Werk

Titel: Wahrscheinlichkeitsrechnung und Anwendungen

Ort: Berlin

Jahr: 1956

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?245319514_0057|log82

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

info@digizeitschriften.de

behandelt wurde. Verf. gibt eine neue und allgemeinere Formulierung für die Zusammensetzung von Teilprogrammen. *Ambros Speiser.*

Ishihara, Tojiro, Shoitiro Hayami and Shigenori Hayashi: On the electronic analog computer for flood routing. Proc. Japan Acad. **30**, 891—895 (1954).

Die Verff. nehmen an, daß für die Fortpflanzung von Flutwellen in Flüssen die Gleichung von Hayami

$$\partial H/\partial \tau + A\, \partial(H^{3/2})/\partial x = \mu\, \partial^2 H/\partial x^2$$

gilt, wo H die Wassertiefe, t die Zeit, x die Entfernung und A und μ gewisse Konstanten sind. Um diese Fortpflanzung zu untersuchen, wurde ein elektrisch arbeitendes Analogiegerät angegeben, das für einen Abschnitt des Flusses Kiso gebaut wurde und dafür gute Übereinstimmung mit dem wirklichen Verlauf ergab.

Fr.-A. Willers.

● **Butler, Terence and Karl Pohlhausen: Tables of definite integrals involving Bessel functions of the first kind.** (WADC Technical Report 54-420). Wright Air Development Center 1954. 50 p.

● **Gellman, H. and Jean Tucker: Tables of the functions $D_0(x)$ and $D_1(x)$.** Chalk River, Ontario: Atomic Energy of Canady Limited 1954. 51 p. $ 1,50.

● **Opler, Ascher and Nevin K. Hiester: Tables for predicting the performance of fixed bed ion exchange and similar mass transfer processes.** Stanford, California: Stanford Research Institute 1954. 111 p. (Multilithed).

Wahrscheinlichkeitsrechnung und Anwendungen.

Wahrscheinlichkeitsrechnung:

Nyquist, H., S. O. Rice and J. Riordan: The distribution of random determinants. Quart. appl. Math. **12**, 97—104 (1954).

Zufalls-Determinanten D_n mit gleichverteilten, unabhängigen Zufalls-Variablen seien gegeben. Sie seien symmetrisch zum 0-Punkt verteilt, ihre Varianz betrage 1. Die Verff. bestimmen das 4. Moment dieser Determinanten-Verteilung, ebenso das 6. Moment für $n = 1, 2, 3, 4$. Im Falle normal-verteilter Variablen gilt ganz allgemein

$$E(D_n^{2k}) = n!\,(n+2)!\cdots(n+2k-2!)/2!\cdots(2k-2)!$$

W. Saxer.

Berz, F.: On the cumulative effect of chance deviations. J. Roy. statist. Soc., Ser. B. **16**, 269—284 (1954).

Let $X_1, X_2, \ldots, X_n$ be independent random variables having rectangular distributions and put $X^{(n)} = X_1 + \cdots + X_n$. Further suppose that σ is the standard deviation of $X^{(n)}$ and that $\Phi(x)$ is the normal distribution function with mean value 0 and standard deviation 1. The author estimates the difference $\Pr(|X| > u) - \frac{1}{\sigma}\int_{|x|<u} \Phi'\left(\frac{t}{\sigma}\right) dt$ upwards. His estimate seems to be of practical interest.

H. Bergström.

Levert, Christoffel: Quelques détails mathématiques sur le théorème de Gumbel appliqué aux événements rares. C. r. Acad. Sci., Paris **239**, 149—151 (1954).

Remarks on Gumbel's theorem [C. r. Acad. Sci., Paris **235**, 1598—1599 (1952)]. Especially there is indicated that the proof given by Gumbel is not quite strict. The consequences of this fact are presented. *W. Sadowski.*

Dobrušin, R. L.: Bedingungen für die Regularität Markovscher Prozesse mit einer endlichen Anzahl möglicher Zustände. Mat. Sbornik, n. Ser. **34 (76)**, 541—556 (1954) [Russisch].

Mit $p_{ij}(s,t)$ $(i = 1, \ldots, N)$ seien die Übergangswahrscheinlichkeiten einer Markoffschen Kette mit N möglichen Zuständen bezeichnet, wobei $0 \leq s < t \leq 1$

gelten soll. x_t seien die dem Prozeß entsprechenden zufälligen Variablen. Wenn für irgendein t_0 mit $0 \leq t_0 < 1$ und $x_{t_0} = i$, wobei i jeden Zustand durchlaufen kann, den Übergangswahrscheinlichkeiten ein Prozeß entspricht, so daß x_t für $t \geq t_0$ höchstens endlich viele Sprungstellen besitzt, dann heißt der Prozeß regulär. Für die Charakterisierung regulärer Prozesse erweist sich die Definition der Variation der Übergangswahrscheinlichkeiten als bedeutsam (vgl. auch Verf., dies. Zbl. **52**, 363). In $0 \leq a < b \leq 1$ sei $V_i(a, b) = \sup_{\{t_j\}} \sum_{j=0}^{n-1} (1 - p_{ii}(t_j, t_{j+1}))$, $a = t_0 < t_1 < \cdots$ $\cdots < t_n = b$, $V_i(t \mp 0) = \lim_{\Delta t \to 0} V_i(t, t \mp \Delta t)$, $i = 1, \ldots, N$. Analog ist $p_{ji}(s, t \mp 0)$ zu verstehen. Der Zustand i heißt im Moment $t - 0$ $(t + 0)$ unerreichbar, wenn für alle j und $s < t$ $(s \leq t)$ $p_{ji}(s, t - 0) = 0$ $(p_{ij}(s, t + 0) = 0)$. — Ein Markoffscher Prozeß ist genau dann regulär, wenn aus $V_i(t - 0) = \infty$ $(V_i(t + 0) = \infty)$ folgt, daß i im Moment $t - 0$ $(t + 0)$ unerreichbar ist. — ξ sei die Anzahl der Sprünge von x_t eines Markoffschen Prozesses mit einer endlichen Anzahl möglicher Zustände. Sei $V_i(0, 1) < \infty$ für alle i. Dann gilt für jede beliebige Anfangsbedingung $E(\xi) < \infty$. Hierzu ist zu bemerken, daß der Verf. ein Beispiel eines regulären Prozesses angibt, für welchen $E(\xi) = \infty$. Die Arbeit enthält einige Druckfehler (z. B. in Formel (4) und im Satz 1). *L. Schmetterer.*

Jaglom, A. M.: Theorie der Extrapolation und Filtration zufälliger Prozesse. Ukrain. mat. Žurn. **6**, 43—57 (1954) [Russisch].

Dieser Bericht widmet sich vor allem der linearen Extrapolation und Filtration stationärer Prozesse, enthält aber auch Hinweise auf nichtlineare Extrapolation und nicht stationäre Prozesse. Das Literaturverzeichnis, das keinen Anspruch auf Vollständigkeit erheben kann, berücksichtigt meist russische Arbeiten.
L. Schmetterer.

Krejn, M. G.: Über die fundamentale Approximationsaufgabe der Theorie der Extrapolation und der Filtration stationärer zufälliger Prozesse. Doklady Akad. Nauk SSSR, n. Ser. **94**, 13—16 (1954) [Russisch].

