и рационалности) извршили занемаривање битних особина појава (а без ових оне не би биле физичке појаве).

Све радиације а међу њима и оптика, претстављају енергиско стање у простору, класично описано таласним кретањем насталим осциловањем електричног и магнетног поља, према Maxwell-у у континууму. Појаве интерференције и дифракције потврђују овакво становиште по којем је енергија светле тачке (геометриски узев) у сваком тренутку распрострањена по сферној површини; амплитуда осциловања у том случају опада са квадратом полупречника ових сфера које се простиру брзином светлости кроз простор. Све докле год постоји један светли зрак (геометриски узев) он мора имати амплитуду која је саставни део јачине (интезивности), поред момента који је садржај кинетичке енергије. Неизвесност срећемо одмах на основу геометриске извесности у оптичкој геометрији.

Према Huyghens-у свака тачка погођена сферним или равним таласом постаје нови центар таласања. Као последица тога наступа дифракција која се примећује појавом светлости и у пределима где према геометриском схватању треба да буде сенка. Уколико је отвор на који пада раван талас ужи дифракција је изразитија. И широки отвори, према истом принципу, треба да показују дифракцију али је смањена вероватноћа да већи део светлости продре у предео сенке (тачка P на сл. 1). Распоред интензивности дифракционих пруга зависи од броја тачака погођених равним светлим таласом, као што и расподела светлости у Fraunhofer-овој дифракцији зависи од броја отвора. Нека нам AB и $A'B'$ (сл. 1) представљају узастопне положаје монохроматичног таласног фронта који чини да све тачке између C и D постану нови извори светлости по Huyghens-у. У тачки P је мала вероватноћа осветљења, јер ако око P опишемо кругове са полупречницима: $PD = r$, затим $r + 1/2\lambda$, $r + \lambda$, $r + 3/2\lambda$ итд. на отвору ће тиме бити одређене тачке које се по реду разликују за $\lambda/2$, тј. од њих у тачку P долазе зраци са фазном разликом од $\frac{T}{2}$.

услед чега ће светлост бити великим делом угашена, све до једног остатка који треба да дође из непосредне близине тачке C . Осветлење у тачки P зависи од угла PCP' односно, за мале углове ако се P налази близу светлосног млаза и близу D , од односа CP'/PP' (Fresnel-ова дифракција). Ако је део $Cc' \simeq \lambda$ онда постоји неизвесност што се тиче осветлења у тачки P ; ова неизвесност износи $\lambda/\Delta x$ у најповољнијем случају ($x = Cc'$) чиме је дата неизвесност у интензивности осветлења у тачки P .

Што се тиче енергије она је дата Poynting-овим вектором:



Сл. 1

$$\gamma = \frac{\kappa v}{4\pi} E^2 = v w,$$

пошто енергија у 1 cm^3 (густина енергије) w за раван талас износи $\frac{\kappa}{4\pi} E^2$ (добијено из $\frac{1}{8\pi} (E^2 + H^2)$; $H=E$). Интензивност J је онда:

$$J = c \cdot w,$$

ако је $c = v \cdot \bar{E}$. Средња временска вредност од електричног поља ($\bar{E}$) једнака је $A^2/2$, (A амплитуда) те је

$$J = \frac{c}{8\pi} A^2.$$

Међутим, супротно електромагнетској теорији ова енергија није распоређена на сферном таласу носиоцу светлосне енергије већ у једноме правцу као што то потврђују: фотоелектрична појава, Compton-ов ефект и др. Ови експерименти сугерирају нам корпускуларну природу светлости. Енергија светлосног корпускула — фотона сразмерна је фреквенци светлости (радиације уопште) из које електрон добија кинетичку енергију са којом напушта метал савлађујући тзв. потенцијалну препреку

