Werk

Titel: Hydrodynamik

Ort: Berlin

Jahr: 1957

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?245319514_0066|log44

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

info@digizeitschriften.de

Adachi, Ryuzo: On a plane wave propagated in an elastic plate with infinite breadth. Kumamoto J. Sci., Ser. A 2, 184—195 (1955).

Untersucht wird die Wellenausbreitung in einer unendlichen isotropen ebenen Scheibe von der Dicke $2H$, deren Oberfläche spannungsfrei ist. Zur Lösung der elastischen Grundgleichungen wird eine in der x-Richtung mit der Geschwindigkeit c fortschreitende Welle von der Frequenz n angesetzt: $u = U(z) \exp[f(x,t)]$, $v = V(z) \exp[f(x,t)]$, $w = W(z) \exp[f(x,t)]$ $f(x,t) = (2\pi i n/c)(x - ct)$. Aus den Randbedingungen folgen transzendente Gleichungen für c und n; ferner wird i. a. $v = 0$. Es ergeben sich zahlreiche Fallunterscheidungen und entsprechende Wellenformen, wegen deren Untersuchung auf die Arbeit verwiesen sei.

A. Weigand.

Marchasev, G. S.: Die Kopfwellen in elastischen Medien mit ebener Begrenzung. Priklad. Mat. Mech. 19, 165—178 (1955) [Russisch].

Zwei unbegrenzte elastische Halbräume mögen in der Ebene $z = 0$ zusammenstoßen. Im oberen Halbraum befinde sich unweit der Grenze eine Punktquelle. Die von hier ausgehenden Wellen werden an der Grenze reflektiert und gebrochen. Wenn die elastischen Konstanten des unteren Halbraumes so beschaffen sind, daß die Wellengeschwindigkeit im unteren Halbraum größer ist, so wirken die längs der Grenze laufenden Wellen in den oberen Halbraum zurück und verursachen dort Störungen verschiedener Art, die als Kopfwellen und Mintrop-Wellen bezeichnet werden. Die Berechnung der Ausbreitung dieser Wellen wird nach einem Verfahren von Smirnov und Sobolev mit Hilfe von Funktional-Invarianten durchgeführt. Die Überführung der elastischen Grundgleichungen in Gleichungen für die Potentiale sowie die Formulierung der Randbedingungen für diese Potentiale wird aus früheren Arbeiten entnommen. Der Verf. löst das achsensymmetrische Problem durch Einführen von Zylinderkoordinaten. Er wird auf 2 komplexe Integrale geführt. Die Abhängigkeit der singulären Punkte der Integranden läßt die jeweils möglichen Lösungstypen und damit die Art der Störungen erkennen, die sich als Funktion der Zeit einstellen. Das zeitliche Nacheinander dieser Störungen an einem bestimmten Punkt hängt von den elastischen Konstanten ab.

K. Magnus.

Brandt, H.: A study of the speed of sound in porous granular media. J. appl. Mech. 22, 479—486 (1955).

Es wird eine Theorie entwickelt, um den Einfluß des Druckes, der Porosität und des Wassergehaltes auf die Schallgeschwindigkeit in einem körnigen Medium zu erfassen. Das Medium soll aus statistisch verteilten kugelförmigen Teilchen in 4 Größenklassen bestehen. Die Volumen-Druckfunktion wird nach der Theorie von Hertz bestimmt. Aus dieser erhält man die Schallgeschwindigkeit. Vergleiche mit Messungen an Sandsteinen zeigen eine befriedigende Übereinstimmung.

W. Kertz.

Eringen, A. Cemal: Response of an elastic disk to impact and moving loads. Quart. J. Mech. appl. Math. 8, 385—393 (1955).

Mediante l'uso della transformata di Fourier l'A. studia il problema elastodinamico di un disco soggetto a vari tipi di carichi dinamici agenti sul bordo, esprimendone le soluzioni mediante l'uso delle funzioni cilindriche. In particulare vengono riportati risultati numerici, con relativa discussione, nel caso di carichi dinamici concentrati.

G. Grioli.

Hydrodynamik:

Lagerstrom, P. A. and J. D. Cole: Examples illustrating expansion procedures for the Navier-Stokes equations. J. rat. Mech. Analysis 4, 817—882 (1955).

Für eine Reihe von Näherungsmethoden, die in der Theorie der zähen inkompressiblen Strömung benutzt werden (Prandtlsche Grenzschicht, Näherungen von

Stokes und Oseen), wird der Zusammenhang zwischen Lösung und asymptotischer Entwicklung untersucht. Die Mitteilung ist Teil einer umfangreicheren Studie über Entwicklungsverfahren, die am GALCIT durchgeführt wird und an der Kaplun (dies. Zbl. **55**, 190) durch seine Beiträge über Entwicklungen bei hohen und niedrigen Reynolds-Zahlen beteiligt ist. *J. Pretsch.*

Sucharevskij, I. V.: Über eine Randwertaufgabe der Hydrodynamik. II. Dopovidi Akad. Nauk Ukraïn. RSR **1955**, 39—41 und russ. Zusammenfassg. 42 (1955) [Ukrainisch].

In der vorliegenden Note wird der folgende Satz über die Ermittlung einer stetigen Lösung der Integralgleichung

(1) $$u(s) - \pi^{-1} \int u(\sigma)\, (\partial \ln |\zeta - z|/\partial n_s)\, d\sigma = 2 \operatorname{Re}\, [w_0(z) \cdot z'(s)]$$

die mit der in Teil I [Dopovidi Akad. Nauk Ukraïn. RSR **1954**, 416 (1954)] untersuchten Randwertaufgabe der ebenen Hydrodynamik zusammenhängt, bewiesen: Sei C eine einfache stückweise glatte Kontur $z = z(s)$ $(-l_2 \leq s \leq l_1)$ mit dem singulären Eckpunkt $z_0 = z(0)$, wobei $\arg z'_n(s)$ auf jedem der Intervalle $[-l_2, 0]$, $[0, l_1]$ der Lipschitzschen Bedingung mit positivem Exponenten genügt. Mit C' bezeichnen wir den Bogen derjenigen Kontur, für die $\varepsilon_1 \leq s \leq l_1$, $-\varepsilon_2 \geq s \geq -l_2$, und setzen $K(\sigma, s) = \pi^{-1}\, \partial \ln |\zeta - z|/\partial n_s$ ($\vec{n}$ ist der Einheitsvektor der inneren Normalen). Dann gilt 1. die Integralgleichung $u_\lambda(s) - \lambda \int_{C'} K(\sigma, s)\, u_\lambda(\sigma)\, d\sigma = 0$ besitzt keine charakteristischen Werte im Kreise $|\lambda| \leq 1$, und demnach hat die Gleichung (2) mit der auf C' stetigen rechten Seite die eindeutige stetige Lösung $u_1(s)$

(2) $$u_1(s) - \int_{C'} K(\sigma, s)\, u_1(\sigma)\, d\sigma = f(s);$$

2. ist $f(s)$ stückweise stetig auf C mit dem singulären möglichen Unstetigkeitspunkte z_0 und besitzt dabei die Integralgleichung (3) $u(s) - \int_{C'} K(\sigma, s)\, u(\sigma)\, d\sigma = f(s)$ die stetige Lösung $u(s)$, die im Eckpunkt verschwindet, so ist für $\varepsilon_1 \to 0$, $\varepsilon_2 \to 0$, $\varepsilon_2/\varepsilon_1 = O(1)$ $u_1 \to u$ gleichmäßig auf jedem Bogen der Kontur C, der keinen Eckpunkt enthält.