Verf. greift eine Frage auf, die er schon früher in weniger allgemeiner Form behandelt hat [Doklady Akad. Nauk SSSR, n. Ser. **46**, 306—309 (1945)]. $g(\lambda)$ sei für $-\infty < \lambda < +\infty$ nicht abnehmend und (1) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dg(\lambda)}{1 + \lambda^2} < \infty$. L_g bezeichne den Hilbertschen Raum der komplexwertigen Funktionen $F(\lambda)$ mit der Norm $\int_{-\infty}^{+\infty} |F^2(\lambda)|\, dg$. Sei $I = (a, b)$, $[-\infty \leq a < b < \infty]$ und L_I die lineare abgeschlossene Hülle der Funktionen $\int_{t_1}^{t_2} e^{i\lambda s}\, ds$ mit $(t_1, t_2 \in I)$. Es ist $L_I \subset L_g$, und es interessieren die Probleme: 1. Wann ist $L_I = L_g$ und 2. Wenn $L_I \neq L_g$ ist und $F \in L_g$, wie findet man eine analytische Darstellung der Orthogonalprojektion PF von F auf L_I. Diese Probleme werden mit den Untersuchungen des Verf. über Randwertprobleme zweiter Ordnung verknüpft [insbesondere Doklady Akad. Nauk SSSR, n. Ser. **87**, 881—884 (1952), **93**, 617—620 (1953)]. Problem 1. Sei $g(-\lambda) = -g(\lambda)$ und $\tau(\lambda) = 2g\left(\sqrt{\lambda} - 0\right)$, $0 < \lambda < \infty$. Dann ist $\tau(\lambda)$ wegen (1) ein Spektralmaß (vgl. Verf., dies. Zbl. **50**, 87) einer schwingenden Saite einer durch τ eindeutig bestimmten Länge l und einer in $0 < x < l$ eindeutig bestimmten Massenbelegung $M(x)$. Für $I = (-a, a)$ sei $L_I = L_a$. Es gilt genau dann $L_a = L_g$, wenn die durch $t(x) = \int_0^x \sqrt{M'(s)}\, ds$ in $0 \leq x \leq l$ definierte Funktion die Ungleichung $t(x) \leq a$ erfüllt und für alle Lösungen x_a der Gleichung $t(x) = a$ gilt (2) $M(x_a) = M(l)$. Problem 2. Sei $\varphi(x, \lambda)$

Lösung der Integralgleichung $y(x) = 1 - \lambda \int_0^x (x-s)\, y(s)\, dM(s)$, $0 \leqq x < l$ und $F \in L_l$, $f(x) = \text{l.i.m.}_{N\to\infty} \int_{-N}^{N} F(\lambda)\, \varphi(x, \lambda^2)\, dg(\lambda)$, wobei sich der Limes im Sinne der Norm $||h|| = \int_0^h |h^2|\, dM$ versteht. Weiter sei $\psi(x) = \text{l.i.m.}_{N\to\infty} \int_{-N}^{N} F(\lambda)\, \varphi'(x, \lambda^2)\, \frac{dg(\lambda)}{\lambda}$, wobei der Limes im Sinne der üblichen Norm in $L^2(0, l)$ zu verstehen ist. Dann gilt für $L_l = L_a$

$$PF = \int_0^{x_{a-0}} f(x)\, \varphi(x, \lambda^2)\, dM + \frac{1}{\lambda} \int_0^{x_{a-0}} \psi(x)\, \varphi'(x, \lambda^2)\, dx,$$

wobei x_{a-0} die kleinste Wurzel der Gleichung (2) ist. Damit im Zusammenhang spricht Verf. einige Sätze über ganze Funktionen aus. Diese Dinge stehen in Zusammenhang mit Untersuchungen von Paley-Wiener (Fourier transforms in the complex domain, dies. Zbl. **11**, 16) und verallgemeinern sie. Keine Beweise.

L. Schmetterer.

Keilson, Julian: A suggested modification of noise theory. Quart. appl. Math. **12**, 71—76 (1954).

Verf. behandelt die Gleichung für einen eindimensionalen Markoffschen Prozeß

$$\partial W(x, t)/\partial t = -W(x, t) \int A(x, y)\, dy + \int W(y, t)\, A(y, x)\, dy$$

mit der Übergangswahrscheinlichkeit

$$A(x, y) = T^{-1} (\beta/\pi)^{1/2} \exp(-\beta (y - \gamma x)^2) \quad (\gamma < 1,\ T, \beta = \text{Konst.})$$

und gewinnt mittels Hermitescher Funktionen die Lösung, die für $t \to \infty$ gegen eine Gaußsche Verteilung mit zweitem Moment $E = (2\beta(1-\gamma^2))^{-1}$ strebt. Das Hauptziel ist der Grenzübergang $\gamma \to 1$ bei festgehaltenem E und $\tau = T(1-\gamma)^{-1}$ („Zerfallszeit"), der an der Lösung und der Gleichung durchgeführt wird und die Fokker-Plancksche Gleichung $\tau W_t = E W_{xx} + (x W)_x$ ergibt. Die Anzahl der Nullpunktsüberschreitungen einer „Teilchenbahn" in der Zeiteinheit strebt dabei gegen ∞. Da Korrelationsfunktion $R(t) = E \exp(-t/\tau)$ und asymptotische Verteilung dieselben sind, wird solche approximierende Gleichung zur besseren Beschreibung von Geräusch vorgeschlagen.

D. Morgenstern.

Davis, R. C.: On the detection of sure signals in noise. J. appl. Phys. **25**, 76—82 (1954).

Es wird das Problem behandelt, welchen Bedingungen eine lineare Filterschaltung genügen muß, damit man ein Optimum für die Identifizierung eines einem Geräuschuntergrund überlagerten Signals erhält. Dabei kann es sich um elektromagnetische oder akustische Vorgänge handeln. Für den Untergrund wird lediglich Stetigkeit der Korrelationsfunktion innerhalb eines gewissen Quadrats verlangt, nicht aber ein Spektrum. Die endliche Länge T einer Quadratseite ist gleich der für das Filter charakteristischen Zeit, während der gerade noch Nachwirkungen registriert werden können („Erinnerungsvermögen"). Im ersten Teil der Arbeit konstruiert Verf. ein Funktional der Zeit, dessen Mittelwert die Wahrscheinlichkeit für die Entdeckung eines Signals darstellt. Daraus wird die Filterbedingung dergestalt gewonnen, daß diese Wahrscheinlichkeit ein Maximum wird unter der Nebenbedingung eines zwischen 0 und 1 fest vorgegebenen Mittelwertes des Funktionals für den Geräuschuntergrund allein. Die Geräuschfunktion kann in eine von K. Karhunen angegebene Reihe nach Orthogonalfunktionen entwickelt werden. Letztere sind die Eigenfunktionen einer linearen homogenen Integralgleichung zweiter Art mit der Korrelationsfunktion als Kern, wenn man die Zeit τ, während der man beobachtet ($t - T < \tau < t$), als Variable betrachtet, so daß t noch als Parameter auftritt. Die Koeffizienten der Reihe sind bezüglich t unregelmäßig schwankende Größen, für die Normalverteilung angenommen wird. Verlangt man Stabilität

des Filters, so folgt daraus neben der genannten Optimaleigenschaft, daß der Bruch [durchgelassene Signalenergie]/[mittlere durchgelassene Geräuschenergie] ein Maximum wird. Das Problem, welche Form des Signals besonders günstig ist, führt zu einem komplizierten algebraischen Gleichungssystem für die Koeffizienten der Reihenentwicklung des Signals nach den obengenannten Eigenfunktionen.

