

Werk

Titel: Funktionentheorie

Ort: Berlin

Jahr: 1955

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?245319514_0055|log19

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

✉ info@digizeitschriften.de

Vervollständigungen z. B. für $q = p$. — Hs. 6B: Sind m, n, p ganz und $1 \leq m \leq p$, $1 \leq n \leq p+1$, $m+n-p > 1$, $|\arg w| < (m+n-p-1)\pi$, so ist

$$\left(\prod_{j=1}^k \Gamma(1-c_j) \right)^{-1} G_{p+k+1, p+k+1}^{m, n+k} \left(\lambda w \left| \begin{matrix} c_1, \dots, c_k, a_1, \dots, a_{p+1} \\ b_1, \dots, b_p, d_1, \dots, d_{k+1} \end{matrix} \right. \right) \\ = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{1}{r!} {}_{k+1}\varphi_{k+1} \left(\begin{matrix} -r, 1-c_1, \dots, 1-c_k \\ 1-d_1, \dots, 1-d_{k+1} \end{matrix}; \lambda \right) G_{p+1, p+2}^{n, m+1} \left(\frac{1}{w} \left| \begin{matrix} 1-r, 1-b_1, \dots, 1-b_p \\ 1-a_1, \dots, 1-a_{p+1} \end{matrix} \right. \right).$$

Vervollständigungen. — Beweismittel, etwa des Hs. 6A: Die Potenzreihe B I(7), mit Ersatz von λ durch $-\lambda/w$, nach dem sie $\mathfrak{P}$ heiße. Kenntnis des Verhaltens ihrer Vorzeichen $(r!)^{-1} G_{p+1, p+1}^{m, n+1}(w)$ bei großen Werten von r . Integration der geeignet vervielfachten Reihe $\mathfrak{P}$ mit Hilfe der Sätze L 2, L 3 aus M VI (s. o.). — Wie Hs. 3 (M III) durch Hs. 6 ergänzt wird, so Hs. 4 (M IV) durch einen weiteren Hs. 7, von dessen Wiedergabe hier abgesehen sei. *L. Koschmieder.*

Meijer, C. S.: Expansion theorems for the G -function. VIII. Transformation formulae for generalized hypergeometric functions. Nederl. Akad. Wet., Proc., Ser. A 57, 273—279 (1954).

Fortsetzung der gleichbenannten Arbeiten M I, ..., VII des Verf.; Berichte darüber B I—VII in dies. Zbl. 48, 307, 308; 50, 249; 51, 308 und vorstehendes Referat. — Mit vorliegender Mitteilung M VIII verfolgt Verf. den Zweck, den Gestaltwandel hypergeometrischer Funktionen (h. F.) [und ihrer Entartungen], vor allem die beiden (bekannten) Grundformeln ${}_2\varphi_1(a, b; c; z) = (1-z)^{-b} {}_2\varphi_1[c-a, b; c; z/(z-1)]$, $[w/(1+w)]^b {}_2\varphi_1[c-a, b; c; 1/(1+w)] = [\pi/\sin(b-a)\pi] \{ [w^a/\Gamma(b)\Gamma(c-a)] {}_2\varphi_1(a, 1+a-c; 1+a-b; -w) - [w^b/\Gamma(a)\Gamma(c-b)] {}_2\varphi_1(b, 1+b-c; 1+b-a; -w) \}$

aus den besonders in M IV, V gefundenen allgemeinen Entwicklungen herzuleiten. Die zweite ist, wie er zeigt, ein Sonderfall des Hs. 4 (s. B IV), die erste ein solcher des Hs. 5 (s. B V). — Verf. gibt eine aus Hs. 5 folgende Entwicklung der Funktion ${}_2\varphi_1$ an, die ihrerseits obige Eulersche Transformation der allgemeinen (und eine Kummerische der entarteten) h. F. als Sonderfälle enthält. Noch zu zwei andern Kummerischen, auf ${}_1\varphi_1$ und ${}_2\varphi_1$ bezüglichen Formeln indet Verf. eine beide verallgemeinernde, aus Hs. 5 folgende Entwicklung. *L. Koschmieder.*

Funktionentheorie:

✎ • **Valiron, Georges: Fonctions analytiques.** Paris: Presses Universitaires de France 1954. 236 S.

