Werk

Titel: Allgemeine Reihenlehre

Ort: Berlin

Jahr: 1956

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?245319514_0057|log20

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

info@digizeitschriften.de

Stirlingsche Reihe] als Beispiele und verallgemeinert beide Sätze auf Doppelintegrale der Form $\iint_B g(x, y)\, e^{-p\varphi(x,y)}\, dx\, dy$. *J. Horváth.*

Allgemeine Reihenlehre:

Zamansky, Marc: La sommation des séries divergentes. Mém. Sci. math. **128**, 46 p. (1954).

This is a short expository account, without proofs, of some typical results and leading ideas in the ‚theory of strength' of linear summability. The material is rather restricted, and the ideas are somewhat sketchy, so that the aim of the author to provide a guide for the uninitiated reader seems not fully achieved. The main emphasis is on the analytical Mellin-transform theory of strength of Hausdorff methods and related procedures, as first developed by the reviewer, a field to which the author has made important contributions. Introduction : Definitions, Theorem of Toeplitz, Enumeration of methods dealt with, Problems, and two methods of attack. Part I: Inclusion theorems for Nörlund-, Cesàro-, Hölder-, typical Riesz-, and Hausdorff methods [in Theorem 15 the condition on the μ_n is superfluous, as proved by W. H. Fuchs, Quart. J. Math. **16**, 64—77 (1945)]. Part II: Generalized (continuous) Hausdorff methods. Part III: Abel-, Riemann-, Lambert-, and Borel-methods. There are additional notes stating, for instance, the Wiener Tauberian theorems. *W. W. Rogosinski.*

Chandrasekharan, K. and S. Minakshisundaram: A note on typical means. J. Indian math. Soc., n. Ser. **18**, 107—114 (1954).

Mainly a clarification of certain points in the author's joint book „Typical Means" (this Zbl. **47**, 299) in reply to B. Kuttner's review in Bull. Amer. math. Soc. **60**, 85—88 (1954). *W. W. Rogosinski.*

Pati, T.: On the second theorem of consistency in the theory of absolute summability. Quart. J. Math., Oxford II. Ser. **5**, 161—168 (1954).

Das Hardy-Rieszsche zweite Konsistenztheorem für gewöhnliche Riesz-Summierbarkeit wurde weiter ausgebildet von K. A. Hirst (dies. Zbl. **3**, 393) und B. Kuttner (dies. Zbl. **42**, 66), und auf den Fall der absoluten Summierbarkeit übertragen durch K. Chandrasekharan [J. Indian math. Soc., n. Ser. **6**, 168—180 (1942)]. Verf. beweist: Die Funktion $\Phi(t) \geqq 0$ (monoton zunehmend für $t \geqq 0$, $\Phi(t) \to \infty$ für $t \to \infty$) sei ein $(\varkappa + 1)$-faches unbestimmtes Integral für ein ganzes $\varkappa \geqq 1$, und für $r = 1, \ldots, \varkappa$ sei $t^r \Phi^{(r)}(t)/\Phi(t)$ von beschränkter Schwankung in (h, ∞) für ein positives h; jede $|R, \lambda_n, \varkappa|$-summierbare Reihe ist dann auch $|R, \Phi(\lambda_n), \varkappa|$-summierbar. Die Voraussetzungen sind erfüllt, wenn $\Phi(t)$ eine logarithmisch-exponentielle Funktion ist mit $\Phi(t) = O(t^A)$ bei $t \to \infty$ für eine Konstante A, womit man das Ergebnis von Chandrasekharan wiederfindet. *W. Meyer-König.*

Borwein, D.: On the absolute summability of Stieltjes integrals. J. London math. Soc. **29**, 476—486 (1954).

Unter $x(t)$ eine reelle Funktion von beschränkter Schwankung in jedem endlichen Teilintervall von $[1, \infty)$ verstanden, sei das Integral $\int_1^w dx(t)$ (C_λ)-beschränkt in $(1, \infty)$, wobei $\lambda \geqq 0$ vorausgesetzt wird. Für die $|C, \lambda + 1|$-Summierbarkeit des Stieltjesintegrales $\int_1^\infty k(t)\, dx(t)$ sind dann nach Bosanquet die folgenden Bedingungen hinreichend: (1) $k(t)$ ist für $t \geqq 1$ stetig; (2) $\int_1^\infty t^{-1} |k(t)|\, dt < \infty$ und (3′) $\int_1^\infty t^\lambda |dk^{(\lambda)}(t)| < \infty$. Verf. ersetzt die Bedingung (3′) durch (3): es gibt ein $c \geqq 1$

und eine Funktion $h(u)$ derart, daß

$$k(t) = \frac{1}{\Gamma(\lambda+1)} \int_t^\infty (u-t)^\lambda \cdot dh(u) \quad \text{für } t \geq c \text{ und } \int_c^\infty u^\lambda \, |dh(u)| < \infty$$

gilt, und zeigt, daß jetzt die Bedingungen (1), (2) und (3) für die oben angegebene Behauptung sowohl notwendig als auch hinreichend sind. Sätze von ähnlichem Typus für die C-Summierbarkeit von Reihen finden sich bei H. C. Chow (vgl. folgendes Referat). *V. Garten.*

Chow, Hung Ching: Note on convergence and summability factors. J. London math. Soc. **29**, 459—476 (1954).

