Werk

Titel: Hydrodynamik

Ort: Berlin

Jahr: 1958

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?245319514_0058|log48

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

info@digizeitschriften.de

Hydrodynamik:

● **Geronimus, J(a). L.: N. J. Shukowski. Ein Pionier der russischen Luftfahrtwissenschaft.** Übersetzt aus: Skizzen über die Arbeiten russischer Koryphäen der Mechanik. Berlin: VEB Verlag Technik 1954. 104 S., 58 Bilder. kart. DM 6,60.

Inhalt: 1. Lebensbeschreibung (7 S.), 2. Anwendung der Theorie der Beschleunigungspole höherer Ordnungen auf den Richtungsmechanismus Tschebyschews (8 S.), 3. Bestimmung der Kraftfunktion für eine gegebene Bahnkurvenschar (9 S.), 4. Vom Schweben der Vögel (4 S.), 5. Feststellung der Auftriebskraft der Luftströmung (19 S.), 6. Shukowskis Profile (21 S.), 7. Shukowskis wissenschaftliche Leistung (19 S.), 8. Literaturverzeichnis (9 S.). Die Abschnitte 2—6 sind sachliche, fast lehrbuchartige Referate, die insbesondere dem historisch Interessierten — nicht zuletzt durch das reiche, keineswegs nur Shukowski betreffende Literaturverzeichnis — wertvolle Hinweise geben können. Dagegen dürfte der weniger sachbezogene Stil der Abschnitte 1 und 7 die Freude und das Vertrauen bei manchen Lesern mindern. *J. Weissinger.*

● **Geronimus, J(a). L.: S. A. Tschaplygin. Von der hydrodynamischen Forschung zur Gasdynamik.** Übersetzt aus: Skizzen über die Arbeiten russischer Koryphäen der Mechanik. Berlin: VEB Verlag Technik 1954. 88 S., 35 Bilder. kart. DM 6,—.

Diese Darstellung von Tschaplygins Leben, Werk und Wirkung ist dem gleichen Sammelwerk des Verf. entnommen wie die vorstehende Biographie Shukowskis, der sie in Anlage und Stil sehr ähnlich ist. — Inhalt: 1. Lebensbeschreibung (2 S.), 2. Die Dynamik der nichtholonomen Systeme (18 S.), 3. Die Theorie des unendlichen Tragflügels (18 S.), 4. Über die Bewegung kompressibler Gase (11 S.), 5. Das wissenschaftliche Schaffen Tschaplygins (11 S.), 6. Die Entwicklung der Ideen Shukowskis und Tschaplygins in der Arbeit der sowjetischen Gelehrten (6 S.), 7. Literatur (11 S.). *J. Weissinger.*

● **Federhofer, Karl: Aufgaben aus der Hydromechanik.** Wien: Springer-Verlag 1954. V, 221 S., 245 Aufg. nebst Lösungen, 235 Textabb. DM 24,—; Ganzleinen DM 27,—.

Dieses Aufgabenbuch erinnert an das wohlbekannte Wittenbauersche (Aufgaben aus d. techn. Mechanik, Bd. III. Berlin 1921), doch weist es in mancher Beziehung sehr nützliche Vervollkommnungen auf. Es werden allerdings nur inkompressible Flüssigkeiten behandelt. Die Aufgaben sind aber sehr verschiedener Natur, so daß der Fachmann die angenehme Überraschung hat, wertvolle Übungen in seinem eigenen Spezialfach zu finden. — Nach einigen Kapiteln über Hydrostatik (Druck in schwerer und in gepreßter Flüssigkeit, Niveauflächen, Druck auf ebene und krumme Flächen, Auftrieb und Schwimmen) kommen interesssante Übungen und Aufgaben über den Ausfluß aus Behältern, Rohrleitungen und Strömung in offenen Gerinnen. Das Kapitel über laminare Strömung enthält Aufgaben, die sich auf Arbeiten von R. v. Mises und A. Betz beziehen. Die Schwingungen werden unter anderem durch die Bewegung in kommunizierenden Behältern illustriert. Wichtige Aufgaben werden auch in dem Kapitel über Anwendungen des Impuls- und Energiesatzes behandelt, wo Verf. auch die Prandtlsche Tragflügeltheorie zur Geltung bringt. Die mathematische Strömungslehre wird ebenfalls berücksichtigt; dort werden die Trefftzschen und die Jukowskischen Profile ziemlich weitgehend behandelt. Besonders wichtig ist das Kapitel über Grundwasserströmung, wo die durchlässigen Wandungen und Schichten sowie die Sickerwassermengen herangezogen werden. Das Buch wird mit einer Auswahl von Modellregeln betreffenden Aufgaben beendet. Die Lösungen werden ausführlich erläutert. Das Verständnis der behandelten Aufgaben wird durch Figuren und sauber gezeichnete Diagramme erleichtert. *V. Vâlcovici.*

Moiseev, N. N.: Einige Fragen der Theorie der Schwingungen von Gefäßen mit einer Flüssigkeit. Inženernyj Sbornik **19**, 167—170 (1954) [Russisch].

L'A. poursuit les recherches publiées dans un travail ancien (ce Zbl. **49**, 246) sur deux pendules remplis d'eau, et les applique à l'étude de la stabilité statique d'un navire citerne. Le tangage et la roulis sont étudiés dans le cas où le domaine rempli par le liquide est un domaine simplement connexe et où ce domaine est partagé en plusieurs parties par des plans verticaux. Les résultats obtenus permettent de trouver expérimentalement la hauteur de métacentre et donnent quelques corrections des formules habituelles. *C. Woronetz.*

● **Carafoli, Elie: Tragflügeltheorie. (Inkompressible Flüssigkeiten.)** Berlin: VEB Verlag Technik 1954. 562 S. DM 50,—.

Inhalt: 1. Grundlagen der klassischen Hydrodynamik (55 S.). 2. Theorie des Eindeckertragflügels mit unendlicher Spannweite (110 S.: Profile von Joukowski, Karman-Trefftz und Carafoli; Laminarprofile; experimentelle Überprüfung; Profile mit gegebenem Umriß bzw. gegebener Druckverteilung, Wirbeltheorie dünner Profile). 3. Theorie des Doppeldeckers von unendlicher Spannweite (34 S.). 4. Die Theorie des Eindeckers von endlicher Spannweite (80 S.: Prandtls Traglinientheorie; numerische Methoden; experimentelle Überprüfung; Feld der induzierten Geschwindigkeiten und Ablenkung der Strömung hinter dem Flügel). 5. Die Theorie der deformierten Tragflügel. — Die Theorie der gleichförmigen, nicht geradlinigen Bewegungen (40 S.: Verwindung; Ruder; Einschnitte und Motorgondeln; rotierende Flügel). 6. Die Verteilung der gebundenen Wirbel auf der Oberfläche und die Potentialtheorie der Bewegung um die Tragflügel (37 S.: Theorie der tragenden Fläche (Blenk, Kinner, Krienes, Bollay); schiebende und gepfeilte Flügel). 7. Theorie des Auftriebs bei instationärer Bewegung (26 S.). 8. Doppeldecker mit endlicher Spannweite (47 S.). 9. Einfluß von Trennflächen auf die Strömung um tragende Systeme (58 S.: Spiegelbildmethode; Flügel mit Rumpf; Flügel im Bereiche verschiedener Geschwindigkeiten). 10. Die Korrektur der Versuche in Windkanälen oder mit aerodynamischen Meßfahrzeugen (36 S.). — Das Erscheinungsjahr der Originalausgabe ist unmittelbar nirgends zu ersehen; aus den jedem Kapitel angefügten Literaturangaben würde man auf etwa 1949/50 schließen, aus dem Inhalt mancher Kapitel auf 1937/38. Z. B. werden in Kap. 5 die Verfahren von Trefftz-Glauert, Lotz und Fuchs kurz, ein vom Verf. entwickeltes Verfahren sehr ausführlich beschrieben; Multhopps Methode wird überhaupt nicht erwähnt, insbesondere vermißt man einen Hinweis auf die Möglichkeit, Sprungstellen in der Anstellwinkelverteilung abzuspalten. Auch das Kap. 6 befindet sich auf einem Stand, der für das Erscheinungsjahr 1949 mit den Kriegs- und Nachkriegsverhältnissen zu erklären, für 1954 aber nicht zu entschuldigen ist, jedenfalls nicht durch folgende Sätze aus dem „Deutsches Vorwort" des Verlages: „Der deutsche Leser wird verschiedentlich ihm vertraute Methoden vermissen, die sich in seiner praktischen Rechenarbeit eingeführt haben. Sie unterscheiden sich aber nicht im Wesen, sondern nur in der Form von den Carafolischen Gedankengängen. Deshalb ist der Versuch unterlassen worden, die Geschlossenheit der Darstellung Carafolis durch Einfügen solcher Verfahren zu unterbrechen". Den „Studierenden, sowohl angehenden Mathematikern wie auch Versuchs- und Entwurfsingenieuren", für die das Buch vom Verf. bestimmt ist, wäre mit ein paar Literaturhinweisen mehr gedient als mit diesen Betrachtungen über Wesen und Form. Auch die Übersetzung ist nicht immer glücklich, z. B. wird von der Reihenentwicklung einer Besselfunktion gesagt: „Dieser transzendente Ausdruck ist jedoch weit davon entfernt, die Vorteile eines algebraischen Ausdrucks darzustellen, dessen Lösung mit elementaren Mitteln möglich ist". *J. Weissinger.*

Levin, E.: Note on the circle theorem of hydrodynamics. Quart. appl. Math. **12**, 315—316 (1954).

Necessary and sufficient condition for the admissibility of rigid boundaries in the plane of the flow. *A. van Heemert.*

Seth, B. R.: Generalized singular points with applications to flow problems. Proc. Indian Acad. Sci., Sect. A **40**, 25—36 (1954).

