

Werk

Titel: Zur Statistik der sekundären Geschlechtsmerkmale beim Menschen

Autor: Bernstein, Felix

Jahr: 1923

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?252457811_1923|log15

Kontakt/Contact

[Digizeitschriften e.V.](#)
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

✉ info@digizeitschriften.de

Zur Statistik der sekundären Geschlechtsmerkmale beim Menschen.

Von

Felix Bernstein, Göttingen.

Aus dem Institut für mathematische Statistik
der Universität Göttingen.

Vorgelegt von C. Runge in der Sitzung vom 27. Juni 1923.

In einer Veröffentlichung „Über die Tonlage der menschlichen Singstimme. Ein Beitrag zur Statistik der sekundären Geschlechtsmerkmale beim Menschen“ (Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften, Sitzung der mathematisch-physikalischen Klasse vom 16. 2. 1922, Mitteilung vom 12. 1. 1922) war dargelegt worden, daß die männlichen und weiblichen Individuen nach Umfang und mittlerer Stimmlage ihrer Singstimme in zwei getrennte Gruppen zerfallen, für deren Größe sich die folgenden Zahlen ergaben:

	I	II
♂	188	873
♀	171	864
Su.	359	1737

Diese Verhältnisse lassen die Einteilung als unabhängig vom primären Geschlecht erscheinen. In Gruppe I waren bei den Männern Tenor, bei den Frauen Alt, in Gruppe II bei den Männern Baß bzw. Bariton, bei den Frauen Sopran bzw. Mezzosopran enthalten. Die Beobachtungen waren in der Stadt Göttingen, in Stadt- und Landkreis Hagen in Westfalen und in Stadt- und Landkreis Gera-Reuß durchgeführt worden.

Im weiteren Fortgang der Untersuchungen wurde durch Kontrollversuche mit verschiedenen Beobachtern festgestellt, daß es möglich ist, nach entsprechender Einübung, durch subjektive Hörunterscheidung sogar schon bei Schulkindern vom achten Jahre an (und vermutlich auch schon bei jüngeren Kindern) genau wie bei

Erwachsenen die bekannte Scheidung nach der Klangfarbe der Stimme in die drei Gruppen:

I	II	III
♂ Baß	Bariton	Tenor
♀ Sopran	Mezzosopran	Alt

vorzunehmen.

Über die Genauigkeit dieser Methode werden im folgenden noch einige Bemerkungen gemacht werden.

Die Beobachtungsergebnisse nach den von Frl. Zander angestellten Untersuchungen sind nachstehend dargestellt:

	Göttingen			Trier		
	I	II	III	I	II	III
Knaben:	318	449	141	189	285	89
Mädchen:	322	444	130	152	241	72
	640	893	271	341	526	161

Sehr bemerkenswert ist, daß die Beobachtungen in Göttingen für sich nahezu dieselben Zahlenverhältnisse ergeben wie diejenigen in Trier für sich, daß also beide auf einer gleichartig wirkenden Ursache beruhen müssen.

Vergleicht man die obigen Zahlen mit denen der früheren Arbeit, so ergibt sich, daß das damals gefundene Verhältnis das Verhältnis der Gruppe III zur Summe der beiden Gruppen I und II darstellt. In der Tat haben wir:

	Göttingen		Trier			
jetzt: ♂	141	767	89	474	gegen früher:	188
♀	130	766	72	393		171
						873
						864

Theoretisch sind die neuen Beobachtungen mit folgendem Ansatz zu vergleichen:

Es seien A und a zwei antagonistische Gene, welche in einer Population unabhängig vom Geschlecht im Verhältnis $p:(1-p)$ vorkommen. Dann ist unter der Annahme völlig unabhängiger Mischung für ein Individuum der jeweiligen Formel:

I	II	III
AA	$Aa (= aA)$	aa

die jeweilige Wahrscheinlichkeit gleich:

$$p^2 \quad 2p(1-p) \quad (1-p)^2 \text{ 1).$$

1) Die einfachste Möglichkeit der Erhaltung dieses Verhältnisses bei der Fortpflanzung wird im folgenden erörtert: Wir nehmen an, daß 1. die Heiratswahrscheinlichkeit zweier Individuen und 2. die Fruchtbarkeit ihrer Ehe unabhängig von ihrer Zugehörigkeit zu einer der obigen Gruppen ist. Es ist nach

Bezeichnet man mit \overline{AA} , \overline{Aa} , \overline{aa} die Anzahl der Individuen der verschiedenen Gruppen, so ist, da

$$\frac{2p(1-p)}{2} = \sqrt{p^2 \cdot (1-p)^2}$$

ist, zu erwarten, daß

$$\frac{\overline{Aa}}{2} = \sqrt{\overline{AA} \cdot \overline{aa}},$$

d. h. daß die halbe Zahl der Heterozygoten das geometrische Mittel aus den beiden Homozygotengruppen ist.

Es ist also zu erwarten, daß die halbe Zahl der Baritonisten bzw. Mezzosopranistinnen gleich der Quadratwurzel aus dem Produkt der Zahl der Bässe und Tenöre bzw. Soprane und Alte ist (Quadratwurzelgesetz).

Zur Prüfung dieses Gesetzes dienen die Angaben über unsere Beobachtungen in der folgenden Tabelle:

	Göttingen				Trier	
	Knaben	Madchen	Knab. u. Madch.	Knaben	Madchen	Knab. u. Mädch.
$\left(\frac{\overline{Aa}}{2}\right)^2$	50400	50394	199463	20316	14520	69179
$\overline{AA} \cdot \overline{aa}$	44838	41860	174640	16822	11044	55001

Eine genauere Prüfung mit Berechnungen der zu erwartenden mittleren Fehler geben die folgenden Ausführungen. Für die Wahrscheinlichkeit p ergibt sich als wahrscheinlichste Bestimmung (nach der Bayesschen Regel) der Ausdruck:

$$\frac{\overline{AA} + \frac{1}{2} \overline{Aa}}{\overline{AA} + \overline{Aa} + \overline{aa}} = \frac{\frac{1}{2} \text{ Anzahl der Gene } A}{\frac{1}{2} \text{ Gesamtzahl der Gene}}$$

Danach ergibt sich aus dem:

Göttinger Material: $p = 0,602 \pm 0,009$; $A:a = p:(1-p) = 0,602:0,398$

Trierer Material: $p = 0,587 \pm 0,011$; $A:a = p:(1-p) = 0,587:0,413$

unserer Voraussetzung über die Genverteilung und nach der Mendelschen Theorie der Reinheit der Gameten die Wahrscheinlichkeit, unter den männlichen Geschlechtszellen die Art A oder a anzutreffen, p bzw. $(1-p)$. Dafür, daß einer beliebig herausgegriffenen männlichen Geschlechtszelle eine weibliche Geschlechtszelle von der Beschaffenheit A oder a gegenübersteht, gelten nunmehr auf Grund der gemachten Voraussetzungen 1 und 2, und der Mendelschen Auffassung wieder die Wahrscheinlichkeiten p bzw. $1-p$. Infolgedessen sind für ein willkürlich ausgewähltes Exemplar der folgenden Generation die Wahrscheinlichkeiten, den Gruppen AA , Aa , aa bezüglich anzugehören, p^2 , $2p(1-p)$, $(1-p)^2$. Inwieweit die Beobachtungen dieser sehr einfachen Hypothese entsprechen oder nicht entsprechen und daher andere Erklärungsgründe der Erhaltung des Zahlenverhältnisses gegeben werden müssen, wird einer weiteren Mitteilung vorbehalten.