Übersetzung der russ. Zusammenfassg.

De, S. C.: Contributions to the theory of Stokes waves. Proc. Cambridge philos. Soc. **51**, 713—736 (1955).

Die Theorie der Wellen einer bestimmten Form in endlich tiefem Wasser, die Stokes entwickelt und selbst bis zur 3. Näherung geführt hat, wird bis zur 5. Näherung ausgedehnt mit dem Ziele, ihre für kleines Verhältnis von Wellenlänge zur Wassertiefe besonders brauchbaren Ergebnisse mit der „cnoidal theory" von Benjamin und Lighthill (dies. Zbl. **55**, 456), die für lange Wellenlängen geeigneter ist, zu vergleichen. Dabei wird das von den letztgenannten Verff. angegebene Verfahren der Kennzeichnung eines Wellenzuges durch die drei dimensionslosen Parameter für Durchflußmenge q, Energie r und Impuls s durch Einführung der Kurven mit konstantem Verhältnis von mittlerer Wassertiefe bzw. Wellenhöhe zur Wellenlänge in das $r - s$-Diagramm ergänzt, das sich zum Studium sowohl des Wellenwiderstandes als auch der Bildung eines stationären Wellenzuges hinter einem Loch eignet.

J. Pretsch.

Belocerkovskij, S. M.: Ein hufeisenförmiger Wirbel bei instationärer Bewegung. Priklad. Mat. Mech. **19**, 159—164 (1955) [Russisch].

Es wird das Feld der Strömungsgeschwindigkeiten untersucht, das in einer idealen inkompressiblen Flüssigkeit durch einen tragenden Wirbel endlicher Länge entsteht, dessen Wirbelstärke eine Funktion der Zeit ist und der durch ein entsprechendes System freier Wirbel ergänzt wird. Es wird angenommen, daß die Abwanderungsgeschwindigkeit der freien Wirbel nach Größe und Richtung konstant ist. Bei Änderungen der Wirbelstärke des tragenden Wirbels lösen sich von ihm freie Wirbel ab, deren Achsen der des tragenden Wirbels parallel sind. Die Wirbelstärke der beiden Randwirbel ändert sich damit sowohl als Funktion der Zeit, als auch als Funktion des Ortes. Die erhaltenen allgemeinen Formeln werden für den Fall einer nach einem Sinusgesetz schwankenden Wirbelstärke weiter ausgerechnet und für den Fall kleiner Frequenzen spezialisiert. Die in der Arbeit gewonnenen Ergebnisse

geben die Möglichkeit, Berechnungen der räumlichen instationären Strömung um beliebige schwach gewölbte Tragflächen durchzuführen. *K. Magnus.*

Possel, René de et Jacques Valensi: Sur le sillage d'une plaque perméable. Publ. sci. Univ. Alger, Sér. A **1**, 267—280 (1955).

Vernachlässigt man mit Oseen in den umgeformten Bewegungsgleichungen einer idealen Flüssigkeit

$$\partial \mathfrak{v}/\partial t + \operatorname{grad} v^2/2 - [\mathfrak{v} \operatorname{rot} \mathfrak{v}] + \varrho^{-1} \operatorname{grad} p = 0$$

den quadratischen Term $[\mathfrak{v} \operatorname{rot} \mathfrak{v}]$, so ergibt sich für den Widerstand eines in gleichförmiger, geradliniger Translation mit der Geschwindigkeit a begriffenen Körpers ein Ergebnis, das nur wenig mit der Erfahrung übereinstimmt. Dies wird anders, wenn man den Fall eines senkrecht zur Bewegungsrichtung gelagerten, aus einem engmaschigen Netz bestehenden, also durchlässigen Körpers betrachtet. Der dann erhaltene Widerstand berechnet sich aus der Formel $2\Delta p = -\varrho a^2 \cdot 4(1-\sigma)$, wo $\sigma = 1 - H/a$ die „Durchlässigkeit" charakterisiert. Trägt man $2\Delta p/\varrho a^2$ als Ordinate gegen σ als Abszisse auf, so erhält man in guter Übereinstimmung mit den Experimenten der Autoren eine lineare Abhängigkeit beider Größen. *Th. Sexl.*

Gheorghiţă, Şt. I.: Au sujet des mouvements des fluides incompressibles en présence des corps poreux. Comun. Acad. Republ. popul. Romîne **5**, 661—662, russ. u. franz. Zusammenfassg. 663 (1955) [Rumänisch].

Résumé des recherches de l'A. sur le mouvement des fluides parfaits incompressibles en présence de corps poreux. Soit D_1 l'extérieur de la courbe fermée simple C, située entièrement à distance finie; soit D_2 l'intérieur de C. Le problème aux limites, qui intervient, concerne la détermination des fonctions de variable complexe $f_j(z) = \varphi_j(x, y) + i\,\psi_j(x, y)$ $(j = 1, 2)$, définies respectivement dans D_j $(j = 1, 2)$, qui sont uniformes et holomorphes en tout point à distance finie et vérifient sur C les conditions suivantes: $A - (\operatorname{grad} \varphi_1)^2 = B\,\varphi_2$, $\partial\varphi_1/\partial n = \partial\varphi_2/\partial n$. En plus, $f_1(z)$ admet $z = \infty$ comme pôle simple, le coefficient $V_0 > 0$ de z, dans le développement de $f_1(z)$ en série de Laurent au voisinage de $z = \infty$ étant donné; $A > 0$ et $B < 0$ sont des constantes. Une généralisation des formules de Blasius-Tchapliguine est ensuite indiquée. L'A. reprend le même problème, en admettant cette fois que le fluide soit visqueux et que l'écoulement ait lieu pour de faibles nombres de Reynolds. *C. Iacob.*

Dolidze, D. E.: Über die Eindeutigkeit der Lösung einer Randwertaufgabe für eine zähe kompressible Flüssigkeit. Trudy Tiblissk. mat. Inst. Razmadze **21**, 261—267 (1955) [Russisch].

Dans un travail précédent [Doklady Akad. Nauk SSSR, n. Ser. **96**, 437—439 (1954)] l'A. a démontré que la solution du problème aux limites dans le cas d'un fluide visqueux et incompressible est unique. Dans le présent travail la même méthode est étendue au cas d'un fluide compressible sous la condition que la densité ne dépend que de pression et que le coefficient de la viscosité dynamique est constant. En admettant que deux solutions différentes existent, avec des vitesses $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$ et des densités ϱ_1 et ϱ_2, l'A. suppose que les densités ne coïncident nulle part ou, si elles coïncident en certains points, le rapport $\operatorname{div} \varrho(\vec{v}_1 - \vec{v}_2)/(\varrho_1 - \varrho_2)$ reste limité dans ces points. Cette condition accomplie, il n'est pas difficile à démontrer que le champ des densités est unique. L'A. traite ensuite le cas d'un domaine inférieur fermé et celui d'un domaine extérieur ouvert et démontre que dans les deux cas la solution de problème posé est unique. *C. Woronetz.*

Krzywicki, A.: Sur le mouvement plan d'un liquide visqueux compressible. Studia math. **15**, 113—122 (1955).