Potentialströmungen können durch eine passende Verteilung von Singularitäten wie Quelle, Wirbel oder Dipol erzeugt werden. Bei Beschränkung auf endlich viele Singularitäten sind allerdings nur verhältnismäßig einfache Probleme in dieser Weise lösbar. Ein wesentlich erweitertes Anwendungsfeld gewinnt man bei Verallgemeinerung der Singularitäten. Z. B. kann durch einen ellipsoidalen Dipol die reibungslose Bewegung eines Ellipsoids und entsprechend im ebenen Fall durch einen elliptischen Dipol die Bewegung eines elliptischen Zylinders beschrieben werden. Allgemein läßt sich zeigen, daß die reibungslose Bewegung eines Körpers in einer Flüssigkeit durch einen verallgemeinerten Dipol erzeugt werden kann. Ganz entsprechend kann auch die langsame Bewegung eines Körpers in einer zähen Flüssigkeit beschrieben werden, wobei nur noch eine Einzelkraft hinzugefügt werden muß. Ähnliche Verallgemeinerungen gelten auch für die Rotationsbewegung eines Körpers in einer Flüssigkeit. *W. Wuest.*

Piškin, B. A.: Eine künstliche doppelte Schraubenbewegung in einem breiten Flüssigkeitsstrom. Dopovidi Akad. Nauk Ukraïn. RSR **1954**, 280—283, russ. Zusammenfassg. 283 (1954) [Ukrainisch].

Cukker, M. S.: Der laminare inkompressible, aus einem radialen Diffusor längs einer Wand austretende Strahl. Priklad. Mat. Mech. 18, 757—761 (1954) [Russisch].

Sarpkaya, Turgut: Deflection of a jet from a symmetrically placed ∪-shaped obstacle. Revue Fac. Sci. Univ. Istanbul, Sér. A **19**, 166—174 (1954).

Viele ebene rotationsfreie Strömungen, die eine Verformung oder Abbiegung freier Strahlen umfassen, können mit Hilfe eines Verfahrens vollständig berechnet werden, das als die Kirchhoffsche Theorie der freien Flüssigkeitsstrahlen bekannt ist [H. Helmholtz, Monatsberichte Akad. Wiss. Berlin **1868**, 215—228 (1868); G. Kirchhoff, J. reine angew. Math. **70**, 289—298 (1869)]. Die erhaltenen Resultate mögen von Bedeutung sein, nicht nur bei den entsprechenden ebenen Strömungen wirklicher inkompressibler Flüssigkeiten, sondern in gewissen Fällen auch bei deren räumlichen Gegenstücken. Zahlreiche numerische Berechnungen bleiben noch zu tun übrig, weil die theoretischen Hydrodynamiker und die praktischen Hydrauliker ihre gemeinsamen Interessen für eine tatkräftige Ausnutzung dieses wertvollen Hilfsmittels bis jetzt nie zusammengetan haben. — Die Hilfsmittel der Berechnung bestehen in der Anwendung wiederholter konformer Abbildungen in einer Geschwindigkeits- oder Hodographenebene sowie in der Benutzung der Schwarz-Christoffelschen Transformation. Die Übereinstimmung der Ergebnisse, die durch Versuche an Strömungen mit axialer Symmetrie erhalten wurden, mit denen der Theorie der ebenen Strömung scheint auffallend gut zu sein.
R. Gran Olsson.

Slezkin, N. A.: Bemerkung zu den Noten von Ju. V. Rumer: „Das Problem eines unterbenetzten Strahls" und L. G. Lojcjanskij: „Die Ausbreitung eines verdrillten Strahls in einem unbegrenzten Raum, der mit derselben Flüssigkeit erfüllt ist". Priklad. Mat. Mech. **18**, 764 (1954) [Russisch].

Verf. verweist für ein Ergebnis, das von Rumer (dies. Zbl. **46**, 185) und Lojcjanskiĭ (dies. Zbl. **51**, 183) L. D. Landau zugeschrieben worden ist, auf seine Arbeit Moskovsk. gosudarst. Univ., učenye Zapiski Nr. 2, 1934.

German, V. L. und M. I. Lomonosov: Über die Entstehung einer Kavitation in der Nähe der vibrierenden Teile von Wasserkraftmaschinen. Dopovidi Akad. Nauk Ukraïn. RSR **1954**, 111—114, russ. Zusammenfassg. 114 (1954) [Ukrainisch].

German, V. L. und K. Ja. Azbel': Zur Hydrodynamik der Kavitationsflüssigkeit. Dopovidi Akad. Nauk Ukraïn. RSR **1954**, 115—118, russ. Zusammenfassg. 118 (1954) [Ukrainisch].

Fox, J. L. and G. W. Morgan: On the stability of some flows of an ideal fluid with free surfaces. Quart. appl. Math. **11**, 439—456 (1954).

The theory of Ablow and Hayes (Techn. Rep. No. 1, Office of Naval Research, Graduate Division of appl. Math., Brown Univ. 1951) on perturbations of 2-dimensional perfect fluid flow in the presence of a free surface without external forces, is extended to a number of other or more general cases. With emphasis laid on stability considerations the following cases are treated (i) a jet impinging on a finite plate, (ii) two equal and opposite jets, (iii) generalized orifices and (iv) a hollow vortex bounded by cylindrical walls. *A. van Heemert.*

Morgan, G. W.: On the nonsteady motions of a rigid body in an ideal fluid. Quart. appl. Math. **12**, 277—285 (1954).

Verf. untersucht die Frage, ob es möglich ist, in einem starren Körper, welcher sich in einer idealen inkompressiblen Flüssigkeit befindet, einen Angriffspunkt der Kraft so zu bestimmen, daß nur eine translatorische Bewegung ohne Rotation stattfindet. Dabei wird die wirkende Kraft zeitlich variabel und von konstanter Richtung vorausgesetzt. Mit Hilfe der aus der gesamten kinetischen Energie des Systems Körper und Flüssigkeit abgeleiteten Bewegungsgleichungen für den Körper lassen sich folgende Aussagen machen. Im allgemeinen Falle gibt es einen solchen ausgezeichneten Punkt, der auch als scheinbarer Schwerpunkt bezeichnet wird, nicht. Er läßt sich nur finden, wenn gewisse Symmetriebedingungen erfüllt sind. Hat der Körper die Gestalt eines unendlichen Zylinders und erfolgt die Bewegung senkrecht zu den Erzeugenden, so existiert ein scheinbarer Schwerpunkt. Das gleiche gilt für einen Rotationskörper. *H. Falkenhagen-G. Kelbg.*

Gurevič, M. U.: Die adjungierte Masse eines aus ebenen Platten bestehenden Doppelgitters. Moskovsk. gosudarst. Univ., učenye Zapiski **172**, Mech. **5**, 35—46 (1954) [Russisch].

Es wird die sogenannte adjungierte Masse eines Doppelgitterelements, welches aus ebenen unendlich breiten Platten besteht und sich in der ebenen Strömung einer idealen inkompressiblen Flüssigkeit befindet, bestimmt. Das Ziel wird durch die Anwendung einer etwas komplizierten komplexen Analysis erreicht. Dabei bezeichnet der in der russischen mechanischen Literatur eingeführte Begriff der „adjungierten Masse" [присоединенная масса; s. z. B. Lojcjanski-Luŕe, Lehrgang der theoretischen Mechanik, Bd. II, 5. Aufl., S. 26; Moskau-Leningrad 1955], der schon von Stokes [Trans. philos. Soc. Cambridge 8, 105 (1843)] unter dem Namen „Massenvermehrung" eingeführt wurde, diejenige „Masse", die einem sich in der Flüssigkeit beschleunigt bewegten Körper bzw. von der Flüssigkeit beschleunigt umströmten Körper, hinzugefügt gedacht werden muß, damit diese Bewegung als nur unter den aktiven, in einem widerstandslosen Medium auf den Körper einwirkenden Kräften stattfindend betrachtet werden kann. *T. P. Angelitch.*

Dolidze, D. E.: Die durch eine rotierende Scheibe hervorgerufene instationäre Bewegung einer zähen Flüssigkeit. Priklad. Mat. Mech. **18**, 371—378 (1954) [Russisch].

Un plan infini, se trouvant dans un fluide visqueux, est animé de rotation autour d'un axe orthogonal au plan (axe des z). La vitesse angulaire $\omega(t)$ étant une fonction de temps, le mouvement fluide est non permanent et se produit en trois dimensions, car la force centrifuge entraîne les particules fluides dans le sens radial et leur masse doit être remplacée par le courant fluide de vitesse V_z, orthogonale au plan et dirigée vers le disque. En négligeant l'influence des forces extérieures et en utilisant les recherches de Kármán sur le mouvement analogue mais permanent, l'A. réussit à amener le problème à l'analyse d'un système des équations aux dérivées partielles de deuxième ordre dépendant de deux variables. Par un procédé connu ces équations se réduisent à deux équations intégrales dont la solution peut être obtenue par des approximations successives. La convergence des séries est

analysée ainsi que l'existence d'une solution unique. La primière approximation ne caractérise que le mouvement purement rotationnel. L'effet des forces centrifuges ne se manifeste que dans la seconde approximation. L'A. est d'avis que les résultats obtenus peuvent être appliqués aussi à un disque de rayon fini, assez grand pour que l'on puisse négliger l'influence des bords. L'A. calcule dans ce cas, en se contentant d'une approximation de deuxième ordre, le moment de résistance de disque et la vitesse v_z qui reste limitée à l'infini. *C. Woronetz.*

Sorokin, V. S.: Über stationäre Bewegungen in einer von unten erwärmten Flüssigkeit. Priklad. Mat. Mech. **18**, 197—204 (1954) [Russisch].

Aus den Bewegungsgleichungen der inkompressiblen Strömung im Hohlraum eines starren Körpers wird die wichtige Integralformel

$$\partial/\partial t \tfrac{1}{2} \int [\mathfrak{v}^2 + PT^2]\, dV = -\int [(\mathrm{rot}\,\mathfrak{v})^2 + (\mathrm{grad}\ T)^2 - 2\,C\,\gamma\,\mathfrak{v}\ T]\, dV$$

(T Temperaturdifferenz zum Gleichgewichtszustand $VT_0 = -A\gamma$ der erwärmten Flüssigkeit, wo γ senkrecht nach oben gerichteter Einheitsvektor, P Prandtlsche Zahl; $C = (\beta\, g\, A\, l/\nu\, \chi)^{1/2}$ Quadratwurzel aus der Rayleighschen Zahl mit der Temperaturleitfähigkeit χ und der charakteristischen Länge l des Hohlvolumens V) abgeleitet, aus der folgt, daß für $C < C_0$ (C_0 kritischer Wert) jede Bewegung zum Gleichgewichtszustand abklingt, was auch für $C = C_0$ nachgewiesen wird. Für $C > C_0$ werden zur Gewinnung stationärer Lösungen Potenzreihenansätze für $\mathfrak{v}$, T und p in $\eta = \sqrt{C - C_0}$ gemacht, die formal (die Konvergenz wird nicht nachgewiesen) zu reellen Lösungen führen, so daß für $C > C_0$ neben dem Gleichgewichtszustand zwei (!) stationäre Lösungen existieren müßten. *W. Szablewski.*

Žuchovickij, E. M.: Anwendung der Galerkinschen Methode auf das Problem der Stabilität einer ungleichmäßig erwärmten Flüssigkeit. Priklad. Mat. Mech. **18**, 205—211 (1954) [Russisch].