G. U. Schubert.

Nisida, Tosio: Note on Brownian motions with a parameter space R^n. Math. Japonicae **3**, 85—91 (1954).

Für die n-parametrige Brownsche Bewegung werden einfache geometrische Betrachtungen in dem aus $X(A)$ erzeugten Hilbertschen Raum $L^2(\Omega)$ angestellt, für die der erste von 6 Sätzen typisch ist: Bei gegebenem $v > 0$ und Parameterpunkten A, B mit Abstand r liegen die Punkte N mit $\mathrm{Kov}\,(X(M) - X(A), X(M) - X(B)) = v$ auf einem Ellipsoid mit Hauptachse $2(v + r)$ und Brennpunkten A, B. Weiterhin wird ein Satz von P. Lévy auf 2-dimensional n-parametrige Brownsche Bewegung verallgemeinert: für $c > 1$ existiert für fast alle $\omega \in \Omega$ ein $\varrho = \varrho(\omega)$ derart, daß für $r(A, B) < \varrho$ gilt $\left(\sum_{i=1}^{2} |X_i(A) - X_i(B)|^2\right)^{1/2} < c\sqrt{2\, n\, r \log 1/r}$, während für $c < 1$ diese Ungleichung fast sicher verletzt ist.

D. Morgenstern.

Davies, R. W.: The connection between the Smoluchowski equation and the Kramers-Chandrasekhar equation. Phys. Review, II. Ser. **93**, 1169—1170 (1954).

L'équation de Smoluchovski est parabolique; l'équation de Kramers-Chandrasekhar, hyperbolique, possède en plus un terme en ϱ_{tt} (ϱ = densité). Les solutions stationnaires sont donc identiques. L'A. montre que, dans un cas simple, on peut trouver des solutions explicites, et qu'elles ont même limite pour $t \to \infty$.

B. Mandelbrot.

● **Williams, J. D.: The compleat strategyst, being a primer on the theory of games of strategy.** New York: McGraw Hill 1954. XIII, 234 p. 37/6 s.

This is a most amusing and readable text on the theory of zero-sum two-person games. Although there is not a single algebraic formula in the book, it manages nevertheless to introduce the reader to all essential features and to give him a view of some of the deeper problems involved. The author's main tool is the thorough arithmetic treatment of examples concerning competitive situations, such as „The Bedside Manner", or „Portia". (For instance, he comes to the conclusion that the suitor in the Merchant of Venice „must cherish Portia at least twice as much as he deplores bachelorhood".) Pictorial illustrations (e. g. one of a mountain pass on which a flag indicates the best compromise between a desire to camp low and a wish to camp high) are admirably suited to the light vein of the style. The chapters are entitled: Introduction, Two-strategy games, Three-strategy games, Four-strategy games and larger ones, Miscellany. The ever widening circle of amateurs interested in games theory as well as professional mathematicians will feel both enlightened and instructed by this delightful primer on the theory of games of strategy.

S. Vajda.

Berge, Claude: Sur une convexité régulière non linéaire et ses applications à la théorie des jeux. Bull. Soc. math. France **82**, 301—315 (1954).

Der von M. Krein und D. Smulian [Studia math. **9**, 133 (1940)] eingeführte Begriff der regulären konvexen Menge in einem Banachraum wird verallgemeinert: An die Stelle des zum topologischen Vektorraum E dualen Raumes E' tritt eine Familie $\mathfrak{F}$ von reellen, konvexen, nach unten halbstetigen Funktionen auf E, die einen konvexen Kegel bildet. $X \subsetneq E$ heißt regulär $\mathfrak{F}$-konvex, wenn zu jedem $x_0 \in E - X$ ein $f \in \mathfrak{F}$ und eine Zahl α existieren, derart, daß $f(x_0) > \alpha$, $f(x) < \alpha$, $x \in X$. Mengen der Form $H_f(\alpha) = (x \mid x \in E; f(x) = \alpha)$ werden Hyperebenen genannt. Es gilt dann: Ist $C \subsetneq E$ kompakt und konvex, $C' \subsetneq E$ regulär $\mathfrak{F}$-konvex,

$C \cap C' = \emptyset$, so existiert eine Hyperebene $H_f(\alpha)$, die C und C' streng trennt: $f(x) \geq \alpha$, $x \in C$; $f(x) < \alpha$, $x \in C'$. — Mit diesem Satz gelingt Verf. durch Nachweis der Existenz von Wert und optimalen Strategien die Ausdehnung des Hauptsatzes über 2-Personen-Nullsummenspiele auf solche, deren Auszahlungsfunktion, auf den gemischten Strategien p_i, q_j die folgende Form hat: $\Phi(p, q) = \sum_i \sum_j p_i \varphi_{ij}(q_j)$, φ_{ij} stetig und konvex auf $[0, 1]$, $\varphi_{ij}(0) = 0$. *W. Gaschütz.*

Statistik:

Maravall Casesnoves, Darío: Probleme der angewandten Mathematik bei experimentellen Untersuchungen. Revista mat. Hisp.-Amer., IV. Ser. **14**, 269—283 (1954) [Spanisch].

Dumas, Maurice: Les raisonnements de la statistique. Bull. Inst. internat. Statist. **34**, Nr. 2, 158—162 (1954).

Narain, R. D.: The general theory of sampling on successive occasions. Bull. Inst. internat. Statist. **34**, Nr. 2, 87—89 (1954).

Divisia, François: Sur un avantage de la statistique graphique. Bull. Inst. internat. Statist. **34**, Nr. 2, 268—273 (1954).

Barbensi, Gustavo: Note sulla misura della variabilità relativa. Bull. Inst. internat. Statist. **34**, Nr. 2, 170—175 (1954).

Elia, Eugenio D': Sur la correlation entre fonctions analytiques non linéaires. Bull. Inst. internat. Statist. **34**, Nr. 2, 163—169 (1954).

Rios, Sixto: Vergleich der Stichproben mit und ohne Wiederholung. Bull. Inst. internat. Statist. **34**, Nr. 2, 98—102 (1954) [Spanisch].

Relation nécessaire pour avoir le même écart type avec deux échantillons, l'un avec remplacement, l'autre sans remplacement, dans une population de variance donnée. Une table montre que la différence résultant de l'emploi des deux procédés est négligeable pour N assez grand. *A. Sade.*

Cadwell, J. H.: The probability integral of range for samples from a symmetrical unimodal population. Ann. math. Statistics **25**, 803—806 (1954).

An asymptotic expansion is given for the integral mentioned. The accuracy is investigated for the case of a normal parent population. *G. Elfving.*

Ziaud-Din, M.: On contributions to sampling distribution from symmetric functional point of view. Bull. Inst. internat. Statist. **34**, Nr. 2, 207—226 (1954).

This paper gives a survey of the use of symmetric functions in sampling statistics, such as moments, cumulants etc. Historical aspects are also given. Further the author computes the k-statistics k_9 and k_{10}. *H. Bergström.*

Fortunati, Paolo: Sulle distribuzioni massimanti della varietà. Bull. Inst. internat. Statist. **34**, Nr. 2, 103—108 (1954).