Es ist hiernach zu erwarten, daß sich die beobachteten Individuen etwa in folgendem Verhältnis auf die drei Gruppen verteilen:

	<i>AA</i>	<i>Aa</i>	<i>aa</i>
	9/25	12/25	4/25
d. h. wie	9	12	4

Der Unterschied zwischen Göttingen und Trier erscheint unerheblich, da die Abweichung 0,015 dem mittleren Fehler der Differenz 0,014 etwa gleichkommt.

Die Berechnung der drei Gruppen mittels der beiden Werte von p ergibt:

	Göttingen		Trier	
	Beobachtet	Theoretisch	Beobachtet	Theoretisch
<i>AA</i>	640	653 ± 20,4	341	355 ± 15,2
<i>Aa</i>	893	864 ± 21,2	526	499 ± 16,0
<i>aa</i>	271	285 ± 15,5	161	176 ± 12,1

Die frühere direkte Bestätigung des theoretisch auf Grund der Mendelschen Vorstellungen gefundenen Quadratwurzelgesetzes mit den Beobachtungen findet auch unter Berücksichtigung des mittleren Fehlers die erwartungsgemäße Bestätigung. Zugleich werden damit etwaige Zweifel an der Zuverlässigkeit der subjektiven Beobachtungsmethode, insbesondere bei Kindern auf ein geringes Maß beschränkt. Bei der Gruppenbestimmung blieben zweifelhaft

	Göttingen		Trier	
	Knaben	Mädchen	Knaben	Mädchen
I oder II:	38	49	49	45
II oder III:	17	26	11	20

zwischen:

Diese Fälle sind in den Auszählungen nicht mit berücksichtigt worden. Die durch einen anderen Beobachter in einigen Schulklassen angestellten Kontrollen ergaben Meinungsverschiedenheiten lediglich in bezug auf die definitive Gruppenzugehörigkeit der zweifelhaften Fälle.

Von den Beobachtungen über Singstimmenverteilungen in ganzen Familien sind bisher folgende genau kontrolliert worden:

- 14 Familien vom Typus *Aa* · *Aa* (d. h. Bariton · Mezzosopran) mit der Kinderverteilung:

I	II	III
10	18	9

2. 10 Familien vom Typus $AA \cdot Aa$ (d. h. Baß · Mezzo oder Sopran · Bariton) mit der Kinderverteilung:

I	II	III
15	20	—

3. 4 Familien vom Typus $AA \cdot AA$ (d. h. Baß · Sopran) mit der Kinderverteilung:

I	II	III
18	—	—

4. 6 Familien vom Typus $AA \cdot aa$ (d. h. Baß Alt oder Sopran · Tenor) mit der Kinderverteilung:

I	II	III
—	19	—

5. 2 Familien vom Typus $Aa \cdot aa$ (d. h. Bariton · Alt oder Mezzo · Sopran · Tenor) mit der Kinderverteilung:

I	II	III
—	4	4

6. 1 Familie vom Typus $aa \cdot aa$ (d. h. Tenor · Alt) mit der Kinderverteilung:

I	II	III
—	—	2

Danach ergab sich in jedem Falle, wo nur ein Typus nach der Mendelschen Theorie zu erwarten war, dieser. Das zu erwartende Verhältnis 1:1 hat sich mit den Zahlen 15:20 und 4:4 ergeben. Der mittlere Fehler beträgt im ersten Falle: $m = \sqrt{35 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} = 2.95$. Die Abweichungen der beobachteten Werte 15 und 20 von dem zu erwartenden $35 \cdot \frac{1}{2} = 17.5$ liegen innerhalb der einfachen Fehlergrenzen. Das Verhältnis 1:2:1 hat sich mit den Ziffern 10:18:9 ergeben. Die mittleren Fehler für die drei Gruppen betragen bzw. 2.83, 3.04, 2.83, die zu erwartenden Werte der Gruppen bzw. $37 \cdot \frac{1}{4}$, $37 \cdot \frac{1}{2}$, $37 \cdot \frac{3}{4}$, so daß die Gegenüberstellung liefert:

	I	II	III
Beobachtet:	10	18	9
Theoretisch:	$9,25 \pm 2,83$	$18,5 \pm 3,04$	$9,25 \pm 2,83$

Die Übereinstimmung findet wiederum innerhalb der einfachen Fehlergrenzen — und zufällig genauer — statt.