Konvektion einer sich in einem Hohlraum eines homogenen starren Körpers befindlichen Flüssigkeit mit vertikal nach unten gerichtetem konstantem Temperaturgradienten tritt nach V. S. Sorokin (dies. Zbl. **51**, 421) erst bei Erreichung eines kritischen Wertes des Temperaturgradienten ein. Werden die Bewegungsgleichungen mittels Störungsansatz linearisiert, so stellt sich die Ermittlung der kritischen Temperaturgradienten mit stationärer Lösung als ein Eigenwertproblem dar, das nach der Galerkinschen Methode approximativ gelöst wird. Behandelt werden die Fälle des unendlich langen vertikalen und horizontalen zylindrischen Hohlraumes. *W. Szablewski.*

● **Shapiro Ascher, H.: The dynamics and thermodynamics of compressible fluid flow. Vol. I. II.** New York: The Ronald Press Company 1953/54. XIII, 647 p., $ 16,00. XI, 538 p., $ 16,00 (Beide Bände zusammen $ 30,00).

Das vorliegende zweibändige Werk über Gasdynamik verfolgt in erster Linie den praktischen Zweck, Ingenieure und Physiker in dieses weite Gebiet der angewandten Physik einzuführen. Infolgedessen stehen jeweils die physikalischen Begriffe gegenüber den mathematischen Deduktionen im Vordergrund und theoretische Methoden und empirische Resultate wechseln miteinander ab. Durch eingehende Literaturhinweise wird der Leser in den Stand gesetzt, in einzelnen Gebieten weiter vorzudringen und zahlreiche zum Teil sehr interessante Aufgaben geben ihm die Möglichkeit, den gebotenen Stoff sich durch aktive Mitarbeit anzueigenen. Die Darstellung ist breit, entsprechend der Zielsetzung des Buches, das sich ja weniger an Mathematiker als an Ingenieure und Physiker wendet. Durch viele beigegebene Zahlentafeln und Diagramme wird der Wert des Buches für den Praktiker besonders gesteigert. Abschnitt I behandelt die aerodynamischen und thermodynamischen Grundlagen und bringt zur Einführung einige fundamentale Begriffe der Gasdynamik wie Mach-Zahl, Mach-Winkel usw. In Abschnitt II folgt die eindimensionale stationäre Strömung einschließlich des senkrechten Verdichtungsstoßes und mit Berücksich-

tigung der Komplikationen, die bei variablem Querschnitt sowie durch Reibung und Wärmeübergang hervorgerufen werden. Nach Aufstellung der Grundgleichungen für die zwei- und dreidimensionale Strömung in Abschnitt III wird in Abschnitt IV die zwei- und dreidimensionale stationäre Unterschallströmung (Linearisierung nach Prandtl-Glauert, Linearisierung durch Übergang zur Hodographenebene, Entwicklungen nach der Mach-Zahl und nach einem Dickenparameter, Göthertsche Regel für die linearisierte räumliche Strömung) und in Abschnitt V die zweidimensionale Überschallströmung (lineare Theorie, Charakteristikenmethode, schiefer Verdichtungsstoß) näher erörtert. In einem Anhang werden die Grundzüge der Charakteristikentheorie bei zwei unabhängigen Veränderlichen plausibel entwickelt. Abschnitt VI setzt das Studium der Überschallströmung fort (achsensymmetrische Überschallströmung um Drehkörper, Quell-Senken-Methode und Methode der konischen Strömungsfelder für Flügel endlicher Spannweite, Ähnlichkeitsgesetze im hypersonic-Fall, d. h. für Strömungen mit sehr hoher Mach-Zahl). Den besonders verwickelten Problemen bei Strömungen mit Mach-Zahlen nahe bei 1 und bei „gemischten" Strömungsfeldern, d. h. bei Strömungen mit Durchgang durch die Schallgeschwindigkeit, ist Abschnitt VI gewidmet. Hierbei wird naturgemäß die tiefer liegende mathematische Problematik nur an der Oberfläche sichtbar. Abschnitt VII betrifft die nichtstationäre eindimensionale Strömung (Ausbreitung von Druckwellen und Verdichtungsstößen in zylindrischen Rohren). Der mathematisch gebildete Leser vermißt hier wohl einen Hinweis auf Riemanns klassische Arbeit auf diesem Gebiet. Der abschließende Abschnitt VIII bringt Ausblicke auf die Phänomene der laminaren und turbulenten Grenzschichten im Zusammenhang mit den Problemen der Ausbildung von Stoßwellen und der Ablösung. *R. Sauer.*

Ghaffari, Abolghassem: On some mathematical aspects of compressible flow. Pakistan J. Sci. **6**, 111—113 (1954).

Zweidimensionale, kompressible, reibungsfreie Strömung. Verf. betrachtet in der Hodographenebene Funktionen, die einem Produktansatz genügen und für verschwindende Machzahl in elementare Funktionen übergehen. *K. Nickel.*

Schulz, Werner: Über die Bewegungs- und Störungsgleichungen in einem flugzeugfesten Koordinatensystem. Z. Flugwissenschaften **2**, 157—168 (1954).

Es handelt sich um eine zusammenfassende Darstellung unter Benutzung dimensionsloser Größen, Verwendung des Matrizenkalküls und Zuhilfenahme der Laplace-Transformation. *J. Rotta.*

Tipei, N.: Les équations de la lubrification aux gaz. Comun. Acad. Republ. popul. Romîne **4**, 699—703, russ. u. französ. Zusammenfassg. 704 (1954) [Rumänisch].

Soient S_1 et S_2 les deux surfaces lubrifiées; S_1 est de courbure très petite par rapport à l'épaisseur $\delta(x_1, x_3)$ de la couche du lubrifiant; on choisit les axes $O\,x_1$ et $O\,x_3$ tangents à S_1 en un quelconque de ses points, $O\,x_2$ étant dirigé suivant la normale. Soient v_i les composantes de la vitesse fluide et V_{1i}, V_{2i} $(i = 1, 2, 3)$ celles des vitesses de S_1 et S_2. Les forces d'inertie et la pesanteur étant négligeables, les équations de mouvement de Stokes entraînent en négligeant encore les dérivées $\partial^2 v_i/\partial x_j\,\partial x_k$ $(j \neq 2,\ k \neq 2)$ en présence de celles par rapport à x_2, que la pression soit de la forme $p = x_2\,p_{\mathrm{I}}(x_1, x_3, t) + p_{\mathrm{II}}(x_1, x_3, t)$ et l'on déduit les expressions de v_1 et v_3 à l'aide de $p_{\mathrm{I}}(x_1, x_3, t)$ et de $p_{\mathrm{II}}(x_1, x_3, t)$, compte tenu des conditions aux limites $v_i = V_{ji}$ sur S_j $(j = 1, 2)$, $(i = 1, 3)$, v_2 étant négligeable. En admettant une évolution polytropique du gaz, l'équation de continuité conduit par l'élimination de v_i et de la densité à l'équation aux dérivées partielles de la pression. Lorsque p est indépendant de x_2, en posant $P = p^{1/\varkappa}$, $d_i = V_{2i} - V_{1i}$, $s_i = V_{2i} + V_{1i}$, celle-ci prend la forme

$$(\partial/\partial x_1)\,[(\delta^3/\mu)\,\partial P p/\partial x_1] + (\partial/\partial x_3)\,[(\delta^3/\mu)\,\partial P p/\partial x_3] = 6\,(1/\varkappa + 1)$$
$$\cdot\{[2\,V_{22} - (d_1\,\partial\delta/\partial x_1 + d_3\,\partial\delta/\partial x_3)]\,P + \delta\,(\partial P s_1/\partial x_1 + \partial P s_3/\partial x_3) + 2\,\partial P/\partial t\}$$

où μ est le coefficient de viscosité et $\varkappa$ l'exposant de l'évolution polytropique.

C. Iacob.

Barua, S. N.: Secondary flow in a rotating straight pipe. Proc. Roy. Soc. London, Ser. A **227**, 133—139 (1954).

Ein gerades Rohr von kreisförmigem Querschnitt werde von einer zähen Flüssigkeit unter Druckgefälle durchströmt. Verf. untersucht den Einfluß einer Rotation des Rohres um eine dazu senkrechte Achse auf die Bewegung der Flüssigkeit. Für kleine Winkelgeschwindigkeiten lassen sich die Bewegungsgleichungen durch eine Störungsrechnung näherungsweise lösen. Daraus folgt, daß die Flüssigkeitsteilchen sich auf Spiralen relativ zum Rohr bewegen. Eine Formel für den Widerstandskoeffizienten wird abgeleitet. *H. Falkenhagen-G. Kelbg.*

● **Pai, S.: Fluid dynamics of jets.** New York: D. van Nostrand Co., Inc. London: Macmillan and Co., Ltd. 1945. XV, 227 p. 37 s. 6d. net.

Castoldi, Luigi: Di una generale alternativa cinematica, per velocità subsoniche e ipersoniche, nel moto stazionario di un fluido comprimibile perfetto in regime adiabatico. Rend. Sem. Fac. Sci. Univ. Cagliari **24**, 46—50 (1954).

