Werk

Titel: Variationsrechnung

Ort: Berlin

Jahr: 1955

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?245319514_0056|log68

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

info@digizeitschriften.de

cultés considérables (Garabedian et l'A., loc. cit.). On obtient ainsi: a) un théorème très général de convexité relatif aux fonctions harmoniques, b) une inégalité différentielle sur la capacité d'une famille de corps dont les frontières sont les surfaces de niveau d'une même fonction harmonique, c) des théorèmes de convexité en représentation conforme. — 5. et 6. L'A. applique (1) au cas où la fonctionnelle $\Phi[D]$ est le minimum d'une intégrale $Q[u]$ étendue à D ou à C pour une famille $\mathfrak{F}_D$ de fonctions u. (1) transforme $D = D(0)$ en $D(\varepsilon)$. On admet qu'il y a „transplantation", c'est à dire que $\mathfrak{F}_D$ se transforme en $\mathfrak{F}_{D(\varepsilon)}$. Si $u^* \in \mathfrak{F}_{D(\varepsilon)}$, $Q[u^*]$ peut s'écrire comme une intégrale étendue à $D(0)$, soit $Q[u; \varepsilon]$. Si $u(x; \varepsilon)$ est la fonction qui la rend minimum on a $[D(\varepsilon)] = Q[u(x; \varepsilon); \varepsilon] \leq Q[u_0; \varepsilon]$ quelle que soit $u_0 \in \mathfrak{F}$. L'A. démontre dans des cas étendus la différentiabilité de Φ. Il obtient des inégalités relatives aux valeurs propres de l'équation (2). Il signale des résultats relatifs aux modules conformes d'un domaine et à d'autres problèmes (G. Polya et l'A., v. récension précédente). Limitant (1) à une simple dilatation dans la direction de l'un des axes l'A. traite en détails l'exemple de la capacité K d'un corps B considérée comme fonction du domaine extérieur; K est la valeur minima (ou maxima) de trois intégrales différentes (principes de Dirichlet, de Thomson et de Gauss). Il trouve dans chaque cas des inégalités sur K'. Il signale des résultats relatifs aux valeurs propres de (2) avec la condition $\partial u/\partial n + k u = 0$ sur C, avec application aux triangles isocèles (G. C. Nooney, Techn. Report No. 35, Office of Naval Research Contract N 60 ri —106 Task Order V, Stanford University). Le procédé s'applique à $V^4 u = \lambda u$, $u = \partial u/\partial n = 0$ sur C. *R. de Possel.*

Variationsrechnung:

Bullen, K. E.: Conversion of variation problems into isoperimetric problems. Math. Gaz. **38**, 249—252 (1954).

Résolution de quelques problèmes très élémentaires en utilisant des variables autres que les coordonnées classiques (voir la récension suivante). *J. Dufresnoy.*

Bullen, K. E.: Euler's equation and (p, r) coordinates. Math. Gaz. **38**, 172—174 (1954).

Etude d'un problème particulier de calcul des variations en utilisant, au lieu des coordonnées polaires r et ϑ, les coordonnées r et $p = r^2(r^2 + r'^2)^{-1/2}$. *J. Dufresnoy.*

Wilkins jr., J. Ernest: A variational problem in reactor theory. Proc. Amer. math. Soc. **5**, 345—348 (1954).

Verf. betrachtet die nichtnegativen Funktionen $u(x)$, die eine Integralgleichung $v(x) = \int_C H(x, y)\, u(y)\, v(y)\, dy$ [$H(x, y)$ symmetrisch, $v(x)$ nicht-negativ und nicht fast überall null] erfüllen. Wenn unter ihnen eine, $u_0(x)$, existiert, für die

$$\lambda_n \int_C H(x, y)\, u_0(y)\, v_n(y)\, dy = v_n(x), \qquad \int_C u_0(x)\, v_m(x)\, v_n(x)\, dx = \delta_{mn}$$

mit $\lambda_n \leq \lambda_1 < \lambda_0 = 1$ $(n = 2, 3, \ldots)$ und $v_0(x) = \text{const}$,

so folgt aus $u(x) \geq \lambda_1 u_0(x)$ — eine Bedingung, die von selbst erfüllt ist, wenn $\lambda_1 < 0$ —, daß $\int_C u(x)\, dx \geq \int_C u_0(x)\, dx$ ist. *M. J. De Schwarz.*

Behrbohm, Hermann: On a minimum time flight path with regard to stress and heat limitations. Svenska Aeroplan A. B., Techn. Notes, SAAB TN **26**, 26 S. (1954).

Ein Flugkörper soll im Raume möglichst schnell vom Punkt A zum Punkt B gelangen. Der Flug verlaufe bis zur Höhe H^* unter konstantem Staudruck (d. h. z. B. gleichbleibender Dehnungsbelastung), darüber bei konstanter Machzahl (z. B. gleichbleibender Temperaturbeanspruchung). Unter der Annahme $H^* = 11$ km und einer exponentiellen Approximation des Luftdichte-Höhe-Gesetzes lassen sich die Extremalen des Problems geschlossen angeben. Unterhalb H^* ergeben sich periodische (!) Kurven, oberhalb H^* Geraden, die ohne Knick anschließen. Diskussion der praktischen Anwendbarkeit, das Problem hat als idealer Grenzfall eine gewisse technische Bedeutung. *K. Nickel.*

Emerson, R. C.: On maximizing an integral with a side condition. Proc. Amer. math. Soc. **5**, 291—295 (1954).