Die hydrodynamischen Kräfte, die auf ein geschlossenes Profil S in zäher kompressibler Strömung ausgeübt werden, können als Grenzwerte von Reihen dargestellt werden, in deren Gliedern sich die Integration des zeitlichen Gradienten des Produkts

von Dichte und Geschwindigkeit über das Gebiet zwischen S und den Kreisen K_n mit den Radien r_n $(n \to \infty)$ um den Ursprung bzw. über K_n erstreckt. *J. Pretsch.*

Grodzovskij, G. L.: Die Strömung eines zähen Gases zwischen zwei sich bewegenden planparallelen Wänden und zwischen zwei rotierenden Zylindern. Priklad. Mat. Mech. **19**, 99—102 (1955) [Russisch].

Le travail se rapporte à la recherche d'une solution exacte de problème d'écoulement d'un gaz visqueux entre deux plans parallèles ou entre deux cylindres coaxiaux en mouvement relatif. L'analyse des équations de mouvement amène au calcul numérique des certaines intégrales. Les résultats obtenus sont présentés graphiquement et donnent le champ de vitesse et celui de température. L'A. constate que dans un certain intervalle les variations des coefficients de viscosité et de conductibilité thermique avec la température peuvent être négligées. *C. Woronetz.*

Tao, L. N.: Gas dynamic behavior of real gases. J. aeronaut. Sci. **22**, 763—774, 794 (1955).

Verf. stellt sich die Aufgabe, die Gasdynamik des idealen Gases auf das Beattie-Bridgemansche Gas zu verallgemeinern, dessen Zustandsgleichung die Form $p = R\,T\,\varrho^2\,(1 - c\varrho/T^3)\,[1/\varrho + B - D\varrho] - E\,\varrho^2 + F\,\varrho^3$ hat. (c, B, D, E, F sind Konstante.) Weiters soll die Temperaturabhänbigkeit der Molwärmen berücksichtigt werden. Zu diesem Zweck wird die Beattie-Bridgemansche Zustandsgleichung in die Formeln

$$C_p = C_{p0} - \int T\,(\partial^2\varrho^{-1}/\partial T^2)_p \cdot dp \qquad C_v = C_{v0} + \int T\,(\partial^2 p/\partial T^2)_{1/\varrho}\,d\,(1/\varrho)$$

eingesetzt. Es werden nun folgende Probleme behandelt: a) adiabatische stationäre Strömung durch eine Laval-Düse. Durch Einführung der Croccoschen Zahl [lokale Geschwindigkeit dividiert durch die Lavalgeschwindigkeit (Maximalgeschwindigkeit) — vgl. Forschung auf dem Gebiet des Ing.-Wesens **16**, No. 5, 154 (1949)] gelingt es, die sehr komplizierten Formeln etwas zu vereinfachen. b) Der senkrechte Stoß wird mit Hilfe der bekannten Grundgleichungen (Kontinuitätsgleichung, Impulssatz, Energiesatz) beschrieben. c) Der schiefe Stoß wird kurz diskutiert und eine Art Stoßpolare wird abgeleitet. — Die numerische Diskussion am Ende der vorwiegend thermodynamischen Arbeit zeigt, daß in vielen Fällen der Unterschied zum idealen Gas nicht allzu groß ist. *F. Cap.*

Jufev, I. M.: Zur Berechnung von Düsen. Priklad. Mat. Mech. **19**, 103—105 (1955) [Russisch].

Le problème se rapporte à l'étude d'écoulement irrationnel d'un gaz parfait, plan ou symétrique par rapport à l'axe des x. En supposant que la vitesse dans la direction de cet axe ne diffère que très peu de celle du son et en négligeant le carré de cette différence, ainsi que le carré de la vitesse dans la direction de l'axe des y, on arrive à une simplification essentielle des équations classiques, déterminant le potentiel complémentaire. On peut satisfaire à ces équations en supposant que le potentiel a la forme d'un trinôme par rapport à x avec les coefficients ne dépendant que de y. Ces coefficients peuvent être calculés analytiquement par l'intégration des équations correspondantes. Les résultats obtenus peuvent être appliqués, par exemple, à la construction des tuyères de Laval. *C. Woronetz.*

Sanojan, V. G.: Konstruktion der Konfiguration von ebenen und achsensymmetrischen Konfusoren und Diffusoren eines Drucksystems nach vorgegebener Druckverteilung auf der Achse. Akad. Nauk Armjan. SSR, Izvestija, Ser. fis.-mat. estestv. techn. Nauk **8**, Nr. 6, 1—17 (1955) [Russisch].

Le problème consiste en détermination de la forme d'un diffuseur ou d'un collecteur aux deux ou à une seule assimptote dans le cas où la variation de vitesse est donnée sur l'axe de la conduite. Partant de l'équation de Laplace en coordonnées cylindriques, déterminant le potentiel, l'A. construit la solution de cette équation sous la forme d'une série indéfinie. On obtient ensuite les expressions correspondantes

pour les deux composantes de la vitesse et pour la fonction de courant. Quelques exemples sont traités en détails. *C. Woronetz.*

Skripkin, V. A.: Über das Ausströmen eines ebenen Gasstrahls mit schallnaher Geschwindigkeit aus einem Stutzen mit parallelen Wandungen. Priklad. Mat. Mech. **19**, 89—98 (1955) [Russisch].

Dans le cas de vitesse qui diffère peut de celle du son, l'étude d'un mouvement gazeux, plan et irrotationnel, se réduit à l'analyse des équations

$$\partial\theta/\partial y - \eta\,\partial\eta/\partial x = 0, \quad \partial\theta/\partial x - \partial\eta/\partial y = 0,$$

où θ désigne l'angle polaire de la vitesse et η la vitesse généralisée ($\eta > 0$ correspond à la vitesse supersonique). Se limitant au cas où les quantités η et θ sont petites, l'A. réussit à obtenir la solution analytique du problème d'écoulement gazeux par un ajutage dans le cas où la pression près de l'orifice dépasse celle dans l'atmosphère. En supposant que la vitesse d'écoulement $\eta_1 > 0$, l'A. détermine le domaine des ondes stationnaires et celui d'un courant permanent. En posant $\eta_1 = 0$ dans les formules obtenues on passe au cas limite où la vitesse d'écoulement est égale à celle du son. *C. Woronetz.*

Golubev, V. V.: Zur Theorie des Flügels von kleiner Spannweite. Priklad. Mat. Mech. **19**, 143—158 (1955) [Russisch].