Fieller, E. C.: Some problems in interval estimation. J. Roy. statist. Soc., Ser. B **16**, 175—185 (1954).

Dans la terminologie de Lyle une probabilité est dite fiduciaire si elle est établie en tenant compte de paramètres inconnus basés sur des épreuves de signifiance seulement, par opposition aux lois qui sont basées sur une distribution postulée à priori. Application de courbes et de régions fiduciaires à l'étude d'une équation stocastique du premier, puis du second degré. *A. Sade.*

Creasy, Monica A.: Limits for the ratio of means. J. Roy. statist. Soc., Ser. B **16**, 186—194 (1954).

Solution analogue à celle des „limites fiduciaires" pour le problème de Fisher-Behrens, d'un problème résolu par Fieller, au moyen des concepts de „pivotal quantity" et de „bivariate pivotal". Le quotient des moyennes de deux distribu-

tions normales est d'abord étudié pour $\sigma = 0$, puis dans le cas où la variance est inconnue, enfin dans le cas général. Comparaison avec les résultats de Fieller.
A. Sade.

Roy, S. N.: Some further results in simultaneous confidence interval estimation. Ann. math. Statistics **25**, 752—761 (1954).

Dieser Aufsatz zieht Folgerungen aus einigen Ergebnissen von Roy und Bose (dies. Zbl. **52**, 154) und setzt deren Kenntnis voraus. Zwei Fälle werden diskutiert. Fall I betrifft die charakteristischen Wurzeln von Σ und $\Sigma_1 \Sigma_2^{-1}$, wobei Σ die Streuungsmatrix einer p-dimensionalen normalen Population bedeutet, und Σ_1 und Σ_2 die Streuungsmatrizen zweier p-dimensionalen normalen Populationen. Fall II betrifft eine $(p + q)$-dimensionale Normalpopulation mit $p \leq q$, für welche die Regressionsmatrix des p- und des q-Satzes auf eine „natürliche" Art definiert wird. Für beide Fälle ermittelt Verf. Vertrauensgrenzen. Die Symbolik ist recht verwickelt und widerstrebt der Wiedergabe in einem kurzen Referat. *P. Lorenz.*

Kullback, S.: Certain inequalities in information theory and the Cramer-Rao inequality. Ann. math. Statistics **25**, 745—751 (1954).

This is a continuation of earlier work by the author and Leibler (cf. this Zbl. **42**, 384; **47**, 135). Let x represent the sample element, with densities f_1 and f_2 under two alternative hypotheses H_1 and H_2. Let $I(x) = E_1 \log (f_1/f_2)$. For any statistic $y = y(x)$, $I(y)$ is defined similarly. It is known that $I(x) \geqq I(y)$. The main result of this paper is the following. If y is a vector $(y_1, \ldots, y_k)$, and $\delta = E_1(y) - E_2(y)$, then $I(y) \geqq \delta' \sigma_*^{-1} \delta$ where σ_* is the covariance matrix of a certain k-dimensional distribution which may be interpreted as a compromise between the distributions of y under H_1 and H_2. In particular, let H_1 and H_2 correspond to two neighbor points θ and $\theta + d$ in a k-dimensional parameter space, and let y be an unbiased estimator of θ. Then the above inequality reduces to the Cramer-Rao inequality $d' H d \geqq d' \sigma^{-1} d$, where H is Fisher's information matrix for y. Denoting by G the corresponding matrix for the original sample element x, the author defines the ratio $(d' H d)/(d' G d)$ — which obviously depends on the direction of d — as the discrimination efficiency of y. The estimation efficiency of y is defined as the determinant ratio $|H|/|G|$. *G. Elfving.*

Hodges jr., J. L. and E. L. Lehmann: Testing the approximate validity of statistical hypotheses. J. Roy. statist. Soc., Ser. B **16**, 261—268 (1954).

The author introduces the conception material significance to be distinguished from statistical significance. An observed value may differ significantly from hypothetical values but to so small extend that it may be considered as approximately true. Then if H_0 are values, representing the hypothesis, a larger set H_1 of values are introduced, which represent situations close enough to H_0 that the difference is not „materially significant". Some customary tests are modified in order to test material significance of parameters. In the same way the test for testing goodness of fit is modified. *H. Bergström.*

Bartlett, M. S.: A note on the multiplying factors for various χ^2 approximations. J. Roy. statist. Soc., Ser. B **16**, 296—298 (1954).

Verf. gibt eine kurze Übersicht über die größtenteils in eigenen früheren Arbeiten entwickelten, auf asymptotisch geltenden χ^2-Verteilungen des Wahrscheinlichkeitsverhältnisses beruhenden Signifikanzteste zur Homogenitätsprüfung unbekannter bzw. bekannter Varianzen, Beurteilung des durch lineare Regression ausgeschalteten Teils einer Kovarianz-Matrix, Hypothesen-Prüfung bez. Kovarianz- bzw. Korrelations-Matrizen. Hierbei berichtigt Verf. einen Druckfehler in der Anzahl der F. G., die richtig $n - [2p + 1 - 2(p + 1)]/6$ lautet, für seinen approximativen χ^2-Test in M. S. Bartlett und D. V. Rajalakshman, dies. Zbl. **50**, 365. *M. P. Geppert.*

Rao, K. S.: Testing for serial correlation in a stationary multidimensional discrete stochastic process. Bull. Inst. internat. Statist. **34**, Nr. 2, 185—194 (1954).

Verf. betrachtet das Problem der Serienkorrelation, das er wie folgt formuliert: Sei $x_1, \ldots, x_n$ eine Folge von n normal verteilten Variablen, so daß $E(x_1) = E(x_2) = \cdots = E(x_n)$; $E(x_1^2) = \cdots = E(x_n^2)$; $E(x_r\, x_{r+t}) = P_t$ für jedes t in $1 \leq t \leq n-1$ und r in $1 \leq r \leq n-t$. Die Nullhypothese (keine Serienkorrelation) ist H_0: $P_t = 0$ für alle t in $1 \leq t \leq n-1$. Verf., dem die oft betrachtete Gegenhypothese $H_\varrho : P_t = P^t$ zu speziell ist, dehnt die Theorie auf mehrdimensionale Variablen (Vektoren) aus. Es seien ε_t $(t = 1, \ldots, n)$ k-dimensionalen Normalverteilungen mit gleichem Mittelwert (Null) und gleicher, aber unbekannter Dispersionsmatrix folgende Vektoren. Dann ist die Unabhängigkeit der Vektoren $\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_t, \ldots, \varepsilon_n$ zu testen gegen eine sehr umfassende Klasse von Gegenhypothesen. Auf Grund einiger Hilfssätze wird ein sequentielles Testverfahren hergeleitet. Zahlreiche Druckfehler. *O. Ludwig.*

Anderson, Oskar: Ein exakter nicht-parametrischer Test der sogenannten Null-Hypothese in Falle von Autokorrelation und Korrelation. Bull. Inst. internat. Statist. **34**, Nr. 2, 130—143 (1954).