Für ganzzahlige Werte von α und β $(0 \leq \alpha \leq \beta)$ gab Bosanquet [J. London math. Soc. **20**, 39—48 (1945)] notwendige und hinreichende Bedingungen für die Summierbarkeitsfaktoren beim Übergang von $|C_\beta|$-summierbaren zu $|C_\alpha|$-summierbaren Reihen an; die Verallgemeinerung dieser Resultate auf nicht-ganze α und β findet sich bei A. Peyerimhoff (dies. Zbl. **55**, 57). Verf. beweist bei nicht notwendig ganzen α und β zwei den Bosanquetschen Ergebnissen analoge Sätze, bei denen an die Stelle der C-Mittel der Reihe Σa_n die C-Mittel der Folge $n a_n$ und an Stelle der Differenzen von ε_n diejenigen von $n^{-1}\varepsilon_n$ treten. 1. Sei $0 \leq \alpha \leq \beta$ und λ_n eine Folge positiver Zahlen derart, daß λ_n/n nicht zunimmt, ferner sei $\Sigma n^{-1}\lambda_n |t_n^\beta| < \infty$, wobei $t_n = n a_n$ ist und t_n^α die Cesàro-Mittel der Ordnung $\alpha \geq 0$ von t_n bedeuten. Die Bedingungen (1) $\varepsilon_n = O(n^{\alpha-\beta}\lambda_n)$ und (2) $\Delta^\beta(n^{-1}\varepsilon_n) = O(n^{-\beta-1}\lambda_n)$ sind dann notwendig und hinreichend für die $|C_\alpha|$-Summierbarkeit von $\Sigma a_n \varepsilon_n$. — 2. Sei $q \geq 0$, $t_n^\beta = O(n^q)$. Notwendig und hinreichend für die $|C_\alpha|$-Summierbarkeit von $\Sigma a_n \varepsilon_n$ sind dann im Fall $0 \leq \alpha \leq \beta$ die Bedingungen (3) $\Sigma n^{\beta-\alpha-1+q}|\varepsilon_n| < \infty$, (4) $\Sigma n^{\beta+q}|\Delta^\beta(n^{-1}\varepsilon_n)| < \infty$ und im Fall $0 \leq \alpha \leq \beta$ die Bedingungen (3′) $\Sigma n^{-1+q}|\varepsilon_n| < \infty$ und (4).

V. Garten.

Knopp, Konrad: On the proof of the main Tauberian theorem for the C_k- and H_k-methods. Proc. Amer. math. Soc. **5**, 571—573 (1954).

Mit H bzw. C seien die Summierungsverfahren von Hölder bzw. Cesàro bezeichnet. Satz (H): Aus $\Sigma a_n = s(H_k)$, wobei die a_n reell und k eine ganze Zahl $\geqq 2$, und $n a_n \leqq M$ $(n = 0, 1, \ldots)$ folgt $\Sigma a_n = s$. Für diesen klassischen einseitigen Umkehrsatz wird unter Verwendung der Reihe-Reihe-Transformation des H-Verfahrens ein besonders einfacher und kurzer Induktionsbeweis geführt. (Für $k = 1$ wird der Satz als bekannt angesehen). Aus (H) und der (leichteren) $C_k \to H_k$-Hälfte des Äquivalenzsatzes folgt der entsprechende Satz (C), der unter Vermeidung von (H) auf Grund von $C_k \to C_1\, C_{k-1}$ auch direkt — wiederum mit Hilfe der R.-R.-Form und induktiv — abgeleitet wird. *W. Meyer-König.*

Korevaar, Jacob: Kloosterman's method in Tauberian theorems for C_k summability. Proc. Amer. math. Soc. **5**, 574—577 (1954).

Verf. weist auf die Methode von H. D. Klocsterman (dies. Zbl. **26**, 108; **39**, 56) zum Beweis des Satzes (C) des vorangehenden Referats hin und zeigt, wie sich dieselbe besonders und noch mehr eignet zum Beweis des entsprechenden Satzes für das funktionale C-Verfahren, d. h. des folgenden [bekannten, mit einem zusätzlichen Argument auch (C) liefernden] Satzes: Sei $a(t)$ reell und integrierbar in $(0, x)$ für jedes $x > 0$, $k > 0$, $\int_0^\infty a(t)\,dt$ C_k-summierbar, d. h. $\int_0^x a(t)\,(1-t/x)^k\,dt$ konvergent für $x \to \infty$, und schließlich $t\,a(t) \leqq M$ für $t \geqq 0$; dann ist $\int_0^\infty a(t)\,dt$ konvergent. Der Beweis beruht auf einer die m-te Ableitung einer Funktion $f(x)$ in den Differenzen $\Delta^\nu f$ $[\nu = m,\ m+1, \ldots, n;\ \Delta f = f(x+h) - f(x)$ usw.] ausdrückenden Formel, die in etwas schwächerer Form bei A. A. Markoff (Differenzen-