Versuche mit Flügeln kleiner Seitenverhältnisse zeigen ein starkes Ansteigen des kritischen Anstellwinkels sowie eine Verlagerung des Druckpunktes in Richtung der Strömung. Beide Effekte können durch einen Ausgleich der Unterschiede in der Strömungsgeschwindigkeit auf der Oberseite des Flügels erklärt werden. Dieser Ausgleich kommt durch das Zuströmen der Luft um die Seitenkanten des Flügels zustande und wirkt damit ähnlich wie das bekannte Hilfsmittel des Ausblasens von Luft an der Oberseite in der hinteren Hälfte des Flügels. Auf dieser Analogie sind die Berechnungen des Verf. aufgebaut. Zum Unterschied von der üblichen Theorie des Tragflügels endlicher Länge ersetzt er das Wirbelsystem des Flügels durch eine Folge von Rechteckwirbeln, die erst an den Seitenkanten in freie Wirbelbänder übergehen. Diese Wirbelbänder liegen in einer Ebene, die senkrecht zur Ebene des als rechtwinklig angenommenen Flügels steht und durch die Seitenkanten geht. Es gelingt mit dieser Annahme, den Gewinn an Strömungsgeschwindigkeit in der Grenzschicht der oberen Flügelseite im hinteren Teil näherungsweise zu berechnen und damit die experimentell bekannten Ergebnisse zu bestätigen. Die Arbeit wurde nach dem Tode des Verf. von einem seiner Mitarbeiter überarbeitet und herausgegeben. *K. Magnus.*

Patraulea, N. et E. Larisch: Une théorie des profils d'aile à volet d'intrados perméable. Comun. Acad. Republ. popul. Romîne **5**, 689—695, russ. u. franz. Zusammenfassg. 695, 695—696 (1955) [Rumänisch].

Patraulea, N. N.: Sur une théorie aérodynamique du parachute. Comun. Acad. Republ. popul. Romîne **5**, 837—841, russ. Zusammenfassg. 841 u. franz. Zusammenfassg. 842 (1955) [Rumänisch].

McCormick, B. W.: An approximation to the lift of a two-dimensional cascade of airfoils. J. aeronaut. Sci. **22**, 730—731 (1955).

Indem das Profil durch einen diskreten Wirbel im Neutralpunkt ersetzt und die Abwindbedingung im „Anstellpunkt" (1/4 Flügeltiefe vor der Hinterkante) erfüllt wird, gelangt Verf. zu einer expliziten Formel für den Auftriebsbeiwert eines ebenen Gitters. Das Resultat dieser Rechnung ist über dem Staffelungswinkel β mit dem Teilungsverhältnis als Parameter aufgezeichnet und stimmt mit dem exakten Auftriebsbeiwert des Streckengitters in weiten Bereichen gut, für $\beta = 0°$ und $\beta = 90°$ sogar exakt überein. *J. Weissinger.*

Press, Harry: Time series problems in aeronautics. J. Amer. statist. Assoc. **50**, 1022—1039 (1955).

This paper reviews some recent applications of random process theory to problems in aeronautical engineering. A number of random type disturbances that cause aeronautical problems are described and some of their effects on the airplane indicated. Particular attention is given to the effects of atmospheric turbulence in giving rise to airplane loads and structural stresses. The general approach used in calculating airplane responses to random disturbances by means of power spectra techniques is then described. As a concrete illustration, some results obtained in a study of missile behavior in rough-air flight are presented. An effort is also made to indicate some unsolved statistical problems that are encountered in these applications.
Zusammenfassg. des Autors.

Tesson, Fernand: Dynamique des systèmes à nombre de particules variable. Application à l'autopropulsion. C. r. Acad. Sci., Paris **240**, 1050—1052 (1955).

Mit Hilfe der in einer früheren Mitteilung (dies. Zbl. **64**, 196) angegebenen allgemeinen Formeln für die substantielle Ableitung von Integralen über bewegte Flüssigkeitsteile werden Schwerpunktsbewegung und Bewegung relativ zum Schwerpunkt von Strahltriebwerken untersucht. Die bekannten Erhaltungssätze für Impuls und Drehimpuls werden dabei durch Glieder erweitert, die von dem Strahl herrühren. *C. Heinz.*

Levy, Salomon: Integral methods in natural-convection flow. J. appl. Mech. **22**, 515—522 (1955).

Die v. Karmanschen Integralbedingungen, aus denen Aussagen über Geschwindigkeit und Temperatur in der Grenzschichtströmung gewonnen werden können, werden erörtert für die ebene Strömung und die freie Konvektion in einem geheizten vertikalen Rohr, welches am Boden geschlossen ist und oben in einen Behälter mit kalter Flüssigkeit hineinragt. Andere Anwendungsbeispiele beziehen sich auf Flüssigkeiten mit kleiner Prandtl-Zahl (flüssige Metalle) und den Wärmeübergang zwischen Platten. *J. Pretsch.*

Cope, W. F. and D. R. Hartree: The laminar boundary layer in compressible flow. Philos. Trans. Roy. Soc. London, Ser. A **241**, 1—69 (1948).

This paper discusses the various methods of integrating the laminar boundary-layer equations for a compressible fluid. It is shown that when there is a pressure gradient, some of the usual methods for the incompressible case (such as the Pohlhausen method) become very complicated in the compressible case, and are probably rather inaccurate. Methods recommended include (i) integration by series expansions, (ii) step-by-step integration in one of the variables, and (iii) the method of finite differences for both independent variables. The first method is developed in detail, because even in the second method it is best to start the calculation by using some limited results obtained from series expansions. The series used are expansions in one independent variable with coefficients which are functions of the others. It is found that the independent variables can be so chosen that the differential equations for the coefficients in the expansions have the same general structure as for an incompressible fluid. The boundary conditions and the limiting forms of the equations for zero Mach number are investigated. The application of iterative methods to the equations is discussed. Finally, the methods of applying the ENIAC to obtain solutions of the above equations are described in some detail. Tables of results are given. Most of the work concerns the case of no heat transfer. Some discussion of the case with heat transfer is added at the end. *C. C. Lin* (M. R. **10**, 74).

Švec, M. E.: Über die angenäherte Lösung einiger Probleme der hydrodynamischen Grenzschicht. Priklad. Mat. Mech. **13**, 258—266 (1949) [Russisch].

The gradients occurring in a laminar boundary layer are obtained by a method of successive approximation which consists essentially of assuming initially a linear gradient satisfying the boundary conditions and adding successive corrections obtained by converting the exact boundary layer partial differential equation to a recurrence equation. The method is applied to a diffusion boundary layer, to the normal velocity boundary layer, to the thermal boundary layer, and an approach is indicated for turbulent boundary layers. The results give the gradients as poly-

nomials in the thickness parameter $\alpha^2 x^{-1/2}$ as with the wellknown Pohlhausen solution. Comparison with exact solutions indicate good accuracy for the second order approximation. *N. A. Hall* (M. R. 11, 277).

Leigh, D. C. F.: The laminar boundary-layer equation. A method of solution by means of an automatic computer. Proc. Cambridge philos. Soc. **51**, 320—332 (1955).

