UNE DÉMONSTRATION DE L'INÉGALITÉ DE CAUCHY

par V. Popović, Beograd

RÉSUMÉ

Soit P le produit et S la somme de n nombres positifs. L'inégalité de Cauchy

$$\sqrt[n]{P} \leqslant \frac{1}{n} S \tag{1}$$

peut être obtenue comme suit. — Soit $a > o$, et supposons (1) satisfait pour n nombres positifs quelconques. Il en résulte

$$\sqrt[n]{\sqrt[n]{(Pa)^{\frac{1}{n+1}} a^{n-1} \left(\sqrt[n]{P}\right)^{n-1}}} \leqslant \sqrt{(Pa)^{\frac{1}{n+1}} a^{n-1}} + (n-1)\sqrt[n]{P} \leqslant$$

$$\leqslant \frac{n-1}{n} S + \sqrt[n]{(Pa)^{\frac{1}{n+1}} a^{n-1}} \leqslant \frac{n-1}{n} S + \frac{1}{n} \left\{ (Pa)^{\frac{1}{n+1}} + (n-1)\, a \right\}.$$

En comparant les membres extrèmes de ces inégalités, l'on en déduit que

$$\sqrt[n+1]{Pa} \leqslant \frac{1}{n+1} (S+a) \cdot$$

Donc, (1) étant satisfait pour n nombres, le sera également pour $(n+1)$ nombres.