Aus den Eulerschen Gleichungen der stationären Bewegung, aus der Kontinuitätsgleichung und aus der adiabatischen Zustandsgleichung wird längs der Stromlinien die (als geometrische Divergenz des Geschwindigkeitsfeldes bezeichnete) Divergenz des Einheitsvektors $\mathfrak{u}$ der Geschwindigkeit berechnet:

$$\operatorname{div} \mathfrak{u} = (M^2 - 1)\, v^{-1}\, dv/ds = (M^2 - 1)\, M^{-1} (1 + \tfrac{1}{2} (\varkappa - 1)\, M^2)^{-1}\, dM/ds$$

(v Geschwindigkeitsbetrag, M Machzahl, $\varkappa$ Adiabatenexponent, ds Bogenelement der Stromlinie) und hieraus intuitiv ein Schluß gezogen über die qualitative Gestalt der Schallfläche in einer von Unter- zu Überschall durchströmten Lavaldüse. Die beigefügte Prinzipskizze ist jedoch zumindest für ebene und drehsymmetrische Düsen insofern irreführend, als die Schallfläche in Düsenmitte ihren Scheitel nach der Überschallzone wendet. *H. Behrbohm.*

Dumitrescu, D.: Répartition des vitesses dans le mouvement d'un fluide pesant, à la surface libre. Comun. Acad. Republ. popul. Romîne **4**, 705—713, russ. u. französ. Zusammenfassg. 713 (1954) [Rumänisch].

L'écoulement plan et permanent a lieu dans un canal dont le fond rectiligne est incliné de l'angle α sur l'horizontale. La hauteur du fluide est égale à h. Sur la ligne libre $y = h$, la vitesse est u_0. La vitesse moyenne $\bar{u}$, ainsi que la pulsation u' ne dépendant que de y, le système de Reynolds se réduit à l'unique équation

$$d^2V/d\eta^2 + \chi^2 \operatorname{Re} (d/d\eta)\, [\eta^2 (dV/d\eta)^2] + \operatorname{Re} \sin \alpha/Fr = 0,$$

avec $\eta = y\, h^{-1}$, $V = \bar{u}\, u_0^{-1}$, $\operatorname{Re} = u_0\, h\, \nu^{-1}$, $Fr = u_0^2\, g^{-1}\, h^{-1}$; $\chi = 0{,}38$ est la constante de Nikuradse. L'auteur adopte les conditions aux limites: $V = 0$ pour $\eta = 0$ (adhérence à la paroi) et $dV/d\eta = 0$ pour $\eta = 1$ (composante tangentielle de la tension nulle à la surface libre) et exprime la solution moyennant les transcendantes elliptiques de Weierstrass. Une solution approchée, se prêtant mieux aux calculs numériques, est également donnée. *C. Iacob.*

Legras, J.: La seconde approximation de l'aile élancée en écoulement subsonique. Rech. aéronaut. **42**, 17—21 (1954).

Durch einen ersten Iterationsschritt wird die Jonessche Lösung für unverwundene, schlanke, dreieckartige Flügel mit gerader Hinterkante verbessert, wobei zur Vereinfachung der Integrationen ein aus vollständigen elliptischen Integralen zusammengesetzter Kern geeignet approximiert wird. In der Nähe der Hinterkante, wo die so erhaltene Lösung unendlich würde, wird durch Entwicklung nach einem Schlankheitsparameter unter Benutzung der asymptotischen Technik von Lighthill eine endliche Lösung erhalten. So ergibt sich für jeden Bereich der Flügeltiefe ein Korrekturfaktor an der Jonesschen Lösung, der mit Messungen im elektrischen Trog gut übereinstimmt. — Eine ausführliche Darstellung soll später erscheinen. *J. Weissinger.*

Krjučin, A. F.: Zum Problem der Strömung um ein Profil in der Nähe der Schallgeschwindigkeit. Priklad. Mat. Mech. **18**, 547—560 (1954) [Russisch].

L'A. considère l'écoulement permanent d'un gaz parfait et suppose que la vitesse s'approche à celle du son. L'application de la théorie de similitude permet de réduire le problème d'un courant gazeux contournant un coin à l'analyse de l'équation de type Euler-Darboux. $U\,\partial^2 Y/\partial V^2 + \partial^2 Y/\partial U^2 = 0$. L'A. réussit à satisfaire approximativement à toutes les conditions aux limites par des solutions particulières de cette équation. *C. Woronetz.*

Bloch, É. L.: Über den Stoß eines Rotationsellipsoids, das auf der Oberfläche einer sehr schweren Flüssigkeit schwimmt. Priklad. Mat. Mech. **18**, 631—636 (1955) [Russisch].

Dans le cas d'un corps solide se trouvant sur la surface liquide et mis brusquement en mouvement, deux mouvements limites peuvent être considérés: celui qui correspond à des accélérations très grandes avec la condition $\varphi = 0$ sur la surface libre et celui d'un liquide très lourd, caractérisé par la condition $\partial\varphi/\partial z = 0$ sur cette surface. (φ est le potentiel, l'axe z est vertical.) Connaissant les coefficients des masses associées dans ces deux cas limites on peut se rendre compte de leur variation dans tout le domaine des valeurs de nombre de Froude entre 0 et ∞. La présente Note se rapporte à un mouvement nommé vertical (translation verticale et rotation autour des axes horizontaux) d'un ellipsoïde de révolution sous la condition que $\partial\varphi/\partial z = 0$ sur la surface libre. L'A. trouve la forme de potentiel φ et calcule les coefficients des masses associées dans le cas où l'axe de rotation est vertical et dans le cas où il est horizontal. Les formules se simplifient considérablement dans les cas limites: d'une sphère et d'un ellipsoïde très allongé. *C. Woronetz.*

Nickel, Karl: Der höchstmögliche Auftrieb von Tragflügeln. Z. angew. Math. Mech. **34**, 374—385 (1954).

Die Funktionen $c(y)$, $C(y)$, $h(y)$ seien in $a \leq y \leq b$ stückweise stetig mit $c(y) < C(y)$, überdies $h(y)$ stückweise differenzierbar und monoton, M eine gegebene Konstante. Gesucht wird eine stückweise stetige Funktion $\gamma(y)$, welche $A(\gamma) \equiv \int_a^b \gamma(y)\,dy$ unter den Nebenbedingungen (1) $c(y) \leq \gamma(y) \leq C(y)$, (2) $M(\gamma) \equiv \int_a^b \gamma(g)\,h(y)\,dy = M$ zum Maximum macht. Unter gewissen naheliegenden Einschränkungen für M wird die Lösung, die sich stückweise aus $c(y)$ und $C(y)$ zusammensetzt, konstruiert und ihre Einzigkeit bewiesen. Ferner wird gezeigt, daß der Ersatz der Nebenbedingung (2) durch die Forderung $M(\gamma)/A(\gamma) = H$ bei geeigneter Zuordnung von M und H zu gleichen Lösungen führt. — Anwendung auf Fragen der Tragflügeltheorie. Deutet man z. B. $\gamma(y)$ als Auftriebsverteilung [also $A(\gamma)$ als Gesamtauftrieb], $c(y)$ bzw. $C(y)$ als Minimal- bzw. Maximalauftrieb des Profilschnitts y und $M(\gamma)$ als ein (Roll- oder Längs-) Moment, so wird durch den Satz die Frage nach dem maximalen Auftrieb bei vorgeschriebenem Moment beantwortet. Das etwas formale Resultat wird auf seine physikalische Stichhaltigkeit diskutiert. *J. Weissinger.*

Gliki, L. V.: Theoretische Bestimmung des Koeffizienten der maximalen Hubkraft $C_{y_{max}}$ für Flügelprofile. Moskovsk. gosudarst. Univ., učenye Zapiski **172**, Mech. 5, 9—23 (1954) [Russisch].

Im vorliegenden Artikel werden die Grundergebnisse einer theoretischen Untersuchung kurz dargelegt, die der Frage über die Bestimmung von $C_{y_{max}}$ für eine ebene Platte und eine Serie von symmetrischen Profilen (Rudern) von N. E. Žukovskij gewidmet ist. — Der Grundzweck der Untersuchung besteht in der Ausarbeitung einer Methode für die Bestimmung der Hubkraft eines Flügelprofils unter Angriffswinkeln, die größer als der kritische sind. — Die entwickelte Lösungsmethode der Aufgabe berücksichtigt die Singularitäten der Strömung hinter

dem umflossenen Profil bei großen Angriffswinkeln und ergibt Resultate, die mit den experimentellen Daten übereinstimmen. Bei der Konstruktion der Strömung wird der Fluß einer idealen Flüssigkeit um ein Profil bei Vorhandensein des Kármánschen stabilen Wirbelweges untersucht und die Methode der konformen Transformationen von Strömungen verwendet. Zur Aufstellung einer Theorie der Hubkraft und des aerodynamischen Widerstands eines Flügels unter großen Angriffswinkeln werden die Resultate einer durchgeführten experimentellen Untersuchung der Wirbelbewegung in der Nähe schlecht umfließbarer Körper ausgewertet.

Übersetzung der russ. Zusammenfassg.

Aldinio, Giorgio: Il traino aero di resistenza minima. Ist. Lombardo Sci. Lett., Rend., Cl. Sci. mat. natur. **87** (III. Ser. **18**), 593—614 (1954).

Die Bedingungen für den minimalen Widerstand eines Flugzeuges; das von einem anderen mit Hilfe eines Schleppseiles geschleppt wird, werden angegeben. Es ergeben sich sehr bemerkenswerte Hinweise für die Praxis insofern, als die günstigste Verbindung beider Flugzeuge durch das Schleppseil von der in der Praxis üblichen beträchtlich abweicht. *Th. Sexl.*

● **Schlichting, H.: Grenzschicht-Theorie.** Unveränderte Neuauflage. Karlsruhe: Verlag G. Braun 1954. 483 S., 295 Abb., 32 Tab. Ganzln. 45,— DM.

Squire, L. C.: Boundary layer growth in three dimensions. Philos. Mag., VII. Ser. **45**, 1272—1282 (1954).

Das Anwachsen der Grenzschicht eines aus der Ruhe heraus plötzlich in Bewegung gesetzten Körpers ist von Goldstein und Rosenhead [Proc. Cambridge philos. Soc. **32**, 392 (1936)] für das ebene Problem untersucht worden. Diese Theorie der sukzessiven Approximation ist hier auf dreidimensionale Probleme in allgemeiner Form übertragen worden, wobei die benötigten Funktionen bis zur 3. Näherung berechnet sind. Die Ergebnisse werden angewandt auf die Berechnung der Grenzschicht an einem Ellipsoid mit dem Achsenverhältnis 30:6:1, welches sich parallel zur mittellangen Achse bewegt. Ort und (dimensionslose) Zeit der einsetzenden Grenzschichtablösung werden angegeben und mit einer Lösung von Hayes [NAVORD-Rep. 1313 (1951)] verglichen. *F. W. Riegels.*

Stewartson, K.: Further solutions of the Falkner-Skan equation. Proc. Cambridge philos. Soc. **50**, 454—465 (1954).