Es handelt sich um ein neues Rechenverfahren für die Fortsetzung eines Grenzschichtprofils bis zur Ablösungsstelle. Zugrunde gelegt werden die dimensionslos gemachten Grenzschichtgleichungen

$$u\,\partial u/\partial x + v\,\partial u/\partial y = U\,dU/dx + \partial^2 u/\partial y^2;\quad \partial u/\partial x + \partial v/\partial y = 0$$

der ebenen stationären Strömung einer inkompressiblen Flüssigkeit. Die Randbedingungen sind $u = v = 0$ für $y = 0$ und $u \to U(x)$ mit $y \to \infty$; die Untersuchungen des Verf. beziehen sich auf den speziellen Fall $U = 1 - x/8$ und auf ein von Hartree schon früher berechnetes Profil $u(x_1, y)$ für $x_1 = 0{,}8$. Dieses Profil wird von $x = 0{,}8$ bis $x = 0{,}94$ in Schritten von $\Delta x = 0.01$ fortgesetzt; danach bis $x = 0{,}956$ in Schritten von etwa $\Delta x = 0{,}005$ und schließlich in noch kleineren Schritten bis zum Wert $x = 0{,}9584$. In der Umgebung dieser Stelle ist Grenzschichtablösung zu erwarten. — Die Fortsetzung von der Stelle x_1 bis zur Stelle $x_2 > x_1$ erfolgt näherungsweise auf Grund der Differentialgleichung

$$u_2^2 - u_1^2 - (u_2' + u_1') \cdot \int_0^y (u_2 - u_1)\,dy - (u_2'' + u_1'') = 2P;$$

mit $2P = U(x_1)\,U'(x_1) + U(x_2)\,U'(x_2)$; $u_1(y) = u(x_1, y)$; $u_2(y) = u(x_2, y)$. Statt u_2 wird aber zunächst $w = u_1 + u_2$ berechnet. Dies geschieht mittels einer Iterationsfolge $w_1, w_2, \ldots$, wobei

$$(x_2 - x_1)\,w_{m+1}'' - w_m\,w_{m+1} + w_m' \int_0^y w_{m+1} \cdot dy = 2P \cdot (x_2 - x_1) - 2\,u_1 w_m + 2 \int_0^y u_1 w_m'\,dy$$

angesetzt wird. Schließlich werden zur Ausführung der Iteration die Ableitungen von w_m, w_{m+1} durch Differenzen ersetzt, die sich auf die Ordinaten $y = k\,h$ mit $k = 0, 1, \ldots, N$ beziehen. Der Wert $N\,h = 8$ wird als Ersatz für $y = \infty$ angesehen. Die Auflösung des Systems linearer Gleichungen für die Unbekannten $w_{m+1}(k\,h)$ erfolgt mit Hilfe des Choleski-Verfahrens. Die Iterationsfolge zeigt gute Konvergenz und zwar um so stärkere, je kleiner $x_2 - x_1$ ist. Richardsons h^2-Interpolation wird zur Verbesserung des Differenzenverfahrens benutzt. Der gleiche Kunstgriff bewährt sich jedoch nicht beim Fortschreiten in der x-Richtung. Gegenüber früheren Rechnungen von Hartree zeigen die numerischen Resultate befriedigende Übereinstimmung mit theoretischen Untersuchungen von Goldstein. Das Rechenverfahren ist auf die Benutzung einer elektronischen Rechenmaschine zugeschnitten. Es wurde auf Anregung von Hartree entwickelt; die numerischen Rechnungen wurden mit Hilfe der EDSAC-Maschine in Cambridge ausgeführt. Wie zu erwarten, versagt das Verfahren bei dem Versuch, die Fortsetzung über die Ablösungsstelle hinaus zu führen. *H. Bückner.*

Binnie, A. M.: The effect of viscosity upon the critical flow of liquid through a constriction. Quart. J. Mech. appl. Math. **8**, 394—414 (1955).

Die kritische Strömung einer Flüssigkeit mit freier Oberfläche über eine flach gewölbte Bodenerhebung wird unter Berücksichtigung einer laminaren Grenzschicht am Boden berechnet. Dabei wird das Impulssatzverfahren von Pohlhausen mit einem Polynom 4. Grades für die Geschwindigkeitsverteilung in der Grenzschicht angewandt. Numerische Ergebnisse für eine spezielle parabelförmige Bodenwelle werden mit und ohne Berücksichtigung der Grenzschicht verglichen. Das gleiche Verfahren wird auch auf die Drallströmung einer Flüssigkeit durch ein Rohr mit einer Verengung nach Art einer rotationssymmetrischen Lavaldüse angewandt,

wobei ein flüssigkeitsfreier Wirbelkern auf der Rohrachse vorausgesetzt wird. Auf der EDSAC durchgeführte numerische Berechnungen zeigen einen erheblichen Einfluß der Reibung. *W. Wuest.*

Low, George M.: Stability of compressible laminar boundary layer with internal heat sources or sinks. J. aeronaut. Sci. **22**, 329—336 (1955).

In Erweiterung der Problemstellung und Lösungsmethode von Chapman und Rubesin [J. aeronaut. Sci. **16**, 547—565 (1949)] auf den Fall vorgegebener Wärmequellen bzw. -senken in der Grenzschicht, die sich lediglich als zusätzlicher Summand in der Energiegleichung bemerkbar machen, wird eine Lösung der kompressiblen Grenzschichtströmung an einer ebenen Platte bei vorgegebener Wandtemperaturverteilung und konstanter Prandtl-Zahl angegeben und mittels der Kriterien von Lees und Lin [NACA TN **1115** (1946), NACA Rep. **876** (1947)] auf ihre Stabilität untersucht. Durch Wärmesenken in Wandnähe bzw. Quellen in der wandfernen Grenzschicht kann stets Stabilität erreicht werden. Die praktische Bedeutung dieser theoretischen Möglichkeit wird diskutiert. *J. Weissinger.*

Szablewski, W.: Zeitliche Auflösung einer ebenen Trennungsfläche der Geschwindigkeit und Dichte. Z. angew. Math. Mech. **35**, 464—468 (1955).

Es wird die zeitliche Ausbreitung der Vermischung zweier Flüssigkeitsstrahlen behandelt, die zur Zeit $t = 0$ durch eine Unstetigkeitsfläche der Geschwindigkeit und der Dichte getrennt sind. Die Rechnung wird nach den Methoden der Grenzschicht-Theorie für turbulente Vermischung ausgeführt, und zwar mit dem Prandtlschen Ansatz für die scheinbare kinematische Zähigkeit, wonach diese der Geschwindigkeitsdifferenz über der Vermischungsbreite proportional ist. Die Breiten der Vermischungszonen für die Geschwindigkeit und die Dichte wachsen proportional mit der Zeit seit Beginn der Vermischung an. Die Differentialgleichungen für Impuls und Energie lassen sich durch Quadraturen integrieren und werden für mehrere Werte der Dichtedifferenz der beiden Strahlen numerisch gelöst. Es ergibt sich, daß die Mischbreiten sich nur wenig mit der Dichtedifferenz ändern, doch verschiebt sich mit wachsender Dichtedifferenz die Lage der Mischzone mehr zum leichteren Strahl hin. Die Ergebnisse lassen sich auch anwenden auf die Vermischung zweier Strahlen mit verschiedener chemischer Konzentration. *H. Schlichting.*

Oswatitsch, Klaus und Friedrich Keune: Ein Äquivalenzsatz für nichtangestellte Flügel kleiner Spannweite in schallnaher Strömung. Z. Flugwissenschaften **3**, 29—46 (1955).