Verf. zeigt, wie man durch leichte Abänderung des Serienkorrelationskoeffizienten [A. Wald und J. Wolfowitz: An exact test for randomness in the non-parametric case based on serial correlation; Ann. math. Statistics **14**, 378—388 (1943)] zu einfacheren Formeln gelangen kann. Im Falle gegenseitiger stochastischer Unabhängigkeit der Glieder der Reihe $x_1, \ldots, x_N$ ist im Schema des Verf., dessen Anwendbarkeit nicht in allen Fällen klar ist, für

$$R_j = \sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})\,(x_{i+j} - \bar{x}) \Big/ \sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})^2 \qquad (x_{N+i} \equiv x_i),$$

die Varianz $\sigma_{R_j}^2 = 1/N$; für

$$R'_j = \frac{N}{N-j} \sum_{i=1}^{N-j} (x_i - \bar{x})\,(x_{i+j} - \bar{x}) \Big/ \sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})^2$$

ist $\sigma_{R'_j}^2 = 1/(N-j)$. Für den gewöhnlichen Korrelationskoeffizienten r im Falle zweier Folgen $x_1, \ldots, x_N$; $y_1, \ldots, y_N$ betrachtet Verf. die Varianz im Falle a) daß die x_i und y_i Ergebnisse einer Stichprobe vom Umfang N aus einer entsprechenden Gesamtheit, b) nur als solche gegeben sind, und zeigt, daß Tschuprows (A. A. Tschuprow, Grundbegriffe und Grundprobleme der Korrelationstheorie, Leipzig 1925) Ergebnis $\sigma_r^2 = 1/(N-1)$ im Falle a) unter den Voraussetzungen, daß x_i und y_i bei gleichem i und die x_i unter sich und y_i unter sich stochastisch unabhängig sind, verteilungsfrei und bei beliebig kleinem N exakt gilt. Im Falle b) ist $\sigma_r^2 = 1/N$. Auf Grund des zentralen Grenzwertsatzes läßt sich auf Tschuprows Ergebnis ein asymptotisch verteilungsfreier Test aufbauen. *O. Ludwig.*

Sundrum, R. M.: A further approximation to the distribution of Wilcoxon's statistic in the general case. J. Roy. statist. Soc., Ser. B **16**, 255—260 (1954).

Für Wilcoxons Rangsummentest zur Prüfung der Hypothese, daß zwei Stichproben derselben Gesamtheit entnommen worden sind, werden Formeln für das dritte und vierte Moment des Prüfmaßes U bei Vorliegen von Alternativen berechnet. Diese Momente hängen nur von wenigen Parametern ab, die für alternative Gleichverteilungen und spezielle alternative Normalverteilungen angegeben werden. *E. Walter.*

Dantzig, D. van and J. Hemelrijk: Statistical methods based on few assumptions. Bull. Inst. internat. Statist. **34**, Nr. 2, 239—267 (1954).

Verff. unterscheiden in der geschichtlichen Entwicklung der mathematischen Statistik, soweit sie sich mit eindimensionalen Verteilungen befaßt, 4 Stufen, die sie im großen und ganzen durch den Gebrauch eines Parameters, zweier, vieler und keiner Parameter kennzeichnen. Sie befassen sich hier nur mit Verfahren der letztgenannten Art, die allgemein als „nichtparametrisch" bzw. „verteilungsfrei" bezeichnet werden, wobei jedoch die genaue Definition dieser Begriffe schwierig ist

(vgl. M. G. Kendall and R. M. Sundrum, dies. Zbl. **53**, 103). Besonderer Nachdruck wird dabei gelegt auf die stufungserhaltenden (rank invariant) Methoden, d. h. solche, bei denen die Klasse der zulässigen Hypothesen nur solche umfaßt, bei denen die Testergebnisse bei simultaner Transformation aller den Beobachtungswerten z_i entsprechender Zufallsvariablen z_i in $z_i' = \varphi(z_i)$, mit monoton wachsendem, stetigem φ, invariant bleiben. Diese Bedingung umfaßt u. a. die folgenden Bedingungen: a) Stochastische Unabhängigkeit der z_i, b) Identität der Verteilungsfunktionen mehrerer z_i, c) Stetigkeit aller Verteilungsfunktionen der z_i. Viele Rang-(korrelations)tests werden behandelt; jedoch sind bisher noch zu wenig Ergebnisse über die Potenzfunktionen (power functions) bekannt, und Verff. betonen, daß es immer noch an einer allgemeinen Theorie der „verteilungsfreien" Methoden fehlt. Auch das Problem der Verallgemeinerung der rangordnungserhaltenden Statisten (statistics) auf mehrdimensionale Variablen ist noch nicht gelöst. *O. Ludwig.*

Rao, C. Radhakrishna: On the use and interpretation of distance functions in statistics. Bull. Inst. internat. Statist. **34**, Nr. 2, 90—97 (1954).

Abstandsfunktionen zwischen statistischen Gesamtheiten wurden eingeführt a) für Existenz- und Eindeutigkeitsbeweise betreffend optimale Lösungen statistischer Probleme, b) zur Aufdeckung von „Wechselbeziehungen" und „Ähnlichkeiten" zwischen statistischen Gesamtheiten. Verf. geht hier in Verfolgung des zweiten Zwecks auf die Metrisation der abstrakten topologischen Räume der „Rassen" oder „Gruppen von Individuen" ein und auf die diesbezüglichen Axiome von Mahalanobis (Sankhyā **3**, 35 (1937)]. Diese verlangen, daß, obwohl sich die Rassen theoretisch in unendlich vielen Merkmalen unterscheiden, eine endliche Zahl hinreichen soll, die topologische Struktur genügend genau aufzuklären. Verf. verteidigt beim Trennproblem, bei dem ein Individuum auf Grund beobachteter Meßwerte einer von zwei Gesamtheiten mit gegebenen Simultan-Verteilungen von $x_1, \ldots, x_p$ zuzuordnen ist, das Abstandsmaß $1 - \alpha$, wobei α der kleinste gemeinsame Prozentsatz falsch klassifizierbarer Individuen ist (C. R. Rao: Advanced statistical methods in biometric research, New York 1952), gegen den Einwand, der Abstand zwischen identischen Punkten sei nicht Null, und rechnet Modelle durch, in denen Mahalanobis' D^2 endlich bleibt, wenn die Anzahl p der Merkmale unbegrenzt wächst. Verf., der sich hier auf quantitative Merkmale beschränkt, betont, daß bei Abstandsfunktionen, die auf qualitativen Merkmalen aufbauen, noch manches zu tun sei. Einige Druckfehler. *O. Ludwig.*

Salvemini, Tomaso: Su alcuni aspetti della dissomiglianza e della concordanza con applicazione alle distribuzioni degli sposi secondo l'età. Bull. Inst. internat. Statist. **34**, Nr. 2, 283—300 (1954).

Verf. gibt einen Überblick über das System der von C. Gini in zahlreichen älteren Arbeiten zur Beurteilung der globalen Verschiedenheit zweier Verteilungen bzw. zur Beurteilung des Zusammenhanges zweier simultan verteilter Variablen entwickelten Unähnlichkeits- bzw. Konkordanzmaße, kennzeichnet auf Grund eigener früherer Arbeiten ihre mathematischen (meist Invarianz-) Eigenschaften und die sie verknüpfenden Relationen und illustriert am konkreten Beispiel der Verteilung der 1931—33 in Italien getrauten Männer bzw. Frauen nach dem Heiratsalter ihre Zusammenhänge und ihre verschiedene Bedeutung. *M. P. Geppert.*

Thrall, R. M., C. H. Coombs and R. L. Davis: Decision processes. New York: Wiley and Sons; London: Chapman and Hall 1954. VIII, 332 p. $ 4,25.