Nachdem Mangler [Z. angew. Math. Mech. **23**, 241—251 (1943)] bereits früher die Gesamtheit der physikalisch sinnvollen ähnlichen Lösungen der Prandtlschen Grenzschichtgleichungen eingehend diskutiert hat, versucht der Verf. das Problem weiterer mathematischer Lösungen der gewöhnlichen Differentialgleichung $f''' + f f'' + \beta(1 - f'^2) = 0$ mit den Randbedingungen $f(0) = f'(0) = 0$ und $f'(\eta) \to 1$ für $\eta \to \infty$ erneut anzugreifen, und zwar mit der ausgesprochenen Absicht, zu prüfen „ob diese etwas Licht in die die Ablösung beherrschenden Mechanismen zu bringen vermögen". Verf. diskutiert als weitere Lösungen: 1. Solche, für die $f''(0) < 0$ im Bereich $-0{,}1988 < \beta < 0$ ist (für verschiedene β tabelliert), 2. eine Familie von Lösungen im Bereich $-0{,}5 < \beta < 0$, die — unter Abänderung der Randbedingungen an der Wand in $f(0) = f''(0) = 0$ — zu „Grenzschichten" gehören, die bei $y = 0$ durch eine freie Stromlinie begrenzt sind. *F. W. Riegels.*

Coles, Donald: The problem of the turbulent boundary layer. Z. angew. Math. Phys. **5**, 181—203 (1954).

Es werden Gesetzmäßigkeiten der turbulenten Grenzschicht an einer glatten, ebenen Platte mit konstantem Druck rechnerisch untersucht. Dabei werden in bekannter Weise für den äußeren Grenzschichtteil und für die wandnahe Schicht zwei verschiedene Ähnlichkeitsgesetze benutzt, die durch bekannt gewordene Meßergebnisse bestätigt werden. Hieraus lassen sich die örtlichen Größen der turbulenten Grenzschicht durch einfache Gesetze miteinander in Beziehung bringen. Die Integration über die Länge der Platte ergibt dann das Widerstandsgesetz. Die Ergebnisse sind denen der klassischen Arbeit von Prandtl (dies. Zbl. **5**, 36) ähnlich. Die Verfeinerung besteht darin, daß die Abweichung der Geschwindigkeitsverteilung von

dem logarithmischen Gesetz im äußeren Grenzschichtteil berücksichtigt wird. Die Rechnungen stehen in Übereinstimmung mit vorhandenen Versuchsergebnissen der Oberflächenreibung. *J. Rotta.*

Pearson, Carl E: Corrections in hot-wire correlation measurements. Quart. appl. Math. **12**, 235—240 (1954).

Messungen mit Hitzdrahtinstrumenten müssen wegen des Einflusses der endlichen Drahtlänge korrigiert werden, besonders wenn Turbulenzerscheinungen zu untersuchen sind. Hier wird eine Integralgleichung hergeleitet, aus der sich unter Verwendung der experimentellen Daten die Korrekturen berechnen lassen. *G. Hämmerlin.*

Hyman, M. A.: On the correlation function in Burgers' model of turbulence. Appl. sci. Research, A **4**, 361—373 (1954).

Die Gleichung der Korrelationsfunktion von Burgers für das Modell einer eindimensionalen Turbulenz wurde untersucht. Es wird gezeigt, daß ein dabei auftretender Parameter β stets den Wert Null haben muß. Damit reduziert sich die Gleichung der Korrelationsfunktion auf eine partielle Differentialgleichung 3. Ordnung. Eine numerische Integration ergibt, daß die Lösung der Burgerschen Gleichung sich so verhält, wie es die physikalischen Verhältnisse bei der Turbulenz erwarten lassen. *J. Rotta.*

Malkus, W. V. R.: The heat transport and spectrum of thermal turbulence. Proc. Roy. Soc. London, Ser. A **225**, 196—212 (1954).

Im Hinblick auf geophysikalische Anwendungen wird die stationäre inhomogene turbulente Wärmeübertragung zwischen zwei horizontalen Flächen untersucht. Wenn eine gewisse Mindestgröße von Wirbelelementen wirksam ist, kann eine obere Grenze für die Wärmeübertragung gefunden werden. Das Spektrum der konvektiven Bewegungen und die räumlichen Änderungen der turbulenten Wärmeleitung werden in Abhängigkeit von den kleinsten wirksamen Wirbelelementen bestimmt. Im zweiten Teil der Arbeit wird der Versuch unternommen, die Größe der kleinsten Wirbelelemente zu bestimmen, wobei an eine frühere Arbeit von Pellew und Southwell (1940) angeknüpft wird. Ausgehend vom mittleren Temperaturgradienten zwischen den beiden Flächen wird die Rayleigh-Zahl bestimmt, bei der die $(n_0 + 1)$-te Bewegungsform zuerst instabil wird, wenn n_0 Bewegungsformen schon vorhanden sind. Abschließend werden die Frequenzspektren und Quadratmittel der Schwankungsgeschwindigkeiten und des Temperaturfeldes ausgehend von der Boussinesqschen Form der hydrodynamischen Gleichungen ermittelt. *W. Wuest.*

Marris, A. W.: On the Nusselt modulus as a function of friction factor, Reynolds and Prandtl moduli, for heat transfer to a fluid flowing turbulently through a tube of circular section. Canadian J. Phys. **32**, 167—189 (1954).

Zur Deutung der Wärmeübertragung in turbulenten Grenzschichten hat man eine formale Analogie mit dem Austausch von Strömungsgrößen (Impuls- oder Wirbelstärke) herangezogen. Die Brauchbarkeit einer solchen Analogie erweist sich daran, ob das Verhältnis des turbulenten Wärmeaustauschkoeffizienten und des Impuls- oder Wirbelstärke-Austauschkoeffizienten konstant ist. Es zeigt sich, daß die Analogie mit dem Wirbelaustausch für Nachlaufströmungen gut geeignet ist, jedoch bei der turbulenten Rohrströmung in der Nähe der Wand versagt. Es werden daher für die turbulente Rohrströmung mit konstantem Temperaturgradienten in Richtung der Rohrachse auf der Grundlage des Impulsaustausches Formeln für das Produkt aus Nusseltscher Zahl und dem Reibungskoeffizienten sowie für die radiale Temperaturverteilung abgeleitet. *W. Wuest.*

Marris, A. W.: The momentum and vorticity transfer theories of turbulent heat transfer. Canadian J. Phys. **32**, 419—429 (1954).

Führt man in die turbulente Rohrströmung mit Wärmeübertragung die Wirbeltransporttheorie ein, so ergibt sich mit dem logarithmischen Geschwindigkeits-

gesetz in Wandnähe ein negativer Wirbelaustauschkoeffizient, was physikalisch nicht möglich ist. Berechnet man das Produkt aus Nusseltscher Zahl und Reibungsbeiwert, so führt die Wirbeltransporttheorie, wenn man den erwähnten Randbereich von der Integration ausschließt, zu wesentlich niedrigeren Werten als die Impulstransporttheorie. Messungen deuten darauf hin, daß die wirklichen Werte zwischen beiden Ansätzen liegen, wobei mit wachsender Reynoldsscher Zahl die Wirbeltransporttheorie vorherrschender wird. *W. Wuest.*

Chow, Tse-sun: On the average second moment of the energy spectral intensity. Quart. appl. Math. **12**, 287—294 (1954).

Im Unterschied zu Kampé de Fériet (dies. Zbl. **29**, 425) verwendet Verf. hier für räumliche Strömungen (Ortsvektor im Raume: $\mathfrak{x}$) mit dem Geschwindigkeitsfeld $\mathfrak{v}(\mathfrak{x}, t)$ eine reelle Form der Fourierzerlegung: $\mathfrak{v} = \sum \mathfrak{A}(\mathfrak{k}, t)\, K(\mathfrak{k} \cdot \mathfrak{x})$. Das Summenzeichen erstreckt sich hier immer über die (als abzählbar vorausgesetzten) Punkte des Raumes der Wellenzahlen-Vektoren $\mathfrak{k}$ (deren Betrag mit k bezeichnet wird), $\mathfrak{A}$ ist der spektrale Amplitudenvektor der Geschwindigkeit $\mathfrak{v}$, $\mathfrak{k} \cdot \mathfrak{x} = \varphi$ ein Phasenwinkel, $K(\varphi) = \sin\varphi + \cos\varphi$. Aus den Navier-Stokesschen Gleichungen ergibt sich für $\mathfrak{A}$ eine Differentialgleichung $\partial\mathfrak{A}/\partial t + \nu k^2 \mathfrak{A} = \mathfrak{F}[\mathfrak{A}]$, wobei $\mathfrak{F}[\mathfrak{A}]$ aus den Wechselwirkungen zwischen Komponenten mit verschiedenen Wellenzahlen entsteht. Der Kontinuitätsgleichung entspricht die Orthogonalitätsbeziehung $\mathfrak{k} \cdot \mathfrak{A} = 0$. Dann ist die Dichte der kinetischen Energie $E(t) = \frac{1}{2}\, \mathfrak{A} \cdot \mathfrak{A}$, und es gilt $E(t) = E(0) \exp\left[-2\nu \int_0^t \{k^2(\tau)\}\, d\tau\right]$. Hierin ist $\{k^2(t)\} = (\sum k^2\, \mathfrak{A} \cdot \mathfrak{A}) : (\sum \mathfrak{A} \cdot \mathfrak{A})$ das mittlere zweite Moment der Spektralverteilung der Energie. Verf. untersucht nun besonders die zeitlichen Änderungen von $\{k^2\}$, die nach der für $\mathfrak{A}$ gültigen Gleichung teils auf der Zähigkeit ν, teils auf den Wechselwirkungen beruhen. Für zweidimensionale Strömungen sind dabei schärfere Aussagen möglich als für räumliche, doch vermag Verf. hier wenigstens für kurze Zeiten ebenfalls Schranken für die Dissipation der Energie anzugeben. *U. T. Bödewadt.*

Pack, D. C. and S. I. Pai: Similarity laws for supersonic flows. Quart. appl. Math. **11**, 377—384 (1954).