In dieser hochbedeutenden Arbeit wird ein für die praktischen Anwendungen sehr fruchtbarer Satz hergeleitet. In einem x, y, z-Raum werde ein zu den Ebenen $z = 0$ und $y = 0$ symmetrischer Körper, der zudem schlank (insbesondere vorn also spitz) sei, in x-Richtung von einem idealen Gas angeströmt. u, v, w seien die Geschwindigkeitskomponenten in resp. x-, y-, z-Richtung. Von der vereinfachten gasdynamischen Gleichung

$$(1) \qquad (1 - M^2)\, \partial u/\partial x + \partial v/\partial y + \partial w/\partial z = 0$$

ausgehend wird mittels der Näherung

$$(2) \qquad 1 - M^2 = (1 - M_1^2)\,[1 - (u - u_1)\,(c^* - u_1)^{-1}]$$

[M_1, u_1 ist hierbei ein beliebiger Vergleichszustand, der zweckmäßigerweise als eine solche Unterschallströmung gewählt wird, daß die Störung der u-Komponente (vom Staupunkt und seiner unmittelbaren Umgebung abgesehen) die Größenordnung von $c^* - u_1$ hat (c^* kritische Schallgeschwindigkeit): $(u - u_1)\,(c^* - u_1)^{-1} \sim 1$] in den neuen Koordinaten $\bar{x} = x$, $\bar{y} = y\beta$, $\bar{z} = z\beta$ (mit $\beta = \sqrt{1 - M_1^2}$) für das durch

$$\Phi_{\bar{x}} = (u - u_1)/u_1, \quad \Phi_{\bar{y}} = \beta^{-1}\, v/u_1, \quad \Phi_{\bar{z}} = \beta^{-1}\, w/u_1$$

definierte Störgeschwindigkeitspotential $\Phi(x, \bar{y}, \bar{z})$ die vereinfachte gasdynamische Gleichung für Schallnähe

$$\Phi_{xx} + \Phi_{\bar{y}\bar{y}} + \Phi_{\bar{z}\bar{z}} = \tfrac{1}{2} u_1 (c^* - u_1)^{-1} \partial \Phi_x^2 / \partial x \tag{3}$$

gewonnen. Die Fälle der linearisierten Unter- und Überschallströmungen sind hieraus dadurch als Spezialfälle zu erhalten, daß M_1, u_1 mit dem wirklichen Anströmzustand M_∞, u_∞ identifiziert und dann $(u - u_1)(c^* - u_1)^{-1}$ in (2) gegen 1 vernachlässigt wird. Die rechte Seite von (3) ist alsdann gleich Null zu setzen. — Für Körper kleiner Spannweite (2b) ist in Körpernähe u klein gegen v, w. In Abständen der Größenordnung der örtlichen Halbspannweite $\sigma(x)$ gilt daher approximativ $\Phi_{\bar{y}\bar{y}} + \Phi_{\bar{z}\bar{z}} = 0$. In Abständen, welche groß gegen b sind, wird Φ achsensymmetrisch, in Abständen, welche groß gegen die Körpertiefe sind, hat Φ schließlich Dipolcharakter. Dieser Sachverhalt gibt, analog wie in den linearisierten Fällen (Keune, dies. Zbl. **49**, 133, Keune-Oswatitsch, dies. Zbl. **53**, 143), Veranlassung zur Aufteilung

$$\Phi(x, \bar{y}, \bar{z}) = \omega(x; \bar{y}, \bar{z}) + \Omega(x, r) \qquad \left(r = \sqrt{\bar{y}^2 + \bar{z}^2}\right) \tag{4}$$

von Φ in einen der Laplacegleichung $\omega_{\bar{y}\bar{y}} + \omega_{\bar{z}\bar{z}} = 0$ genügenden Beitrag der lokalen, ebenen „Querschnittsströmung“ und in einen als „Raumeinfluß“ bezeichneten drehsymmetrischen Rest. ω gibt die lokale Verdrängungswirkung des Körpers im Schnitt $x = \text{konst}$, Ω faßt die Verdrängungswirkungen aller anderen Querschnitte auf diesen Schnitt zusammen. Damit ist klar, daß ω Machzahlunabhängig ist, aber lokal die Umströmungsbedingung der Körperkontur im Querschnitt erfüllen muß, während Ω von der Machzahl abhängig sein muß. — Dem gegebenen Störkörper wird nun der „äquivalente Rotationskörper“ gegenübergestellt, dessen Querschnittsfläche für jedes x gleich ist der Querschnittsfläche $Q(x)$ des Störkörpers. Auch sein Störgeschwindigkeitspotential $\Phi_1(x, \bar{y}, \bar{z})$ kann analog zu (4) in Querströmungsbeitrag ψ und Raumeinfluß Ψ aufgeteilt werden:

$$\Phi_1(x, \bar{y}, \bar{z}) = \psi(x; \bar{y}, \bar{z}) + \Psi(x, r). \tag{5}$$

Der Äquivalenzsatz besagt dann: $\Omega(x, r) = \Psi(x, r)$ bei hinreichender Schlankheit des Störkörpers. — Für den linearisierten Unter- bzw. Überschallfall war dieser Satz bereits in Keune-Oswatitsch, loc. cit. bewiesen worden. Für den allgemeineren nichtlinearen (und damit auch für den schallnahen) Fall wird sein Beweis in vorliegender Arbeit versucht. Da man aber in der Praxis mehr an der u-Geschwindigkeit als am Potential selbst interessiert ist, wird in (4) und (5) zu den Ableitungen nach x übergegangen. Mit Φ und Φ_1 als Lösungen von (3) und mit ω und ψ als Lösungen der 2-dimensionalen Laplacegleichung findet man eine Differentialgleichung der Form $D_{xxx} + D_{x\bar{y}\bar{y}} + D_{x\bar{z}\bar{z}} = H$ für die Ableitung D_x der Differenz $D = \Omega - \Psi$ beider Raumeinflüsse, bei der die rechte Seite H die 2. Ableitung nach x eines Ausdrucks ist, der neben ω_x, ψ_x, Ψ_x auch noch D_x selbst und zwar nichtlinear enthält. Durch Anwendung des Greenschen Satzes wird D_x als ein Raumintegral über H dargestellt und dessen einzelne Beiträge werden auf ihre Größenordnung hin untersucht. Auf diese Weise wird folgende analytische Formulierung des Äquivalenzsatzes plausibel gemacht: Bei einer beliebigen Machzahl M_∞ der Anströmung gilt in Abständen $\sqrt{y^2 + z^2} \sim \sigma$

$$\left(\frac{u}{u_\infty} - 1\right) - \frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial x} \int_{-\sigma(x)}^{\sigma(x)} q(x, t) \log \sqrt{(t - y)^2 + z^2}\, dt$$

$$= \left(\frac{u}{u_\infty} - 1\right)_{\text{äqu. Rot.}} - \frac{1}{2\pi} Q_{xx}(x) \log \sqrt{y^2 + z^2} + O\left(\frac{Q_{xx}(0)}{2\pi} \sigma^2 |1 - M_1^2| \log |\sigma \sqrt{1 - M_1^2}|\right).$$