Die Arbeiten werden in dies. Zbl. unter der Abkürzung: Decision processes einzeln besprochen.

Bahadur, R. R.: Sufficiency and statistical decision functions. Ann. math. Statistics **25**, 432—462 (1954).

This paper may be viewed as a continuation of the work of Halmos and Savage on sufficiency (cf. this Zbl. **34**, 75). The formal developments are given in terms of

subfields (partitions) rather than statistics; for convenience, our presentation will be in terms of the latter. — 1° Non-sequential decisions. Any (randomized or non-randomized) decision function μ generates, for each distribution p on the sample space, a probability measure on the decision space D. Two decision functions are said to be equivalent if they always generate the same measure. It is shown under mild restrictions that, if $y = T(x)$ is a sufficient statistic, then to each μ there exists an equivalent decision function ν depending only on $T(x)$. — 2° Sequential decisions. Let $\{x_m\}$ be the sequence of observations, and denote by $x_{(m)} = (x_1, \ldots, x_m)$ its initial segments. A sequence $\{y_m\}$ with $y_m = T(x_{(m)})$ is called sufficient if, for all m, y_m is sufficient for $x_{(m)}$ with regard to the possible distributions on $X_{(m)}$. Moreover, $\{y_m\}$ is said to be transitive if, for all m, the conditional distribution of y_{m+1} given y_m is the same as that of y_{m+1} given $x_{(m)}$. Any sequential procedure — consisting as usual of a stopping rule and a terminal decision rule — generates a joint distribution of the sample size n and the terminal decision d. Two procedures are called equivalent if they generate the same distribution. A main result of the present paper is the following: if $\{y_m\}$ is a sufficient and transitive sequence, then to any decision procedure based on $\{x_m\}$ there is an equivalent one based on $\{y_m\}$.
G. Elfving.

Finetti, Bruno de: Media di decisioni e media di opinioni. Bull. Inst. internat. Statist. **34**, Nr. 2, 144—157 (1954).

A. Walds (unter sehr allgemeinen Voraussetzungen geltendes) Theorem über die Vollständigkeit der Klasse der Bayesschen Entscheidungsregeln interpretiert Verf. von seinem „multisubjektiven" Standpunkt aus. Seine andernorts [B. de Finetti, dies. Zbl. **44**, 134; Publ. Inst. Statist. Univ. Paris **1**, II, 2—52 (1952)] ausführlicher dargelegten Gedankengänge illustriert Verf. am einfachen Urnenschema mit Zurücklegen bei unbekannter Merkmalswahrscheinlichkeit θ, und sequentieller Entscheidung zwischen den beiden Hypothesen $\theta_1 = 1/3$ und $\theta_2 = 2/3$ mit zugehörigen a priori-Wahrscheinlichkeiten $1 - \xi$ und ξ, an deren Stelle das durch jedes einzelne Ziehungsergebnis auf Grund des Bayesschen Theorems nur um ± 1 zunehmende „Meinungsmaß" $\eta = \log [\xi \cdot (1 - \xi)^{-1}]/\log 2$ eingeführt wird. Diese Deutung führt ferner zu einer Theorie kollektiver Entscheidungen auf Grund von N differierenden „Meinungen", $\eta_1, \ldots, \eta_N$; nach Walds Satz existiert zu jeder „Durchschnittsentscheidung" eine bessere, d. h. für alle N Individuen vorzuziehende Lösung, die sich als die der Durchschnittsmeinung entsprechende Bayes-Lösung bestimmt.
M. P. Geppert.

Weiss, Lionel: Sequential procedures that control the individual probabilities of coming to the various decisions. Ann. math. Statistics **25**, 779—784 (1954).

The author starts with a summary of an earlier paper of his (this Zbl. **51**, 364) and then deals with the case of a finite number of terminal decisions. These must be made on the basis of sequential observations of a random vector, for which a finite number of possible distributions is given. It is assumed that for each distribution any decision is either „favourable" or „unfavourable". — The main object of the paper is the construction of a class of procedures that contains, to any given procedure R, one which is (i) at least as desirable as R is as far as probabilities of the various decisions are concerned and (ii) has for any n no smaller probability of stopping before n observations than R has.
S. Vajda.

● **Sukhatme, Pandurang V.: Sampling theory of surveys with applications.** New Delhi: The Indian Society of Agricultural Statistics, Ames, Iowa: The Iowa State College Press 1954. XXVIII, 491 p. $ 6,—.

Durbin, J.: Non-response and call-backs in surveys. Bull. Inst. internat. Statist. **34**, Nr. 2, 72—86 (1954).

Barnard, G. A.: Sampling inspection and statistical decisions. J. Roy. statist. Soc., Ser. B **16**, 151—174 (1954).

The author points out that the theory of sampling inspection of batches is an early application of statistical decision theory. After a passing reference to schemes which take account of the relation between the qualities of a number of batches, he gives an illustrative example of the use of a prior distribution and stresses the importance of knowing its form (not merely its mean and variance). He advocates the use of a mixed binomial, in particular one with two components. This leads to Wald's likelihood ratio sequential test, whose wide conditions of applicability are mentioned. The last section contains a frequency form of Bayes' theorem to show that its use depends on a „frequency of hypotheses" rather than a „probability of hypotheses". In conclusion, he deprecates the substitution of such principles as the „equal distribution of ignorance", or the minimax rule in place of a fairly precise knowledge of prior distributions. — The discussion which followed the reading of the paper is also printed. *S. Vajda.*

Abruzzi, Adam: The $\overline{ASN}$ concept in attributes double sampling plans. Revue Inst. internat. Statist. **22**, 48—56 (1954).

Verf. betrachtet das Problem der Bestimmung der erwartungsgemäßen Probenzahl ASN (average sample number) bei Doppelstichproben-(double sampling)-Plänen bei qualitativer Klassifikation, und zwar wird $\overline{ASN}$ (mittlere ASN) bestimmt, wenn die Verteilung des Prozentsatzes p der schadhaften Stücke eine Gleichverteilung a) über dem Intervall (0, 1), b) über $(0, p^*)$, c) über (p_1, p_2) ist. Die Zahl der beobachteten schadhaften Stücke unterliege in jeder Stichprobe der Binomialverteilung. Im Falle a), der jedoch in der Praxis uninteressant ist, erhält man $\overline{ASN} = n_1 + n_2 (c_2 - c_1)/(n_1 + 1)$, wobei n_i der Umfang der i-ten Stichprobe $(i = 1, 2)$, c_1 die kritische Zahl für die erste Stichprobe, c_2 die für beide Stichproben ist. Im Falle b) kann man, wenn $p^* < 0{,}10$ ist, eine Näherungsformel für $\overline{ASN}$ gewinnen, indem man die auftretenden Binomial- durch Poissonausdrücke approximiert. Fall c) läßt sich auf b) zurückführen. Im Falle gestutzter (curtailed) Pläne, bei dem in der zweiten Stichprobe sofort nach Überschreitung von c_2 abgebrochen wird, werden die entsprechenden Formeln gegeben. *O. Ludwig.*

Hodges jr., J. L. and E. L. Lehmann: Matching in paired comparisons. Ann. math. Statistics **25**, 787—791 (1954).