Für die Praxis sind Ähnlichkeitsgesetze ein brauchbares Koordinierungsprinzip von Messungen. Seit langem sind die Prandtl-Glauertsche Regel für den linearisierten Unterschall und den linearisierten Überschall, Kármáns transsonisches und Tsiens hypersonisches Ähnlichkeitsgesetz wohlbekannt. Verff. stellen auf dem üblichen Wege (dimensionslose Schreibweise von sowohl Differentialgleichung als auch Randbedingung) für wenig gestörte Überschallanströmung allgemeinere Ähnlichkeitsgesetze auf mit zwei Parametern, $K_1 = \sqrt{M^2 - 1}/\tau^n$, $K_2 = \sqrt{M^2 - 1} \cdot \Lambda$; τ ist das Dickenverhältnis, Λ das Seitenverhältnis des Flügels, M die Machzahl der Anströmung. Der Exponent n wird explizit als Funktion von M und τ gegeben. Im gesamten Bereich von $M = 1$ bis $M = \infty$ sind zwei Gebiete zu unterscheiden, getrennt voneinander durch $n = 0$. Zu jedem gehört ein Ähnlichkeitsgesetz. Im Gesetz des unteren Bereiches ($n > 0$) strebt n für alle τ bei $M \to 1+0$ gegen 1/3, so daß dieses Gesetz in das transsonische übergeht. Im Gesetz des oberen Bereiches ($n < 0$) geht n für alle τ bei $M \to \infty$ gegen -1, so daß sich in der Grenze das hypersonische Gesetz einstellt. *H. Behrbohm.*

Behrbohm, Hermann: Zur Theorie der wenig gestörten homogenen Überschallfelder. Jahrbuch wiss. Ges. Luftfahrt **1954**, 259—265 (1954).

Unter dem Titel werden kegelige Überschallströmungen der linearen Theorie verstanden, bei denen das Potential eine positiv-ganzzahlige homogene Funktion der Koordinaten ist. Diese Verallgemeinerung einer Theorie von Busemann ist seit längerem bekannt und wird vom Verf. für den interessanten Fall der tragenden Platte mit Unterschallvorderkante behandelt. In Verallgemeinerung des Verfahrens

von Behrbohm-Oswatitsch der Quellbelegung mit unbekannten Quellstarken gelingt dem Verf. eine allgemeine Lösung des Problemes, die aus Zeitmangel leider nur in bestimmten Fällen völlig zu Ende gebracht werden konnte. *K. Oswatitsch.*

Aslanov, S. K.: Die Strömung eines idealen Gases um einen dünnen Keil mit schwacher Überschallgeschwindigkeit. Priklad. Mat. Mech. **18**, 561—572 (1954) [Russisch].

L'A. mentionne quelques diffficultés qui apparaissent dans l'étude d'un courant gazeux contournant un coin dans le cas où la vitesse dépasse peu la vitesse du son. La cause principale de ces difficultés est la distribution non régulière des vitesses et la forme compliquée des conditions aux limites. On peut échapper à ces difficultés en exprimant la résistance ondulatoire par un saut d'entropie et en comparant ce dernier avec les résultats donnés par la théorie de similitude. Les formules obtenues par cette méthode sont comparées avec les résultats des expériences et une correspondance suffisante est constatée. *C. Woronetz.*

Murgulescu, Elena: Le mouvement supersonique autour d'une aile Δ munie d'un fuselage conique. Acad. Republ. popul. Romîne, Bul. ştiinţ., Secţ. Ştiinţ. mat. fiz. **6**, 741—752, russ. u. französ. Zusammenfassg. 752, 752—753 (1954) [Rumänisch].

On considère une aile Δ symétrique, munie d'un fuselage formé par un cône circulaire dont l'axe coïncide avec l'axe de symétrie de l'aile; le cône ainsi que l'aile sont d'ouvertures assez petites par rapport à celle du cône de Mach du sommet. Dans le cas de l'incidence nulle, la solution ne diffère pas de celle correspondant au cône sans ailes latérales. L'A. détermine les corrections à apporter lorsque l'incidence j de l'aile est assez petite; à cet effet sont utilisées les formules données par P. Germain (La théorie générale des mouvements coniques et ses applications à l'aérodynamique supersonique, O. N. E. R. A. Paris 1949), lesquelles exigent la connaissance de la représentation conforme du domaine du plan $\zeta = \xi + i\,\eta$, dont la frontière est constituée par la circonférence $|\zeta| = \varrho$ et les segments $[-\xi_1, -\varrho]$, $[\varrho, \xi_1]$ de l'axe réel, sur l'extérieur de la circonférence $|Z| = r$. Moyennent cette transformation, l'A. détermine les composantes de la vitesse de perturbation sur les ailes latérales et sur le fuselage conique, ce qui lui permet de déterminer la pression aérodynamique, en ne conservant que les termes du premier ordre par rapport à j. *C. Iacob.*

Holt, M.: A vortical singularity in conical flow. Quart. J. Mech. appl. Math. **7**, 438—445 (1954).

Verf. diskutiert die von Ferri [NACA Rep. 1045 (1951)] eingeführte singuläre Linie in der Überschallströmung um den schiebenden Kegel. Nach einem Hinweis auf den isentropischen Fall wendet er sich insbesondere der nicht-isentropischen Singularität zu und zeigt, daß die Geschwindigkeit in der Singularität mehrdeutig, die Wirbelstärke unendlich, aber der Druck eindeutig ist. Die Singularität kann an ein allgemeines Feld mit konischer Strömung hinter einem Stoß angepaßt und insbesondere auf das Problem des schiebenden Kegels angewandt werden. Als wahrscheinlich wichtigstes Ergebnis für diesen Fall bezeichnet der Verf. die Tatsache, daß in der Nachbarschaft der Singularität alle abhängigen Variablen in Ausdrücken einer einzigen Unbekannten, nämlich der Entropieverteilung längs des Stoßes, ausgedrückt werden können. *F. W. Riegels.*

Oswatitsch, K. und L. Sjödin: Kegelige Überschallströmung in Schallnähe. Österreich. Ingenieur-Arch. **8**, 284—292 (1954).

Wenn auch das Problem der Überschallströmung an axial angeblasenen Kreiskegeln längst gelöst ist, so halten die Verff. eine mit den üblichen transsonischen Approximationen vereinfachte Behandlung für schlanke Kreiskegel im schallnahen Überschall doch für angemessen, da die vorhandenen Tabellen dort nicht ausreichend dicht gerechnet sind. Neben der Herleitung der Näherungsgleichungen werden auch die numerischen Ergebnisse in Tabellenform mitgeteilt. Mit Hilfe des transsonischen Äquivalenzsatzes [F. Keune und K. Oswatitsch, Z. angew. Math. Phys.

7, 40—63 (1956)] lassen sich die Resultate auf schlanke Kegel allgemeiner Querschnittsform (z. B. auf die Verhältnise in der Umgebung der Spitze von Deltaflügeln) übertragen, wenn deren Spannweite im Vergleich zum örtlichen Durchmesser des von der Spitze ausgehenden Machkegels hinreichend klein ist. *H. Behrbohm.*

Leslie, D. C. M. and J. D. Perry: Wave drag of wings at supersonic speeds. Proc. Roy. Soc. London, Ser. A **225**, 213—225 (1954).

Für zur Flügelebene symmetrische Flügel ohne Anstellung und mit geringer Dicke kann in einem gewissen Überschall-Machzahlbereich der Wellenwiderstand an Hand der linearisierten Tragflächentheorie berechnet werden. Um den hierbei meist verwendeten, aber etwas mühsamen Weg zu vermeiden, der den Wellenwiderstand aus der zuvor bestimmten Druckverteilung des Flügels ermittelt, wird ohne explizite Druckberechnung der Widerstand von vornherein als ein vierfaches Integral geschrieben. Durch geeignete Transformationen gelingt es, dies Integral in eine Form zu bringen, in der es als eine einfache Integration über eine geometrische Verteilungsfunktion erscheint. Für aus ebenen Teilflächen facettenartig aufgebaute Flügel ist die Berechnung dieser Verteilungsfunktion besonders einfach. Dies wird am Puckettschen Deltaflügel und an einem Flügel hexagonalen Grundrisses mit sechs Facetten vorgeführt. — Anhangsweise wird die Anwendbarkeit der Methode auch für den Fall des dünnen tragenden Flügels mit Überschallvorder- und -hinterkanten gezeigt und es werden mit ihrer Hilfe einige einfache und größtenteils bekannte Resultate über den Auftrieb solcher Flügel hergeleitet. *H. Behrbohm.*

Miles, John W.: On the transformation of the linearized equation of unsteady supersonic flow. Quart. appl. Math. **12**, 1—12 (1954).

Die linearisierte Gleichung für das Geschwindigkeitspotential φ in instationärer Überschallströmung in einem raumfesten Koordinatensystem (m. a. W. die klassische Wellengleichung (1) $\varphi_{XX} + \varphi_{YY} + \varphi_{ZZ} = \varphi_{TT}$, X, Y, Z dimensionslose Raumkoordinaten, $T = t\,c/l$, t wahre Zeit, c Schallgeschwindigkeit, l Bezugslänge) wird durch die modifizierte Lorentztransformation

$$\begin{pmatrix} x \\ \tau \end{pmatrix} = (M^2 - 1)^{-1/2} \begin{pmatrix} 1 & M \\ M & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ T \end{pmatrix}, \quad y = Y, \quad z = Z$$

($M > 1$, Machzahl) auf die Form (2) $\Box\,\varphi \equiv \varphi_{xx} - \varphi_{yy} - \varphi_{zz} = \varphi_{\tau\tau}$ gebracht. Hier liegt das Koordinatensystem in dem Flugkörper fixiert, was für die Formulierung der Randbedingungen günstig ist. Setzt man für φ eine harmonische Zeitabhängigkeit der Form $\exp(-i\,k\,\tau)$ an, so wird aus (2) die „hyperbolische Helmholtzgleichung" (3) $\Box\,\varphi + k^2\,\varphi = 0$, die wegen der Überschallbedingung: $\varphi \equiv 0$ für $x < 0$ ($x = 0$ sei der vorderste Punkt des Störkörpers) mittels der Laplacetransformation $\Phi = \int_0^\infty e^{-sx}\,\varphi\,dx$ auf die Form (4) $\Phi_{yy} + \Phi_{zz} - \lambda^2\,\Phi = 0$ ($\lambda^2 = s^2 + k^2$) gebracht werden kann. — Verf. studiert Transformationen der Ortskoordinaten mit diagonaler hyperbolischer Metrik. In Analogie zur klassischen Wellengleichung werden elf Koordinatensysteme angegeben, in denen (2), (3) resp. (4) separierbar ist. Die in bezug auf x zylindrischen Systeme sind dabei die gleichen wie im euklidischen Fall. Für diese, die kartesischen, die zylindrisch polaren, die elliptischen und die parabolischen Zylinderkoordinaten, wird (4) separiert. Für die übrigen, von ihrem euklidischen Gegenstück verschiedenen und resp. als hyperbolische Koordinaten, Koordinaten des „verlängerten" und des „abgeplatteten" Hyperboloids, Hyperboloidkoordinaten, Hyperboloid-Kegelkoordinaten, parabolische und paraboloidische Koordinaten bezeichneten Systeme, wird angegeben, wie sich der „hyperbolische Laplaceoperator $\Box\,\varphi$" transformiert, und es wird (2) resp. (3) separiert. Einige praktische Anwendungen werden mitgeteilt. *H. Behrbohm.*

Sänger, E.: Zur Thermodynamik des Überschall-Geradstoßdiffusors. Ingenieur-Arch. **22**, 378—399 (1954).