Hierbei ist $q(x, y)$ die Quellstärke einer Quellbelegung der Strecke $|y| \leq \sigma(x)$, welche im Schnitt x die Querschnittsumströmung der Körperkontur darstellen soll, und für die $Q_x(x) = \int_{-\sigma(x)}^{\sigma(x)} q(x, t)\, dt$ gilt. M_1 ist eine geeignete mittlere Machzahl

in Körpernähe des äquivalenten Rotationskörpers. — Es ist reichlich mit intuitiven Abschätzungen vermischte Mathematik, die hier aufgewendet wird und ein größerer mathematischer Strenge genügender Beweis des zweifellos richtigen Äquivalenzsatzes ist ein dringendes Desideratum weiterer Forschung. — Durch diesen Satz wird das dreidimensionale Problem der Umströmung eines schlanken Körpers zurückgeführt auf das zweidimensionale Problem der Umströmung des äquivalenten Rotationskörpers. Er ist daher eng mit der kürzlich freigegebenen, aber schon 1952 experimentell gefundenen „area rule" von R. T. Whitcomb (NACA RM L52H08) verwandt. In gewisser Weise ist er allgemeiner als jene Regel, insofern als er sich nicht nur auf Schallnähe und auf den Widerstandsanstieg eines schlanken Körpers daselbst beschränkt, in gewisser Weise ist er aber auch spezieller, da er offenbar für die nähere Umgebung schallnaher, senkrechter Stöße mit lokal großem u-Gradienten versagt. — Als numerisch, durchgeführte Anwendungen behandeln die Verff. den Schwalbenschwanzflügel, den Einfluß der Verbeulung der Kopfwelle bei einem kegeligen Flügel kleiner Spannweite im Vergleich zur Kopfwelle des äquivalenten Rotationskörpers, und schließlich die Herausarbeitung der nicht-linearen Einflüsse bei der schallnahen Überschallumströmung des Kreiskegels mit anliegender Kopfwelle. *H. Behrbohm.*

Keune, F. and K. Oswatitsch: An integral equation theory for the transonic flow around slender bodies of revolution at zero incidence. Kungl. Tekn. Högskol., Inst. Flygtekn., Techn. Notes **37**, 78 p. (1955).

Die von Oswatitsch (dies. Zbl. **34**, 271; **39**, 414) entwickelte Integralgleichungsmethode zur Berechnung der schallnahen ebenen Strömungen um symmetrische dünne Profile wird übertragen auf nicht-angestellte schlanke Drehkörper. Da die Störgeschwindigkeiten auf der Körperachse jedoch unendlich werden, wird zu dem dort jedenfalls endlichen Raumeinfluß übergegangen, was um so mehr motiviert ist, als der restliche Beitrag der Querschnittsströmung Machzahlunabhängig ist. Mit der üblichen Parabelnäherung der Stromdichte wird in geeignet affin verzerrten Koordinaten und Störgeschwindigkeiten die Differenz $D = \Omega - \Omega_L$ des Raumeinflusses Ω für die nicht-lineare und des Raumeinflusses Ω_L für die (zur gleichen Machzahl gehörige) lineare Näherung betrachtet, und für ihre Ableitung D_x die vereinfachte gasdynamische Gleichung angeben. Ihre linke Seite ist der drehsymmetrische Laplace-Operator, ihre rechte Seite bis auf einen konstanten Faktor die zweite Ableitung nach x des Quadrats der ersten x-Ableitung des nicht-linearen Störpotentials. — Durch Anwendung des Greenschen Satzes und unter Berücksichtigung der Stoßbedingungen beiderseits eines geraden schallnahen Stoßes wird hieraus eine nicht-lineare Integralgleichung für D_x hergeleitet. — Es genügt, D_x auf der Achse zu studieren. In die Integralgleichung eingehende Entfernungsfunktionen können durch geeignet mit der radialen Entfernung von der Achse abklingende (zunächst noch von der Gestalt des Körpers abhängige) Funktionen approximiert werden. Durch Plausibilitätsbetrachtungen, Abschätzungen der Größenordnungen und numerische Beispiele wird der Ansatz gerechtfertigt, daß auch auf die Gestaltabhängigkeit verzichtet und eine universale Abklingfunktion gewählt werden kann. Damit wird das Problem auf eine eindimensionale nichtlineare (allerdings reichlich komplizierte) Integralgleichung gebracht. — Zu deren numerischer Lösung wird ein approximatives Verfahren entwickelt, das auf der Summennäherung der Integrale basiert. Die dabei auftretenden universellen Koeffizienten werden als Matrizen in Tabellenform gegeben. Zur Ermöglichung einer einfachen Behandlung der Singularität in den Staupunkten wird eine kleine Deformation der Körpernase und des Hecks vorgenommen und deren Berechtigung dargetan. Die Parabelspindel von 14,6% Dicke wird für zwei unterkritische Machzahlen durchgerechnet und der Unterschied zwischen nichtlinearer und linearer Näherung angegeben. Eigentlich transsonische Beispiele sind aber noch nicht durchgeführt. *H. Behrbohm.*

Guderley, K. Gottfried: The flat plate with an angle of attack in a choked wind tunnel. J. aeronaut. Sci. **22**, 844—866 (1955).

The flow over an inclined flat plate in a choked wind tunnel is discussed and it is formulated with transsonic approximations as the corresponding boundary value problem of the Tricomi equation for the stream function in a properly normalized hodograph plane. It is assumed that the choking Mach Number is very close to one, thus requiring that the tunnel is sufficiently wide. Under this assumption the solution appears as the solution at Mach number one with certain correction terms added. — In a first step, by linear superposition of known particular solutions containing the right singularities, the most general solution is constructed that fulfills the boundary conditions at the plate. It contains an infinity of undetermined coefficients. In a second step, likewise by linear superposition, the most general solution is constructed that fulfills the conditions at the tunnel wall. It, too, contains an infinity of undetermined coefficients. The choking Mach Number being sufficiently near to one these two general solutions have a common region of validity thus yielding an infinite system of equations for the coefficients undetermined in the previous steps. This system can be solved by a development with regard to the deviation of the choking Mach number from one and leads, finally, to a series representation for the stream function. Together with the physical coordinates the pressure distribution over the plate is then easily obtained. — The discussion reveals some interesting features of practical importance for wind tunnel testing only one of which may be cited here. Comparison of the pressure distribution in a free stream at Mach number one with the pressure distribution in a choked tunnel for a plate whose length is equal to 0,1 of the tunnel width and with an angle of attack of 0,1 radian gives rather small differences in both distributions which shows that even unsymmetric bodies can be measured in a choked tunnel with no stronger influence of the wall. This agrees with previous results by B. Marschner for the wall influence in the presence of choking on the pressure distribution over a wedge. *H. Behrbohm.*

Cheng, H. K.: Aerodynamics of a rectangular plate with vortex separation in supersonic flow. J. aeronaut. Sci. **22**, 217—226 (1955).