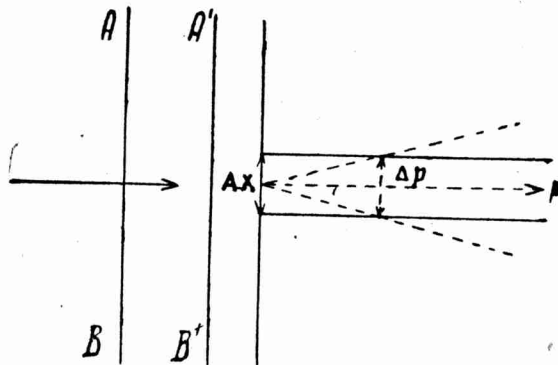
$$\frac{1}{2} m v^2 = h \nu_0,$$

ν_0 = критична фреквенца са којом започиње фотоелектрично дејство, h = константа сразмерности (Planck-ова константа), а v = брзина електрона избаченог из метала. (Корекција која би дошла услед енергије утршене ради раскидања везе електрон-атом, није узета у обзир).

И лева и десна страна последње једначине претстављају енергију те је енергија фотона $E = h \nu$.

С друге стране теорија релативности одређује момент фотона, јер према релацији $E/c^2 = m$, тј. $h\nu/c = mc$, момент (импулс) фотона

износи $h\nu/c = h/\lambda$ ($\nu = c/\lambda$). У равном таласу којем је познат момент ($h = 6,6 \times 10^{-27}$ erg. sec) не зна се место фотона. Да би му одредили место према класичној методи изложеној у § 2 требали би да сузимо отвор на који долази раван монохроматични талас, да би што прецизније одредили правац, тј. путању фотона, али при томе услед



Сл. 2

дифракције таласни фронт се иза отвора шири (сл. 2) чиме се испољава неизвесност у погледу импулса до $\Delta p/p$ у најбољем случају.

Ако симултано одређујемо Δx и Δp онда су обе ове количине дате једнакошћу неизвесности, тј.

$$\frac{\lambda}{\Delta x} = \frac{\Delta p}{p}$$

тј.

$$\Delta x \Delta p = p \lambda = h.$$

Слична релација постоји и између енергије ΔE и времена Δt , тј. $\Delta E \Delta t = h$ или $\Delta \nu \Delta t = 1$, ($h \Delta \nu \Delta t = h$). $\Delta p = (h/c) \Delta \nu$; $\Delta \nu = 1/\Delta t$; $\Delta p = h/(c \Delta t)$, тј. $\Delta p \Delta x = h$; $c \Delta t = x$.

Таласи пропуштени кроз узани отвор за време Δt излазе као прекинута синусна поворка чија фреквенца не задржава одређену вредност већ се мења за $\Delta \nu$ што значи да енергија фотона остаје иста али се временом расплињује.

Експериментално је такође утврђено да постоји исти дуализам између делића материје и таласа у механици као и у оптици: као и фотони тако исто и електрони тесно су везани са таласима, због тога исти принцип неизвесности постоји и код електрона чији се веровални положај може одредити једино из фиктивне таласне функције прикључене уз сваки делић материје било да је делић у миру или у покрету, чија је таласна дужина λ сходно релацији *de Broglie*-а:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$$

m = маса електрона = 9×10^{-28} g, а v = брзина делића.

Тиме је спроведена консеквентно оптичко механичка аналогија која је продубљена *Fermat*-овим и *Hamilton*-овим принципом те је таласна механика основни део *Newton*-ове механике, управо према таласној механици је класична механика гранични случај, као што је у оптици зрак гранични случај таласног кретања у x -правцу.

Ако сравнимо неизвесност математички дефинисану у § 2 која ишчезава ако је s_i – прос. $s = 0$ са неизвесности изложеном у овом одељку видимо да је она у овом случају изражена релацијом

$$\Delta p \Delta x = h,$$

сшална и праши свако физичко мерење без обзира на усавршавање апаратуре, што значи да можемо експериментално ићи до границе одређене релацијом за неизвесност која се односи и на механичке величине у вези са делићем материје као што су положај и моменш. Неизвесност се може „сузити“ ако направимо „таласни пакет“ (поворку таласа) малом, али тада се пакет, као што је напред показано, растура врло брзо: мали пакет води великој неизвесности у погледу момента односно брзине.