In dieser weitausholenden Arbeit werden grundsätzliche Betrachtungen über die Grundlagen einer quantitativen, thermodynamischen Theorie des Überschallgeradstoßdiffusors gegeben, der als Lufteinlauf für Überschalltriebwerke praktische Bedeutung hat. Bei ihm wird die ankommende Überschallströmung durch einen vor dem Diffusormund senkrechten Verdichtungsstoß in Unterschallströmung verwandelt, der Diffusor selbst also mit Unterschallgeschwindigkeit angeströmt und durchströmt. Die dabei auftretenden drei Strömungsphasen 1. gerader Stoß, 2. isentrope Unterschallanströmung zwischen Stoß und Mund, 3. adiabatische Durchströmung von Mund zu Diffusorende werden im einzelnen eingehend behandelt. Zunächst wird zwischen gasdynamischer Strömung (praktisch ideale Gase mit konstanten spezifischen Wärmen), thermodynamischer Strömung (halbideale Gase mit temperaturabhängigen spezifischen Wärmen), thermochemischer Strömung (praktisch nicht-ideale Gase als Gemische von in chemischem Gleichgewicht befindlichen, reagierenden Gasen, mit druckabhängigen spezifischen Wärmen) und thermoelektrischer Strömung (thermisch ionisierende Gase) unterschieden. Mit Luft als strömendem Medium gelten für Flugmachzahlen bis etwa $M = 2$ oder für außerordentlich kurzzeitige Zustandsänderungen (Trägheit der inneren Freiheitsgrade gegenüber dem Translationsfreiheitsgrad) die Gesetze der gasdynamischen Strömung, bei langsameren Zustandsänderungen (Einstellung thermischer Gleichgewichte) bis etwa $M = 6$ die Gesetze der thermodynamischen Strömung; bei höherem M, insbesondere in großen Flughöhen, bedarf es aber der Gesetze der thermochemischen resp. thermoelektrischen Strömung. Trotz allem wird approximativ die Untersuchung auf das herkömmliche Hilfsmittel der Poissonschen Adiabatengleichung $p\,\varrho^{-k} = \text{const}$ zurückführbar (p Druck, ϱ Dichte), indem für die interessierenden Flugbereiche geeignete Mittelwerte der Adiabaten- oder Isentropenexponenten k gewählt werden können. — Die Stoßgleichungen werden sowohl in gasdynamischer als auch in thermochemischer Schreibweise gegeben und diskutiert. Die isentrope Unterschallanströmung zwischen Stoß und Diffusormund wird hauptsächlich in Hinsicht auf das Druckverhältnis zwischen Stoßfront und Mund für ideale, halbideale und nichtideale Gase, und auf die daraus resultierende (je nach Querschnittsverhältnis) positive oder negative Schubkraft untersucht. Die Absetzbarkeit dieser Kraft auf die Diffusornase wird besprochen und es wird die Regelbarkeit des Diffusors (Anpassung des Luftdurchsatzes an die Betriebsbedingungen) diskutiert. Für die 3. Phase (adiabatische Durchströmung) wird der Wirkungsgrad ermittelt und der Diffusorschub sowohl in thermochemischer als auch in thermodynamischer und gasdynamischer Strömung berechnet. Schließlich wird auch ein Überblick über die am Diffusorende herrschenden Zustände gegeben. *H. Behrbohm.*

Mackie, A. G.: One-dimensional unsteady motion of a gas initially at rest and the dam-break problem. Proc. Cambridge philos. Soc. **50**, 131—138 (1954).

Es wird die instationäre Bewegung einer eindimensionalen adiabatischen Gasströmung untersucht unter der Annahme, daß das Gas im Anfangszustand ruht. Die für die Astrophysik wichtige Expansion einer Gaswolke ins Vakuum ist ein Beispiel für dieses Problem. Für den Fall, daß die Dichteverteilung des Gases zur Zeit $t = 0$ — als Funktion einer komplexen Variablen aufgefaßt — eine gerade, in der Umgebung der reellen Achse analytische Funktion ist, hat E. T. Copson (dies. Zbl. **50**, 191) die Lösung der auftretenden partiellen Differentialgleichung in Form eines komplexen Integrales angegeben. Der Verf. erweitert diese Lösung auf allgemeine analytische Funktionen. Die Ergebnisse werden hauptsächlich für das entsprechende hydraulische Problem der Wasseranalogie (Adiabatenexponent $\varkappa = 2$) diskutiert. Es handelt sich dabei um die Strömungsvorgänge, wenn sich hinter einem Damm aufgestaute Wassermassen infolge plötzlichen Dammbruches in ein trockenes, horizontales Strombett ergießen. Eine kritische Lösung mit speziellen Eigenschaften ergibt sich, wenn die vorgegebene Form des Dammes eine Parabel mit vertikaler Achse ist, die das Strombett in ihrem Scheitel berührt. *K. Gersten.*

● **Templeton, H.: Massbalancing of aircraft control surfaces.** London: Chapman & Hall Ltd. 1954. X, 214 p. 39 Fig. sh 35.—.

Das Massenausgleichen der Steuerorgane hat sich seit seinen ersten Anfängen vor nunmehr dreißig Jahren zu einem wichtigen Hilfsmittel für die Verhütung des Ruderflatterns bei Flugzeugen entwickelt. Daß dieser Sonderzweig der Flatterberechnung in vorliegender Monographie endlich eine in Buchform zusammengefaßte Darstellung gefunden hat, wird daher sowohl der Studierende als auch der praktisch tätige Entwurfsingenieur dankbar begrüßen. — Im 1. Teil des Buches werden die Grundprinzipien des Massenausgleichs von Rudern entwickelt. Von den drei Typen der in den Flattervorgang eingehenden wesentlichen Kräfte, nämlich den elastischen, den Trägheits- und den aerodynamischen Kräften, werden zunächst nur die beiden ersten in Betracht gezogen, und damit die Problemstellung auf ihren rein schwingungsseitigen Aspekt gebracht. Am Beispiel eines aus ungepfeiltem Tragflügel mit hinten angelenktem Ruder bestehenden binären Systems werden die Begriffe „statischer" und „dynamischer" Ausgleich, Überausgleich, Unterausgleich, Ausgleichsgrad usw. erläutert, die Schwingungsformen und ihre Freiheitsgrade besprochen, und die Lagrangeschen Bewegungsgleichungen aufgestellt. Im Anschluß an die Besprechung des Einflusses der Trägkeitskopplung zwischen Flügel und Ruder auf die gekoppelten Eigenschwingungen wird dann die Wirkung einer zur Rudermasse hinzugefügten Masse behandelt. Nun können auch andere binäre Systeme [z. B. Rumpf und Höhen- (oder Seiten-)flosse einerseits, Höhen- (oder Seiten)ruder andererseits] diskutiert werden. — Nach einer kürzeren Ausführung über Fragen der Terminologie folgt (nunmehr natürlich mit Einbeziehung der Luftkräfte) ein Kapitel über die Anwendung des Massenausgleichprinzips zur Flatterverhütung. Hierzu wird u. a. ein binäres konventionelles Flügel-Rudersystem vollständig auf Flattern durchgerechnet. — Teil 2 enthält zunächst eine eingehende Schilderung der historischen Entwicklung des Prinzips mit bewußter Beschränkung auf die englischen Beiträge und aufgeteilt auf Querruder-, Höhenruder-, Seitenruder- und Hilfsruderflattern. In diesem Kapitel wird z. T. unter Einbeziehung historischer Flatterunfälle und deren Diskussion in geschickter Weise das Zusammenspiel von experimenteller und theoretischer Forschung geschildert und der Leser in kompliziertere Fragestellungen (ternäre und höhere Systeme) eingeführt. Für den Praktiker am wichtigsten dürften die folgenden vier Kapitel sein über die Einflüsse verschiedener Parameter (geometrischer, elastischer und aerodynamischer Natur) auf den Massenausgleich, über Entwurfskriterien zum Ausgleich, über das Ausgleichsverfahren in der Praxis, und über verschiedene konstruktiv mögliche Ausführungsformen. Doch möge man dabei nicht übersehen, daß eine Übertragung der hier vorgetragenen Resultate auf moderne, noch unkonventionelle Flugzeugformen und auf Bereiche höherer Geschwindigkeiten nur mit größter Vorsicht — wenn überhaupt — vorgenommen werden darf. — Ein kurz gehaltener 3. Teil stellt zukünftige Forschungsaufgaben, behandelt Begrenzungen des Ausgleichsprinzips und schildert Möglichkeiten zu anderen Lösungen zur Verhütung des Ruderflatterns. — Zum Abschluß finden sich einige Anhänge, in denen u. a. das Flattern von Hilfsrudersystemen analytisch behandelt und eine Skizze über die Theorie der ebenen instationären Strömung eines reibungsfreien inkompressiblen Gases gegeben wird.