Ein erheblicher Teil des Buches ist der Untersuchung solcher eindeutiger analytischer Funktionen gewidmet, die Lösungen gewisser Funktionalgleichungen (Schrödersche und Poincarésche Funktionalgleichung, algebraische Differentialgleichungen) sind. Diese Tatsache bringt es mit sich, daß Ergebnisse der Funktionentheorie dargestellt werden, die sonst in Lehrbüchern kaum Platz gefunden haben. Viele Beiträge zur Theorie der analytischen Funktionen, die man dem Verf. verdankt, sind in die Darstellung eingebaut. Eine knappe Inhaltsübersicht möge über den behandelten Stoff orientieren. 1. Grundbegriffe aus der Theorie der analytischen Funktionen, Analytische Fortsetzung, Konstruktion von Funktionen mit gegebenem Existenzgebiet, Polygonabbildung. 2. Schlichte Funktionen: Satz von Bieberbach und Faber, Verzerrungssätze, Koeffizientenabschätzung von Littlewood. 3. Sätze von Fatou und Riesz über Randwerte analytischer Funktionen. 4. Sätze über die Winkelableitung und Anwendung auf die Theorie der konformen Abbildung. 5. und 6. Iteration von rationalen und eindeutigen regulär analytischen Funktionen. 7. Funktionalgleichung von Poincaré. 8. Nicht fortsetzbare Funktionen, Studium der von diesen Funktionen erzeugten Riemannschen Flächen. 9. Untersuchungen über den Zentralindex von Wiman und Valiron. 10. Anwendungen auf die Theorie der algebraischen Differentialgleichungen. — Hinweise auf neuere einschlägige Arbeiten ergänzen die schöne und reizvolle Darstellung. *H. Wittich.*

Vekua, N. P.: Über eine Randwertaufgabe mit linearer Bindung. Doklady Akad. Nauk SSSR, n. Ser. 94, 173—176 (1954) [Russisch].

D^+ sei ein zusammenhängendes Gebiet der Klasse Ah der z -Ebene und L sein Rand. Gesucht sind n in D^+ meromorphe, in $D^+ + L$ H -stetige Funktionen $\varphi_i(z)$, die für $z = z(t) \in L$ den Bedingungen $\varphi_i(\alpha(t)) = \sum_1^n G_{ik}(t) \varphi_k(t) + g_i(t)$ genügen. Dabei soll $\alpha(t)$ eindeutig-umkehrbar und H -stetig sein und den Umlaufssinn auf L umkehren. Verf. behandelt den Fall, daß α der Funktionalgleichung $\alpha^m(t) \equiv t$

genügt (m gerade positive Zahl und z. B. $\alpha^2(t) = \alpha\{\alpha(t)\}$). (Für $m = 2$ vergleiche Carleman, dies. Zbl. 6, 400.) Mittels eines Belegungsansatzes ergibt sich für die Belegungsfunktionen ein System von singulären Integralgleichungen. Durch Übergang von φ_i zu $\Phi_i(z) = z^r \varphi_i(z)$ ($r \geq 0$, ganz) kann stets erreicht werden, daß die Integralgleichungen im homogenen Falle ($g_i = 0$) lösbar sind. Im inhomogenen Falle sind Bedingungsgleichungen an g_i für die Lösbarkeit zu stellen.

Joachim Nitsche.

Walsh, J. L. and J. P. Evans: On approximation by bounded analytic functions. Arch. der Math. 5, 191—196 (1954).