Siano: E un insieme lineare chiuso, $u(x)$ e $v(x)$ funzioni continue in E, $F(p, x)$ e $G(p, x)$ continue per $x \in E$ e $u(x) \leq p \leq v(x)$. Detta P la classe delle funzioni

$p(x)$ definite in E tali che: $u(x) \leq p(x) \leq v(x)$; $F(p(x), x)$ e $G(p(x), x)$ sommabili in E e detta c una costante tale che: estr. $\inf_{p \in P} G(p) < c <$ estr. $\sup_{p \in P} G(p)$, esiste in P almeno una funzione che fornisce il massimo assoluto dell'integrale: $J(p) = \int_E F(p(x), x)\, dx$ e fa assumere il valore c all'integrale: $G(p) = \int_E G(p(x), x)\, dx$. Estensioni al caso che $u(x)$ e $v(x)$ non siano continue sono considerati.

G. Stampacchia.

Vidav, Ivan: Über eine Eigenschaft der Kugel. Math. Z. **60**, 320—327 (1954).

Im Mittelpunkt steht der hier bewiesene Satz: $F(Y) \geq 0$ für $Y \geq 0$ sei zweimal stetig differenzierbar, $F(0) = 0$, $F''(Y) \geq 0$; $Y(y) \geq 0$ sei stetig und $\int_0^1 Y(y) \left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{1/2} dx \geq 1$ für jede in $0 \leq x \leq 1$ differenzierbare Funktion $y(x) \geq 0$ mit $y(0) = 0$. Dann gilt: $\int_0^\infty F(Y(y))\, dy \geq \frac{2}{\pi} \int_0^1 F(Y)\, Y^{-1} (1 - Y^2)^{-1/2}\, dY$; für $F''(Y) \not\equiv 0$ gilt Gleichheit nur für $Y = 1/\cosh(\pi y/2)$. Der Sonderfall $F(Y) = Y^2$ löst das folgende geometrische Variationsproblem: Gesucht wird eine geschlossene Drehfläche kleinster Oberfläche mit mindestens einem Punkt M von der Eigenschaft, daß jede von M ausgehende Flächenkurve nach einem Umlauf um die Fläche bis zum Treffpunkt mit dem Meridian von M mindestens die Länge 2π hat. Lösung ist die Drehfläche konstanter Gauß-Krümmung 1/16, die man aus einem von zwei zueinander senkrechten Meridianen begrenzten Viertel der Kugel vom Radius 4 durch Zusammenbiegen und Verheften der Meridiane miteinander erhält. Wird aber von der Flächenkurve verlangt, daß ihre Länge von M bis zum Schnitt mit dem senkrechten Meridian mindestens $\pi/2$ ist, so ist die Einheitskugel die Lösung.

W. Süss.

Blaschke, Wilhelm: Zur Variationsrechnung. Revue Fac. Sci. Univ. Istanbul, Sér. A **19**, 106—107 (1954).

Falls $dT = F(x_1, x_2; dx_1, dx_2)$, mit $F(x_1, x_2; c\, dx_1, c\, dx_2) = c\, F(x_1, x_2; dx_1, dx_2)$ für jedes $c > 0$, die Verbreitungszeit einer Störung im Punkte x_1, x_2 zum Punkte $x_1 + dx_1$, $x_2 + dx_2$ ist, so werden die Funktionen $F(x_1, x_2; dx_1, dx_2)$ gesucht, für welche die Elementarwellen Kreise sind.

Autoreferat.

Stampacchia, Guido: Problemi variazionali per gli integrali multipli in forma non parametrica. Univ. Politec. Torino, Rend. Sem. mat. **13**, 19—29 (1954).

In questa conferenza l'A. illustra le proprie recenti ricerche (questo Zbl. **41**, 428; **49**, 168, 196).

S. Cinquini.

Sigalov, A. G.: Zweidimensionale Aufgaben der Variationsrechnung in nichtparametrischer Form, auf Parameterform transformiert. Mat. Sbornik, n. Ser. **34 (76)**, 385—406 (1954) [Russisch].

In den Existenztheoremen über das absolute Minimum des Integrals: $J[f] = \iint_D F(x^1, x^2, f, f'_{x^1}, f'_{x^2})\, dx^1\, dx^2$ spielt das Wachstum des Integranden relativ zu $G = 1 + (f'_{x^1})^2 + (f'_{x^2})^2$ eine wichtige Rolle: Ist $F \geq m\, G^{\alpha/2}$, $m > 0$, so untersucht der Verf. das Problem im Falle $\alpha \geq 1$ durch Umformung von $J[f]$ in die Parameterform: $J_1(T) = \iint_K F_1(\varphi, A\varphi)\, du$; dabei ist $x = \{x_1, x_2, x_3\} = \{\varphi_1(u), \varphi_2(u), \varphi_3(u)\}$, $u = \{u_1, u_2\} \in K = \{0, 1; 0, 1\}$ und $A\varphi$ der Vektor, dessen Komponenten die Jacobischen Determinanten des Vektors x sind. Es wird die sog. direkte Methode der Variationsrechnung benutzt. Nun zeigt sich, daß für $\alpha > 1$ die Minimalaufgaben für $J[f]$ und für $J_1(T)$ gleichwertig sind, weil für die Minimalfläche T und die zugehörige Funktion f gilt: $J[f] = J_1(T)$. Diese Gleichung braucht für $\alpha = 1$ nicht richtig zu sein, und zwar liegt das daran, daß die zugelassenen Flächen T Strecken enthalten können, die parallel zur x^3-Achse sind. Im Fall $\alpha > 1$ ist die Menge dieser Strecken jedoch „nicht sehr groß". Übrigens hat schon Hilbert vorgeschlagen, bei der Lösung regulärer Variationsaufgaben Flächen zum Vergleich zuzulassen, die zur x^3-Achse parallele Teile enthalten [vgl. R. Courant, Math. Ann. **97**, 711—736 (1927)].

W. Thimm.