H. Behrbohm.

Kasparjanc, A. A.: Die Ausbreitung von Schallwellen in einem zähen Gase bei Vorhandensein von Wärmeleitung. Priklad. Mat. Mech. **18**, 729—734 (1954) [Russisch].

Le présent travail se rapporte à l'étude de la propagation des ondes soniques dans un gaz visqueux. Quelques propriétés physiques du mouvement permettent à l'A. de simplifier les équations classiques et d'analyser les équations approchées

par des méthodes habituelles. Un exemple est donné se rapportant à un champ indéfini des ondes stationnaires provenant d'un oscillateur harmonique.

C. Woronetz.

Rachmatulin, Ch. A.: Lösung des Problems der Reflexion von Schallwellen von einer rauhen Ebene mit einem deformierten Teil. Priklad. Mat. Mech. **18**, 573—584 (1954) [Russisch].

The paper deals with the problem of the soundwave reflection by a solid wall, having a deformable infinite sheet, moving with velocity $v_z = f(x, t)$, where at rest is $v_{z_0} = 0$. For solving this problem it is obligate to solve two problems: the Cauchy's problem of the uniform motion of the falling wave, and the problem of the wavereflection by the hard plane. The first problem gives the velocity-potential $\varphi = \varphi_0(t)$ on the line $z = a\,t$, and the second $\varphi_1(z, t) = f_1(z - a\,t) + f_2(z + a\,t)$, where a is the velocity of sound. Thus, the presented problem can be reduced to the plane-waveequation with boundary conditions, $\partial^2\Phi/\partial t^2 = a^2\,\Delta$. The solution $\Phi(x, t, z) = \varphi_1(z, t) + \varphi(z, t, x)$ is searched in the region limiting by the planes $z = a\,t$, $z = 0$. The domain of the integration is the portion of the movable plane restricted by hyperboles. The explanation are extended to the reflection of the soundwaves by a piston installed in the infinite undeformed wall. The law of the piston motion is determined for the wave having the constant intensity in the depth of the front. In this case the problem is governed by the nonhomogeneous differential equation with constant coefficients.

D. Rašković.

Rževkin, S. N.: Die Strahler von Schall mit fortschreitender Welle. Vestnik Moskovsk. Univ. **9**, Nr. 8 (Ser. fiz.-nat. esrestv. Nauk Nr. 5), 3—17 (1954) [Russisch].

Das Problem der Schallemission durch Wellen, die sich auf einer Kugeloberfläche fortpflanzen, wurde in unserer Arbeit Vestnik Moskovsk. Univ. **4**, Nr. 2 (1949) theoretisch erforscht. In dieser haben wir das Schallfeld in einer nahen und einer entfernten Zone des Strahlers untersucht, einen Ausdruck für den Umovschen Vektor erhalten, sowie Fragen der Analogie des Strahlers mit fortschreitender Welle und des Rotationsstrahlers, der den sogenannten „Rotationsschall" ergibt, besprochen. — In der vorliegenden Arbeit wird eine vollständigere Analyse des Schallfeldes des kugelförmigen Strahlers mit fortschreitender Welle durchgeführt, eine Lösung der Aufgabe für den zylindrischen Strahler angegeben und die vollständige Analogie der Strahler mit fortschreitender Welle und der Rotationsstrahler, die den Rotationsschall infolge periodischer Verdrängung des Mediums durch den rotierenden Körper ergeben, festgestellt [L. Ja. Gutin, Žurn. techn. Fiz. **6**, 899 (1936)]. — Es werden die Resultate der experimentellen Untersuchung eines zylindrischen Strahlers mit fortschreitender Welle angeführt. Die Ergebnisse des Experiments erweisen sich als qualitativ übereinstimmend mit der Theorie.

Übersetzung der russ. Zusammenfassg.

Šulejkin, V. V.: Die Entwicklung von Wellen von der Luv- zur Leeküste auf einem tiefen Meer. Doklady Akad. Nauk SSSR, n. Ser. **98**, 381—384 (1954) [Russisch].

Gheorghiţă, Şt. I.: Quelques mouvements en milieux poreux non homogènes. Acad. Republ. popul. Romîne, Bul. Şti., Secţ. şti. mat. fiz. **6**, 823—837 russ. u. französ. Zusammenfassg. 837, 838 (1954) [Rumänisch].

D'après l'équation de Darcy on a $\vec{v} = \operatorname{grad} \varphi$; le milieu poreux D est constitué par la réunion de plusieurs milieux D_α, dont les coefficients de filtration sont k_α. Soit $\varphi = \varphi_\alpha$ dans D_α, $\varphi = \varphi_\beta$ dans D_β. A la surface de séparation entre D_α et D_β on a les conditions

$$(*) \qquad \varphi_\alpha/k_\alpha = \varphi_\beta/k_\beta, \quad \partial\varphi_\alpha/\partial n = \partial\varphi_\beta/\partial n$$

dont la première exprime la continuité de la pression et la seconde celle du flux. L'A. considère spécialement un milieu infini D_1, à coefficient de filtration constant k_1, continu au milieu D_2, limité par la surface S, à coefficient de filtration constant k_2. Considérant le potentiel φ_0 de l'écoulement dans $D_1 + D_2$, lorsque $k_1 = k_2$, il cherche à exprimer les potentiels φ_1' et φ_2' dans D_1 et D_2, pour $k_1 \neq k_2$, par $\varphi_1' = \varphi_0 + \varphi_1$, $\varphi_2' = \varphi_0 + \varphi_2$, où φ_1 et φ_2 sont les potentiels de perturbation dus à la présence du milieu D_2. L'A. résout effectivement le problème aux limites (*) dans

le cas plan, lorsque D_2 est le cercle $|z| \leq a$, le potentiel φ_0 étant celui qui correspond à l'écoulement uniforme ($\varphi_0 = V_0\, x$). Utilisant les coordonnées polaires il trouve $\varphi_1' = V_0 (r + (k_1 - k_2)\,(k_1 + k_2)^{-1}\, a^2/r) \cos\theta$, $\varphi_2' = 2r\, V_0 (1 + k_1/k_2)^{-1} \cos\theta$. Ce résultat est généralisé pour le cas où D_2 est l'intérieur d'une ellipse. D'une façon plus générale, l'A. considère des domaines limités par des circonférences de rayons $a_1 = \infty$, $a_2 > a_3 > \cdots > a_{l+1}$, le coefficient de filtration étant constant et égal à k_j dans la couronne de rayons a_j, a_{j+1}. Il examine également le cas où la dernière circonférence limite non pas un milieu poreux mais un milieu imperméable. On envisage de même le cas d'une source placée dans le milieu infini D_1, en présence du domaine poreux circulaire D_2, à coefficient de filtration $k_2 \neq k_1$. L'A. résout le problème aux limites (*) pour l'espace, lorsque D_2 est une sphère à coefficient de filtration $k_2 \neq k_1$. Il y arrive en utilisant la transformation de Kelvin. *C. Iacob.*

Yalin, Selim: Über die Sickerströmung in einem stetig heterogenen Raum. Bull. techn. Univ. Istanbul **7**, 59—78 (1954).

Das Problem der Bestimmung der Sickerströmung im Untergrund eines Wehres führt unter der Annahme, daß die Durchlässigkeit des Untergrundes mit der Tiefe linear abnimmt, auf die lineare partielle Differentialgleichung vom elliptischen Typus

$$\partial^2 H/\partial x^2 + \partial^2 H/\partial y^2 + (1/y)\, \partial H/\partial y = 0.$$

Es wird eine Lösung dieser Differentialgleichung für zwei aneinanderstoßende rechteckige Gebiete gesucht, welche auf dem Außenrand des Gesamtgebietes den bekannten Randbedingungen genügt und außerdem auf der die beiden Rechtecke trennenden Geraden stetig ist und eine stetige erste Ableitung in bezug auf x besitzt. Verf. löst diese Randwertaufgabe, indem er die Bernoullische Methode der Partikularlösungen benutzt. Aus der sich so ergebenden Darstellung der Lösung durch eine „Fouriersche Reihe" folgt unter Benutzung der Randbedingungen ein System mit unendlich vielen linearen Gleichungen, das zur Bestimmung der Fourierkoeffizienten dient. In einem Anhang werden einige numerische Ergebnisse mitgeteilt, zum Teil auch durch Kurven veranschaulicht. *W. Quade.*

Kartvelišvili, N. A.: Die Stabilität im Großen der stationären Zustände in Wasserkraftwerken mit Ausgleichsbecken. Inženernyj Sbornik **20**, 25—30 (1954) [Russisch].

Verf. leitet eine hinreichende Bedingung für die Stabilität der durch äußere Störungen bedingten Flüssigkeitsschwankungen in einer Turbinenanlage mit Ausgleichsbecken her. Diese Störungen lassen sich durch zwei nichtlineare gewöhnliche Differentialgleichungen erster Ordnung beschreiben, wobei die Veränderlichen die relative Höhe und die relative Durchflußmenge im Ausgleichsbecken beschreiben. Diese Gleichungen werden zunächst linearisiert und deren Stabilitätsverhalten untersucht. Auf Grund der Stabilitätsdiskussion des linearisierten Systems wird eine Ljapunovsche Funktion konstruiert, so daß man jetzt mit der zweiten Methode von Ljapunov das Ausgangssystem behandeln kann. Die Grenzen des Stabilitätsgebiets werden diskutiert. *W. Haacke.*

Michajlov, G. K.: Eine Vereinfachung des Verfahrens der Berechnung der Filtration im homogen-anisotropen Grund. Inženernyj Sbornik **19**, 159—160 (1954) [Russisch].

Danilov, V. L.: Die Ergiebigkeit von Erdöl-Bohrlöchern bei willkürlicher Form der Speisungs-Kontur. Izvestija Kazansk. Fil. Akad. Nauk SSSR, Ser. fiz.-mat. tech. Nauk **5**, 52—69 (1954) [Russisch].

In der Arbeit wird die Äquivalenz der Aufgabe über die Bestimmung der Ergiebigkeit eines einzelnen Bohrlochs in einer Schicht von beliebiger Form und der Aufgabe über die Ermittlung des Parameters des zweifachen Zusammenhangs in der Theorie der konformen Abbildungen festgestellt. Die verallgemeinerte Formel von Dupuis wird erhalten. Die Aufgabe wird auf die