J. L. Walsh hat in einer früheren Arbeit (dies. Zbl. 19, 404) u. a. folgendes bewiesen: Es sei C_1 der Rand eines schlichten Gebietes R_1 und bestehe aus endlich vielen punktfremden Jordankurven, $R_1 + C_1 = \bar{R}_1$. Greift man aus R_1 ein ebenso beschaffenes echtes Teilgebiet R_0 mit dem Rande C_0 heraus, und ist $R_1 - \bar{R}_0$ zusammenhängend, so kann eine in $\bar{R}_0$ reguläre Funktion $f(z)$ durch reguläre analytische Funktionen $f_M(z)$ gleichmäßig und konvergent approximiert werden. Hierzu sucht man nach Wahl von $M > 0$ unter allen Funktionen, die in R_1 regulär und deren Beträge dort $\leq M$ sind, die (oder eine) heraus, für die $\max. [|f(z) - f_M(z)|, z \text{ in } \bar{R}_0]$ möglichst klein wird. Für diese Funktionen ist $\lim_{M \rightarrow \infty} f_M(z) = f(z)$ in $\bar{R}_0$. Falls R_0 aus mehreren, getrennten

Teilen besteht, darf $f(z)$ in jedem eine andere analytische Funktion sein. In der vorliegenden Arbeit dehnen die Verff. dieses Resultat auf den Fall aus, daß der Durchschnitt $C_1 \cdot C_2 = S$ der Ränder nicht leer ist, wie oben vorausgesetzt, vielmehr darf S nicht nur abzählbar viele Punkte, sondern sogar gemeinsame Bogen von C_1 und C_2 enthalten, wofern nur diejenigen Punkte von S , die Randpunkte von $R_1 - \bar{R}_0$ sind, abzählbar bleiben. Beim Beweis wird die eindeutig bestimmte Funktion $\Phi(x, y)$ benutzt, die in $R_1 - \bar{R}_0$ harmonisch und beschränkt, in $\bar{R}_1 - R_0 - S$ stetig ist und die auf $C_0 - S$, $C_1 - S$ bzw. die Werte 0 und 1 hat, ferner der Nevanlinnasche Zweikonstantensatz in einer passenden Formulierung. Die Arbeit ist Herrn Ostrowski zum 60. Geburtstag gewidmet.

P. Heuser.

Erdős, Paul, Fritz Herzog and George Piranian: On Taylor series of functions regular in Gaier regions. Arch. der Math. 5, 39—52 (1954).

Die Verff. beschäftigen sich mit Funktionen $f(z) = \sum a_n z^n$, die in einem Kreis C_a : $|z + a| < 1 + a$ ($a > 0$) regulär sind; C_a wird als „Gaier disc“ (G. d.) bezeichnet. Der Ref. bewies (dies. Zbl. 47, 312, insbes. S. 327/328 der Arbeit): (1) Ist $f(z)$ in C_a regulär und beschränkt, so gilt $a_n = O(n^{-1/2})$; (2) existiert ferner $\lim f(z)$ für $z \rightarrow 1$ in C_a , so gilt sogar $a_n = o(n^{-1/2})$. Daran anknüpfend beweisen die Verff. auf kunstvolle Art, daß O in (1) nicht allgemein durch o ersetzt werden kann, und behandeln dann den allgemeineren Fall, daß (3) $(1 - z)^k f(z)$ für reelles k in einem G. d. beschränkt ist. Es ergibt sich hier

$$(4) \quad a_n = O(n^{k-1}) \quad (k > 1); \quad a_n = O(\log n) \quad (k = 1); \quad a_n = O(n^{(k-1)/2}) \quad (k < 1);$$

darin kann O nicht allgemein durch o ersetzt werden, jedoch sicher dann, wenn $k \leq 1$ ist und $\lim (1 - z)^k f(z)$ für $z \rightarrow 1$ in C_a existiert. — Sodann werden, wieder unter der Voraussetzung (3), Abschnitte der Form $S_n = \sum_{j=n}^{2n} |a_j|$ wie folgt abgeschätzt:

$$S_n = O(n^k) \quad (k > 1/2); \quad S_n = O(\sqrt{n \log n}) \quad (k = 1/2); \quad S_n = O(n^{k/2+1/4}) \quad (k < 1/2);$$