Es wird für eine angestellte Rechteck-Platte bei Überschallgeschwindigkeit das Strömungsfeld in der Umgebung der seitlichen Kante näherungsweise rechnerisch behandelt. Die hier beobachtete Ablösung eines freien Wirbels wird im Rahmen der reibungslosen Strömung durch gewisse Singularitäten mit Wirbelcharakter dargestellt. Die Stärke des Wirbels wird aus zwei Bedingungen bestimmt: 1. die Strömungsgeschwindigkeit an der Kante soll endlich bleiben, 2. auf den freien Wirbel wirken keine Kräfte. Gewisse nichtlineare Erscheinungen in der Auftriebscharakteristik solcher Flügel lassen sich auf diese Weise erklären. *H. Schlichting.*

Fell, J. and D. C. M. Leslie: Second-order methods in inviscid supersonic theory. Quart. J. Mech. appl. Math. **8**, 257—265 (1955).

Verff. leiten ein partikuläres Integral der Gleichung

$$L(\varphi) \equiv \varphi_{yy} + \varphi_{zz} - \beta^2 \varphi_{xx} = 2\,M^2\,[(N-1)\,\beta^2\,\Phi_x\,\Phi_{xx} + \Phi_y\,\Phi_{xy} + \Phi_z\,\Phi_{xz}],$$

wo $L(\Phi) = 0$, her und zeigen für den axialsymmetrischen Fall seine Übereinstimmung mit einer Lösung van Dyke's (dies. Zbl. **43**, 404). *J. Weissinger.*

Liepman, Hans Peter: An analytic method for the design of two-dimensional asymmetric nozzles. J. aeronaut. Sci. **22**, 701—709 (1955).

Asymmetrische gekrümmte Düsen interessieren in der Windkanaltechnik des Überschalls, da mit ihrer Hilfe durch relative Verschiebung der einen Wand gegen die andere eine kontinuierliche Machzahlveränderung in der Meßstrecke erzielt werden kann. Zur Berechnung solcher Düsen wird von einer der Wände, C_0, ausgegangen, die durch ihren Krümmungsverlauf charakterisiert sei. Die Schar der Parallelkurven zu C_0 und deren Normalen werden als x, y-Koordinatenlinien eingeführt,

und Kontinuitätsgleichung und Bedingung der Wirbelfreiheit werden in diesen krummlinigen Koordinaten aufgeschrieben und durch das Geschwindigkeitspotential φ resp. die Stromfunktion ψ integriert. Mit φ, ψ als unabhängigen Veränderlichen ergibt sich dann unter Zuhilfenahme des Energiesatzes isentroper Gasströmungen und der Zustandsgleichung ein partielles Differentialsystem, das durch Reihenansätze nach Potenzen von ψ mit φ-abhängigen Koeffizienten für die vier gesuchten Größen: x, y, Geschwindigkeit w und Strömungsrichtung θ (gegen die krummlinige x-Achse) gelöst wird. Dazu wird eine analytische, vom Unterschall zur gewünschten Überschallmachzahl führende Geschwindigkeitsverteilung längs C_0 vorgeschrieben. Strenge Existenz-, Konvergenz- und Eindeutigkeitsbetrachtungen werden nicht angestellt, und nur Glieder 1. Ordnung in der Krümmung von C_0 werden mitgeführt. Die Lösungen bestimmen zu jedem hinreichend kleinen Wert $\psi = \text{const}$ eine zweite Düsenwand C_1 im Unterschall und im Expansionsteil des Überschalls, d. h. bis zum Wendepunkt von C_1 und auf der durch ihn gehenden, gegen C_0 hin laufenden Machwelle. Die Differentialgleichung dieser Welle wird durch das Runge-Kutta-Verfahren numerisch integriert. Mittels der Kenntnis der Strömungszustände auf dieser Welle ist es dann leicht, den anschließenden Kompressionsteil von C_1 zu ermitteln. — Schließlich wird die Veränderung der Entwurfsmachzahl der Meßstrecke bei relativer Translation von C_1 gegen C_0 studiert und ein Iterationsverfahren hierfür entworfen.

H. Behrbohm.

Schlögl, R.: Adiabatische Kompression eines idealen Gases bei endlichen Kolbengeschwindigkeiten. Z. Phys. **141**, 585—591 (1955).

Verf. stellt für ein ideales Gas, dessen Molwärme als temperaturunabhängig angenommen wird, eine Zustandsgleichung für adiabatische (wärmeisolierte) Kompression durch endlich große konstante (also nicht unendlich kleine) Kolbengeschwindigkeit auf. Für jede elementare Druckwelle wird die Hugoniot-Gleichung aufgestellt, so daß ein System von rekursiven Gleichungen entsteht. Dieses enthält natürlich den jeweiligen Abstand des Kolbens vom (die Druckwellen reflektierenden) geschlossenen Rohrende und ist sehr mühsam zu lösen. Die Annahme $C_v = \frac{1}{2} R f$ (f Zahl der Freiheitsgrade) gestattet es jedoch, einen direkten Zusammenhang zwischen Anfangszustand (bevor der Kolben ruckartig auf die konstante Geschwindigkeit v beschleunigt wird) und Endzustand (Kolben hat Endstellung erreicht) herzustellen. Diese Beziehung enthält noch die Anzahl n der Druckwellen (sowohl hin- als auch zurücklaufende). Für $n \gg a$, wo

$$a = \tfrac{1}{2}\,(\varkappa + 1)\,(\varkappa - 1)^{-1}\left\{1 + \sqrt{1 + 16/M^2\,(\varkappa + 1)^2}\right\}, \quad \varkappa = c_p/c_v,$$

M Machsche Zahl, ergibt sich als Adiabate („irreversible" Adiabate, da die Entropie ansteigt)

$$p\,V^\varkappa = p_0\,V_0^\varkappa \cdot (M^2/f^2)\,\{(a-1)\,(a-2)\cdots(a-f)\}^{2/f}$$

und für einatomige Gase ($f = 3$) ergibt sich für $M \ll 1$

$$p\,V^\varkappa = p_0\,V_0^\varkappa \cdot \tfrac{10}{27}\,M^2\,[1 - (V/V_0)^{2/3}].$$

Weitere Untersuchungen (zwei- und dreiatomiges Gas) zeigen, daß die Abweichungen von der reversiblen Adiabate beim einatomigen Gas am stärksten sind. Weiters werden Stoßwellengeschwindigkeit und Entropiezunahme berechnet. Die numerische Diskussion der Korrekturfaktoren zeigt, daß bei großen Kolbengeschwindigkeiten — und bei großen Kolbenbeschleunigungen! — die Abweichungen von der Adiabate, wie bekannt, sehr groß sind. Aber auch für sehr kleine Kolbengeschwindigkeiten wird man den Entropiezuwachs berücksichtigen müssen — die Verwendung der Adiabatengleichung in der instationären Gasdynamik ist also auf sehr kleine Volumänderungen zu beschränken.

F. Cap.

Küssner, H. G.: Aeroelastische Probleme des Flugzeugbaus. Z. Flugwissenschaften **3**, 1—18 (1955).