Die Verff. geben das folgende paradoxe Beispiel: wenn man die Wirkung einer Behandlung mit paarweisen Vergleichen (paired comparisons) untersucht, so kann man in manchen (aber praktisch kaum auftretenden) Fällen die Kraft der Probe dadurch erhöhen, daß man jedes Paar nicht aus zwei womöglich gleichen, sondern aus zwei verschiedenen Probestücken zusammenstellt. In Zusammenhang mit diesem Beispiele zeigen die Verff., daß die Verteilung von $X - Y$, wo X und Y unabhängige Beobachtungen derselben Zufallsveränderlichen sind, nicht-unimodal sein kann. Ist jedoch die Grundverteilung unimodal, so ist die Verteilung von $X - Y$ auch unimodal. [Bezüglich der entsprechenden Behauptung für $X + Y$ hat Chung (dies. Zbl. **54**, 137) bewiesen, daß sie nicht gültig ist.] *K. Sarkadi.*

Rowell, J. G.: The analysis of a factorial experiment (with confounding) on an electronic calculator. J. Roy. statist. Soc., Ser. B **16**, 242—246 (1954).

Cox, D. R.: A table for predicting the production from a group of machines under the care of one operative. J. Roy. statist. Soc., Ser. B **16**, 285—287 (1954).

Teichmann, Horst: Über die Minimalprinzipe von C. F. Gauß. Ber. phys.-med. Ges. Würzburg **66**, 201—204 (1954).

Verf. entwickelt aus dem von Gauß am Schluß seiner Arbeit über sein Prinzip des kleinsten Zwanges als „merkwürdig" bezeichneten Verhältnis zu seiner Methode der kleinsten Quadrate (vgl. Werke V, S. 28) eine physikalische Begründung für die letztere, die sich auf den Nachweis der Äquivalenz zwischen der der Methode der kleinsten Quadrate zugrunde liegenden Minimalbedingung und dem Prinzip der

virtuellen Verrückungen und damit auch mit dem Geltungsbereich des Energieprinzips stützt, womit die universelle Anwendbarkeit der Methode der kleinsten Quadrate eine plausible Erklärung findet. *O. Volk.*

Horák, Zdeněk: A generalization of the normal error law. Czechosl. J. Phys. **4**, 187—202 (1954).

Verf. ist auf Grund von Untersuchungen der experimentellen Verteilungen von Beobachtungsfehlern zu der Überzeugung gelangt, daß solche Verteilungen nicht mit der zu erwartenden Genauigkeit dem Gaußgesetz $y(x) = a/e^{\alpha^2 x^2}$ gehorchen, und ersetzt dieses deshalb durch $\eta(x) = a/(e^{\alpha^2 x^2} - b)$, was der „verallgemeinerten Quantenstatistik" von Brillouin entspricht. Nach Diskussion der Eigenschaften dieser Funktion entwickelt Verf. eine Methode der Berechnung der Konstanten a, α, b und untersucht die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Fehlers innerhalb bestimmter Grenzen sowie den Zusammenhang zwischen wahrscheinlichem, mittlerem und durchschnittlichem Fehler bei nichtnormalen Verteilungen. Verf. erprobt seine Fehlerverteilungsfunktion an 14 Beispielen. Er vertritt die Meinung, daß nur die Ergebnisse von Experimenten entscheiden können, was als Grundgesetz der Lehre von den Beobachtungefehlern betrachtet werden kann. Über die Möglichkeit theoretischer Begründungen macht er nur Andeutungen. *P. Lorenz.*

Pizzetti, Ernesto: Indagini sperimentali sull'interpolazione. Bull. Inst. internat. Statist. **34**, Nr. 2, 195—200 (1954).

Verf. schildert und analysiert die Ergebnisse, zu denen Interpolation von 154 statistischen Zeitreihen nach vier verschiedenen Schemata führt. Ein solches Schema besteht jeweils darin, daß in ein und derselben Zeitreihe jedes einzelne Glied aus den Nachbargliedern mittels verschiedener Glättungsformeln interpoliert wird, die an Hand der Lagrange-Formel als Geraden bzw. Parabeln höherer, bis 9. Ordnung, angesetzt werden. Die Eignung der benutzten Interpolationsformel wird beurteilt auf Grund der Summe der absoluten bzw. quadrierten Differenzen zwischen wahren und Interpolations-Werten, gemessen an der bei Interpolation durch Gerade resultierenden Summe. *M. P. Geppert.*

Biomathematik. Versicherungsmathematik. Finanzmathematik:

Bennet, J. H.: On the theory of random mating. Ann. Eugenics **18**, 311—317 (1954).

In case of sexually reproducing disomic inheritance an explicite formula is available for the gametic frequencies in the n-th generation — expressed in terms of the original frequencies and of certain parameters — if the number m of linked characters does not exceed three. This is due to the fact that for $m \geqq 3$ the recurrence equations for the gametic frequencies constitute a system of linear difference equations. For $m \geqq 4$ the difference equations are quadratic. In the present paper a general method valid for any number m of linked factors is given based on the consideration of a linear transformation of certain functions of the gametic frequencies. The principal components of this transformation afford measures of linkage. The latent roots of the transformation give the frequencies of non-recombination. *H. Geiringer.*

Tizzano, Antonio: Sulla valutazione statistica dei risultati nelle osservazioni biologiche. Bull. Inst. internat. Statist. **34**, Nr. 3, 274—290 (1954).

Burkhardt, Felix: Über unabhängige Wahrscheinlichkeiten in der Bevölkerungsstatistik. Bull. Inst. internat. Statist. **34**, Nr. 3, 139—147 (1954).

Ausgehend von der Definition der abhängigen und unabhängigen Ausscheidewahrscheinlichkeiten untersucht Verf. verschiedene Näherungsformeln für die numerische Bestimmung der genannten Wahrscheinlichkeiten. Als praktische Anwendung werden Tod und Legitimation im ersten Lebensjahr als Ausscheideursachen vorausgesetzt. *E. Zwinggi.*

Vajani, Luigi: L'interpretazione della distribuzione delle malattie nei caseggiati mediante gli schemi di Yule e Polya. Bull. Inst. internat. Statist. **34**, Nr. 3, 406—412 (1954).

Die Verteilung der Häuser nach der Anzahl von Krebs-Sterbefällen (Lyon 1918—1938) wird besser als mit einer Poissonschen Verteilung mit einer vom Typus von Greenwood-Yule dargestellt. Das läßt sich auch im Sinne des Pólyaschen Ansteckungs-Schemas erklären (es scheint aber dem Ref., man sollte zuerst den Einfluß der veränderlichen Einwohneranzahl pro Haus ausschließen).

B. de Finetti.

Lah, Ivo: Ein Beitrag zur Berechnung der Heiratswahrscheinlichkeiten der Ledigen aus den Ergebnissen der Volkszählungen. Bull. Inst. internat. Statist. **34**, Nr. 3, 165—174 (1954).

Tizzano, Antonio: Importanza e metodi delle statistiche di morbosità. Bull. Inst. internat. Statist. **34**, Nr. 3, 202—217 (1954).