Експериментално је доказано да и електрони, атоми и молекули показују појаву дифракције на одговарајућим решеткама као да је уз овакве делиће материје прикључена и таласна функција у вези са брзином и масом делића. Дужина ових таласа је према de Broglie-у $\lambda = h/(mv)$; m = маса делића, v брзина, $h = 6,6 \times 10^{-27}$ erg sec (Planck-ова константа). Маси од 1 gr у покрету са брзином од 1 cm sec⁻¹ био би прикључен талас од $6,6 \times 10^{-27}$ cm. За дифракцију овог таласа потребна би била решетка са отворима реда величине од $6,6 \times 10^{-27}$ cm. Према томе принцип неизвесности је основа таласне механике и ову неизвесност смо уочили и у оптици само су ту били таласи „стварност“ а фотони замишљени партикули на основу експерименталних чињеница а електрони, атоми и молекули су „стварност“ а њихова таласна функција замишљена опет на основу експерименталних чињеница.

Да би могли одредити положај фотона у равном таласном фронту прибегавамо вероватноћи предвиђеној принципом неизвесности; да би одредили положај електрона прибегавамо једној могућности: вероватноћи предвиђеној принципом неизвесности на основу фиктивне таласне природе материје.

4. Вероватноћа и сапшисшика. Као што је у одељку 2 исказано, експериментални подаци који се односе на тачно мерење p (импулса) у потенцијалној кутији једног јединог делића не могу се одредити са извесношћу коју предвиђа класична механика. Због тога се морамо обратити на вероватноћу која се односи на момент p сваког делића посебице. Ако резултат прецизног мерења неке функције напишемо у облику $P(s) ds$, овај израз преставаља очекивану апсолутну расподелу функције од s ; за све вредности од s

$$\text{прос. } f(s_i) = \sum_i f(s_i) P(s_i)$$

За континуирану расподелу, вероватноћа да се делић нађе нпр. између x и $x + dx$ била би

$$P(x) dx = C dx, \begin{cases} 0 & \text{за } x < 0 \\ 0 \leq x < l \\ 0 & \text{„ } l < x \end{cases}$$

l = ширина идеализованог кофинираног простора претстављеног у две димензије (друга димензија = ∞).

Овај закључак излази из чињенице да пошто делић не излази из кутије онда је вероватноћа да га нађемо ван ње, тј. изван интервала $0 \leq x \leq l$, једнак нули. Вероватноћа да га нађемо у ма каквој шапки

коју смо унапред назначили, и којих има безброј, једнака је нули (њихов број је ∞). Из овога излази да је

$$P(x)dx = Cdx, \quad C \text{ је константа, а}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} P(x) dx = \int_0^l C dx = Cl,$$

$$P(x) = l^{-1},$$

пошто је вероватноћа $Cl = 1$ јер се делић у сваком случају мора наћи у простору ширине l .

Овим нису назначене никакве особине делића којима би могли одредити будућност тј. *правилност распореда вероватноћа*. Оваква будућност може се наћи тек "интерференцијом вероватноћа".

Узмимо пример било са фотоном или електроном, пошто оба партикула имају и таласну природу.

Нека на неку оптичку решетку долази сваког секунда један партикул. Према горњој вероватноћи то би претстављало на фотографској плочи као мети 10 тачака ако је појава трајала 10 секунда, распоређених случајно овде онде јер се иза отвора таласни фронт шири и у толико више у колико је отвор ужи. Вероватноћа дифракције зависи од броја отвора решетке, те тако би дифракциона слика тј. правилост распореда фотона или електрона била статистички одређена бројем партикула од којих сваки са собом носи своју вероватноћу по пролазу иза решетке. Све док је мали број партикула њихов је распоред неизвестан — случајан, а у колико већи број интервенише, у толико у толико се указују места где се фотони односно електрони скупљају те таласна теорија може сада *предвиђаћи велику интрузивност на појединим местима*.

5. Таласна механика описује на основу експерименталне потврде оптичко механичке аналогије и предвиђа расподелу интрузивности при атомском схватању како фотона тако и материјалних делића.