für $k \neq 1/2$ kann O nicht durch o ersetzt werden. — Auf ähnliche Weise werden einige Konvergenzaussagen gewonnen. Gilt (3) für ein $k < -1/2$ [d. h. es ist $f(z) = O((1 - z)^\alpha)$ ($\alpha > 1/2$) für $z \rightarrow 1$ in C_a], so ist $\sum |a_n| < \infty$ und $\sum n |a_n|^2 < \infty$; die Aussage wird falsch für $k = -1/2$. Gilt (3) für ein $k < 0$, so konvergiert $\sum a_n z^n$ gleichmäßig auf $|z| = 1$, und auch dies wird falsch für $k = 0$. — Ist schließlich $(1 - z)^k f(z)$ ($k < 1$) in einem Gebiet regulär und beschränkt, das $|z| < 1$ enthält und dessen Rand den $|z| = 1$ in $z = 1$ von der Ordnung p berührt ($p \geq 1$), so gilt allgemeiner als in (4) stets $a_n = O(n^{(k-1)/p})$.

D. Gaier.

Schneider, Theodor: Zur Charakterisierung algebraischer Funktionen mit Hilfe des Eisensteinschen Satzes. Math. Z. 60, 98—108 (1954).

Verf. zeigt mittels seiner Methode (vgl. dies. Zbl. 44, 43) eine Umkehrung des Eisensteinschen Satzes, und charakterisiert dadurch die algebraischen bzw. rationalen Funktionen einer Variablen. Für die genauere Formulierung muß auf die Arbeit selbst verwiesen werden.

E. Hlawka.

Myrberg, P. J.: Über die Iteration von algebraischen Funktionen. Ann. Acad. Sci. Fennicae, Ser. A 1 164, 9 S. (1954).

$P(x, y) = 0$ sei eine irreduzible algebraische Gleichung; es wird die Iteration der aus ihr hervorgehenden Funktion $y = \varphi(x)$ behandelt. Die Iterierten $\varphi_n(x)$ von $\varphi(x)$, die mit $\varphi_0(x) = x$, $\varphi_n(x) = \varphi[\varphi_{n-1}(x)]$, $\varphi_{-n}[\varphi_n(x)] = x$ ($n = 1, 2, \dots$) definiert sind, stellen eine Gruppe $\mathcal{G}$ von Funktionen dar. Es soll nun die Häufungsmenge $\mathfrak{M}(x)$ derjenigen Punkte der komplexen Zahlenebene bestimmt werden, die aus einem beliebigen Punkt x durch die Elemente von $\mathcal{G}$ hervorgehen. Diese alte und meist schwierige Aufgabe der Iterationstheorie wird hier für den speziellen Fall untersucht, daß es eine automorphe Funktion $x = f(z)$ und eine lineare Funktion $z' = S(z) = (az + b)(cz + d)^{-1}$ gibt, so daß $y = \varphi(x) = f[S(z)]$ ist. Der automorphen Funktion $f(z)$ sei dabei die Gruppe Γ gewisser linearer Transformationen $T_\nu(z)$ der z -Ebene zugrunde gelegt; von Γ und der transformierten Gruppe $\Gamma' = S\Gamma S^{-1}$ wird überdies angenommen, daß sie kommensurabel sind. Im wesentlichen wird also vorausgesetzt, daß sich das Problem durch Transformation vermittelt einer automorphen Funktion linearisieren läßt. — Mit funktionentheoretischen Mitteln gewinnt Verf. eine Reihe von Ergebnissen. Beispielsweise findet er eine notwendige und hinreichende Bedingung dafür, daß $\mathcal{G}$ eine endliche Gruppe ist. Bei einfach- und doppelt-periodischen, sowie bei Fuchsschen Gruppen Γ (da Γ und Γ' kommensurabel sind, kommen nach Poincaré nur diese Gruppen in Betracht!) kann $\mathfrak{M}(x)$ aus zwei von x unabhängigen Punkten, aus von x abhängenden Kurven oder der ganzen Ebene bestehen; ist insbesondere Γ eine Fuchssche Gruppe, so ist $\mathcal{G}$ transitiv. H. Töpfer.

Smith, R. A.: On an analytic function having an infinite number of independent real periods. J. London math. Soc. **29**, 255—256 (1954).