Kritische Untersuchung der gebräuchlichen Verfahren zur Berechnung der Maßzahlen der Morbiditätsstatistik. *E. Zwinggi.*

Vincent, Paul E.: Quelques problèmes soulevés par l'étude de la mortalité aux ages élevés. Bull. Inst. internat. Statist. **34**, Nr. 3, 218—229 (1954).

Berechnung, Verlauf und analytische Darstellung des Sterblichkeitsverlaufes in den Altern über 80. Frage des Grenzalters ω einer Absterbeordnung.

E. Zwinggi.

Jecklin, H.: Sur l'ajustement de tables de mortalité à l'aide de moyennes arithmétiques. Inst. Actuários Portug., Bol. Nr. **10**, 17—28 (1954).

Die Ausgleichung der einjährigen Sterbewahrscheinlichkeit mittels Bildung des ungewichteten arithmetischen Mittels führt wegen des konvexen Verlaufs der Werte zu ungenauen Ergebnissen. Verf. führt Gewichte ein, welche dem beobachteten Sterblichkeitsverlauf entsprechen; insbesondere wird der Fall der Makehamfunktion betrachtet. *E. Zwinggi.*

Lamson, Jean: Essai sur la comptabilité industrielle en assurance vie. Bull. trimestr. Inst. Actuaires Français **65**, 183—263 (1954).

Verf. gibt umfassende Schemata für die Ermittlung der Sterblichkeits-, Zins- und Unkostengewinne in der Lebensversicherung unter Berücksichtigung der buchhalterischen Möglichkeiten. *E. Zwinggi.*

Zampetti, Giorgio: La menomazione del patrimonio economico-fisico del lavoratore infortunato con esito d'inabilità permanente. Valutazione e risarcimento integrale. Bull. Inst. internat. Statist. **34**, Nr. 3, 528—548 (1954).

Verf. teilt den Unfallschaden in die Komponenten „ökonomischer Verlust infolge Herabsetzung der Erwerbsfähigkeit" und „(physischer) Verlust der Lebenskraft" (Herabsetzung der Lebenserwartung). Zum Ausgleich soll eine von Invididuum zu Individuum und in der Zeit variable Rente eingeführt werden. Mit dieser Konzeption leitet Verf. Formeln zur Bestimmung der Belastung ab. *E. Zwinggi.*

Lah, Ivo: Die vorteilhafteteste Interpolation der Barwerte der steigenden Renten. Inst. Actuários Portug., Bol. Nr. **10**, 29—38 (1954).

Aufstellung und Diskussion verschiedener Interpolationsformeln für die Barwerte steigender Renten und ihrer Potenzen, wobei der Zinsfuß als Variable betrachtet wird. Numerische Kontrolle dieser Formeln an Hand von Beispielen.

W. Saxer.

Mazzoni, Pacifico: Il metodo d'interpolazione del Lever. Giorn. Ist. Ital. Attuari **17**, 22—35 (1954).

Anwendung der Interpolationsformel von Lever auf die Bestimmung des Leibrentenbarwertes bei Variation des Zinsfußes (Zinsfußproblem). *E. Zwinggi.*

Jecklin, Heinrich: Sui fondamenti dell'interpolazione iperbolica nel calcolo delle riserve matematiche. Giorn. Ist. Ital. Attuari **17**, 47—53 (1954).

Die näherungsweise Ermittlung des Deckungskapitals in Gruppen nach der F-methode von Jecklin basiert auf der Annahme des hyperbolischen Verlaufs der Einzelreserve. Verf. untersucht die Begründetheit der getroffenen Voraussetzung, ausgehend von der Approximation ${}_tV_{\overline{xn}} \sim {}_tV_{\overline{n}|}$. *E. Zwinggi.*

Finetti, Bruno de: La compensazione tra rischi eterogenei. Giorn. Ist. Ital. Attuari **17**, 1—19 (1954).

Verf. untersucht vom theoretischen Standpunkt aus das Verlangen nach homogenen Beobachtungsmaterialien und Versicherungsbeständen. Er kommt zum Ergebnis, daß der Wunsch nach einem homogenen Material begründet ist für die Erlangung statistischer Unterlagen, jedoch gleichgültig oder sogar gefährlich vom Standpunkt des Ausgleichs der Zufallsschwankungen und somit der Stabilität. *E. Zwinggi.*

Finetti, Bruno de: Probability and the social sciences. Internat. Soc. Sci. Bull. **6**, 591—609 (1954).

Cherry, Colin: On the mathematics of social communications. Internat. Soc. Sci. Bull. **6**, 609—622 (1954).

Festinger, Leon: The relevance of mathematics to controlled experimentation in sociology. Internat. Soc. Sci. Bull. **6**, 622—627 (1954).

Tustin, Arnold and Richard C. Booton jr.: The role of mathematics in economic prediction and stabilization. Internat. Soc. Sci. Bull. **6**, 628—640 (1954).

Tintner, G.: The use of mathematical methods in econometrics and economic statistics. Internat. Soc. Sci. Bull. **6**, 640—651 (1954).

Thionet, P.: Mathematical methods in public opinion polls. Internat. Soc. Sci. Bull. **6**, 652—674 (1954).

Theil, H.: Estimation of parameters of econometric models. Bull. Inst. internat. Statist. **34**, Nr. 2, 122—129 (1954).

In ökonometrischen Beziehungen werden endogene, d. h. durch ein System von Gleichungen verknüpfte, und exogene (außerhalb des Systems bestimmte) Variablen unterschieden, in statistischen Zeitreihen außerdem laufende (current) und zurückliegende (lagged) Variablen. Die exogenen und zurückliegenden endogenen Variablen heißen vorherbestimmt (predetermined); die laufenden endogenen Variablen seien durch diese und zufällige Störglieder bestimmt, d. h. ihre Zahl ist gleich der Zahl der Gleichungen. Verf. betrachtet das lineare System $\Gamma \cdot y(t) + B \cdot x(t) + A + U(t) = 0$ $(t = 1, \ldots, T)$, wobei y der Spaltenvektor der M laufenden endogenen Variablen $y_1, \ldots, y_M$, x der der Λ vorherbestimmten Variablen, Γ und B Matrizen unbekannter Parameter (Γ quadratisch), A ein konstanter Vektor, $U(t)$ der Störvektor und t die Zeit ist. Im allgemeinen wird eine Gleichung des Systems nur m der M und l der Λ Variablen enthalten, alle Parameter können jedoch nur dann geschätzt werden, wenn $\Lambda \geq m + l - 1$ ist. Verf. beweist unter gewissen Annahmen einige Eigenschaften einer allgemeinen Klasse von Schätzern, die die plausibelsten (maximum likelihood) und die Schätzer nach der Methode der kleinsten Quadrate als Spezialfälle umfaßt. Es wird gezeigt, daß es möglich ist, einen „simultanen Korrelationskoeffizienten" für solche Systeme (als Verallgemeinerung des multiplen Korrelationskoeffizienten) zu definieren, und daß die oben erwähnten Ergebnisse auch noch für lineare Gleichungen in nichtlinearen Systemen gelten. *O. Ludwig.*

Lasorsa, Giovanni: Dei criteri di scelta di una rappresentazione delle forze di lavoro. Bull. Inst. internat. Statist. **34**, Nr. 2, 466—474 (1954).