Die Anzahl der als zweifelhaft ausgeschiedenen Kinder betrug 9. Bei Bestimmung der Eltern lag die Gruppeneinteilung der Kinder dem Beobachter nicht vor. Sie wurde aus den früher angestellten Schulbeobachtungen erst nachträglich in die anderweitig entnommene Familienliste übertragen.

Der Mendelsche Vererbungsgang steht danach außer jedem Zweifel, und die Hypothese eines einzelnen Genpaares erscheint zur Erklärung der vorliegenden Beobachtungen ausreichend.

Zugleich mit obigen Untersuchungen wurde durch Herrn Oskar Intrau zu objektiven Aufnahmen Erwachsener mittels des Sprachschreibers übergegangen, den wir in der von Rousselot angegebenen Form mit einigen Verbesserungen benutzten. Es gelang, an analysierten Sprachkurven die drei charakteristischen Stimmgruppen objektiv zu unterscheiden (siehe Figur I—VI). Die charakteristische Klangfarbe beruht, wie schon von Helmholtz angenommen worden ist, auf dem Verhältnis der Intensitäten der Obertöne. Die Aufnahmen haben sich als geeignet erwiesen, diese Zusammensetzung in ihren quantitativen Verhältnissen charakteristisch darzustellen. Als Kennzeichen der drei verschiedenen Stimmtypen erweist sich die Zahl der Maxima, welche in den Intensitäten der Partialtöne auftreten. Abgesehen von dem Maximum, das dem sogenannten Formanten des Vokaltens (bei uns des Vokals *a*) entspricht, und das bei den verschiedenen gesungenen Tönen jeder Stimme mit einer von deren Höhe nahezu unabhängigen Schwingungszahl des Vokals stets auftritt (Helmholtz, Auerbach, Hensen, Pipping, Hermann Stumpf u. a.), beobachtet man bei Baß **kein** weiteres, bei Bariton **ein** weiteres und bei Tenor **zwei** weitere Maxima. Je nachdem also die Formel **kein**, **ein** oder **zwei** Gene *a* enthält, treten, abgesehen vom Formanten des Vokaltens, **kein**, **ein** oder **zwei** Maxima in der Intensität der Partialtöne auf. Über die Natur dieser Maxima ist noch zu sagen, daß das höher liegende der beiden Maxima bei Bariton und Tenor identisch ist. Die Tonhöhe dieses Maximums, ebenso wie die des besonderen beim Tenor auftretenden, steht anscheinend in einer festen Beziehung zur Tonhöhe des Formanten, der übrigens stets zwischen beiden liegt (siehe Figur VI). Welches die den gesamten Intensitätsmaxima entsprechenden Resonanzräume sind, kann mit Sicherheit zur Zeit nicht festgestellt werden.

Die untersuchten Stimmen, bei denen sich diese Resultate ergeben haben, gliedern sich in: 11 Bässe, 20 Baritonstimmen und 5 Tenöre.

Auf eine auffallende Konsequenz unserer Untersuchungen möchte ich noch hinweisen, da sie nicht oder wenig bekannt zu sein scheint: Bei der Mutation der Knabenstimme muß Sopran in Baß, Mezzosopran in Bariton und Alt in Tenor übergehen. Einige Beobachtungen dieser Art wurden uns mitgeteilt.

Klangkurven des gesungenen
Vokals a (Grundton .f).

Intensitätskurven entsprechend
nebenstehenden Klangkurven.

Es wurden in jeder Periode der Klangkurve 40 Ordinaten ausgemessen. Die Abszisse der Intensitätskurven gibt die Teilton-Ordnungszahl, die Ordinate die Intensitätsprocente der ersten 10 Teiltöne an (1,5mm = 1%)