Схвативши светлост уопште радиације као фотоне тј. „делиће са материјалним особинама“ а електроне као „материјалне“ делиће са „таласним особинама“ и узимајући у обзир искуство да експерименти дифракције оба партикула води интерференцији при чему је на основу таласне природе делића у оба случаја расподела интрузивности у функцији од A^2 (A = амплитуда), онда треба наћи начина да се нађе математичка релација која ће обухватити ову оптичко механичку аналогију и која ће према аналогији са стојећим таласима неке жице која трепери, показивати дискретне вредности од енергије $W = h\nu$, слично вишим хармониским тоновима, а чије ће решење бити тако да је ψ (функција која трепери):

$$\psi = C e^{\frac{-i}{h}(Wt - px)}$$

што ће престављати бескрајну поворку таласа, где су C и p константе.

Ово решење преставља истовремено и делић брзине $v = p/m$ и енергију изражену моментом $W = p^2/m$. Пропустивши само за један тренутак кроз узани отвор партикуле: фотон или електрон да би и један и други остали као мали таласни пакет; C не сме бити једнако нули пошто

$$\iiint |\psi|^2 dx dy dz = \infty,$$

$|\psi|^2 = \bar{\psi}\psi$ = амплитуда вероватноће већ јој се мора дати вредност таква да $\iiint |\psi|^2 dx dy dz = 1$, што означава вероватноћу да ће се у томе таласном пакету наћи фотон односно електрон али тако да константа C буде толико мала да се таласни пакет који представља енергију односи на део простора колико предвиђа принцип неизвесности, да $\Delta p \cdot \Delta x$ буде бар једнако h .

Овакав таласни пакет се математички „анализира“, пошто се ова количина ψ представља *Fourier*-овим интегралом те се раставља као и обична светлост на разне таласе где коефицијенти $C = |\psi|^2$ представљају вероватноће да ће се делић наћи у томе правцу са моментом или брзином која је прикључена одговарајућој поворци таласа дужине $\lambda = h/(mv)$.

Таласна механика почива на принципу неизвесности: делић нема ни тачно одређен положај (x) ни тачно одређену брзину (v) односно момент (p).

На основу формализма уведеног путем оператора прикључених уз динамички променљиву, осцилатор који се покоравља квантним условима, *E. Schrödinger* је израдио „машинерију“ којом се дају израчунати енергиска стања линеарног хармоничног осцилатора назначена прецизним мерењем. Затим, у *Schrödinger*-овој шеми стања извршено је спецификавање помоћу правила о просечној вредности оператора за стање ψ функције која води *Schrödinger*-овој формули за очекивану наду (једнодимензиону). Ова формула даје детаљнија физичка обавештења која се односе на динамички систем у извесном стању *Schrödinger*-ове функције која спецификује таква стања.

Из овог се види да је формализам квантне механике тесно прикључен уз физичку стварност и да није слепо прикључен формалној логици.

Велики број важних закључака предвиђено је на основу таласне механике. Ти закључци се не могу постићи путем класичне механике јер се она не може у крајности суперпонирати атомизму експериментално доказаном и консеквентно спроведеном у садашњој физици.

Можда у теорији атомског језгра не можемо за сада таласном механиком оцртати никаква предвиђена и прецизним мерењем одређена стања. (Таласна механика је поникла из физичких резултата мерења у екстрануклеарном делу атома), али нам она указује на начин којим се мора ићи: у интимној сагласности са експерименталним чињеницама.

6. *Закључак*: У току еволуције физичких наука може се запазити да извесна становишта на изглед непоколебљива доводе до сасвим супротног становишта. Тако је схватање о континууму довело до дијаметрално супротног дисконтинуума; већ и сам начин третирања континуума помоћу диференцијалних количника носи у себи одраз дисконтинуума. Затим је таласно кретање замишљено у континууму довело до теорије о квантима — дакле, атомске структуре енергије. *Coulomb*-ов закон довео је до спецификавања једног дела простора где његова важност престаје. Овај мали простор је можда елементар (атом) физичког простора. Најзад извесност доводи до неизвесности и то у свим случајевима где се ради о дубокој анализи природних појава. Ова неизвесност међа изглед дотле формулисане каузалности природних појава у прилог групне каузалности као што то и одговара садашњем стању физичких наука.