It is well known that a non-constant single-valued analytic function can not have more than two independent fundamental periods and that one of these at least must be complex. The author proves: Let $F(Z)$ be an indefinite integral of the analytic function $f(Z)$ and let $Z = \Phi(\xi)$ be the inverse of $\xi = F(Z)$. If $f(Z)$ has a simple pole of residue R at $Z = a$ ($a \neq \infty$) then one of the branches of $\Phi(\xi)$ has period $2\pi i R$. By applying this theorem to the function $f(Z) = e^{(1+i\pi)Z/2} i \sin \pi Z$, the author constructs a many-valued analytic function having an infinity of independent real periods. K. Noshiro.

Denjoy, Arnaud: Une démonstration de l'identité fondamentale de la fonction $\zeta(s)$ de Riemann. J. Analyse math. **3**, 197—206 (1954).

Zu den vielen vorhandenen Beweisen für die Funktionalgleichung fügt diese Note eine interessante Variante, weil sie die beiden Quellen des Beweises klar herausstellt, nämlich die beiden Definitionen für die Zetafunktion durch eine Reihe und (bis auf Faktoren) durch das Integral $\int_C z^{s-1} (e^z - 1)^{-1} dz$. G. Hoheisel.

Apostol, T. M.: Some series involving the Riemann zeta function. Proc. Amer. math. Soc. **5**, 239—243 (1954).

Es werden sechs rekursive Formeln mitgeteilt, die eine analytische Fortsetzung der Riemannschen Zetafunktion $\zeta(s)$ über die ganze s -Ebene ermöglichen. Zur Herleitung wird von einigen fundamentalen Eigenschaften wie Differenzengleichung, Multiplikationssatz usw. der Hurwitzschen Zetafunktion ausgegangen. Als Sonderfälle ergeben sich Formeln von V. Ramaswami (vgl. dies. Zbl. **9**, 348).

H. Unger.

Putnam, C. R.: On the non-periodicity of the zeros of the Riemann zeta-function. Amer. J. Math. **76**, 97—99 (1954).

Es wird bewiesen, daß aufeinander folgende positive Nullstellen von $\zeta(\frac{1}{2} + it)$ keine periodische Folge der Form $d, 2d, \dots$, ($d > 0$) besitzen. Dies Ergebnis gilt auch, wenn $\sigma = \frac{1}{2}$ allgemein durch $\sigma = \text{const}$ ersetzt wird, läßt sich aber in diesem Falle leicht aus einer Beziehung von Bohr-Landau folgern. H. Unger.

Ganelius, Tord: Sequences of analytic functions and their zeros. Ark. Mat. **3**, 1—50 (1954).

Die Arbeit befaßt sich mit dem Problem der in geeigneter Weise definierten „Gleichverteilung“ der Nullstellen von Funktionen einer gegebenen Funktionenfolge. Sie knüpft an die älteren Resultate von Jentzsch und eine Arbeit von Carlson von 1948 an. Wohl die in sich geschlossensten Ergebnisse werden in den Abschnitten 3.5—5.10 hergeleitet. Hier wird für einen Satz von Erdős-Turán (Verallgemeinerung der früheren Sätze von I. Schur und E. Schmidt) über die Verteilung der Nullstellen eines Polynoms in Winkelräumen ein neuer Beweis gegeben, der sich auf den folgenden neuen Satz stützt: Ist $f(z) = u + iv$, $f(0) = 0$

regulär für $|z| < 1$ und gilt dort $u < H$, $\partial v / \partial \theta < K$, so gilt dort auch $|v| < 13 \sqrt{HK}$. Sodann wird aber der Erdős-Turánsche Satz in den Abschnitten 5.1—5.10 auf die „Exponentialpolynome“

$\sum_{\nu=0}^h a_\nu e^{\lambda_\nu z}$ verallgemeinert. Diese weittragende Verallgemeinerung ist wohl das wichtigste Ergebnis der Arbeit. Andere in der Arbeit hergeleitete Ergebnisse enthalten vor allem quantitative Verschärfungen des Satzes von Jentzsch über Nullstellen von Potenzreihenabschnitten (6.3). Es ist ferner eine Verallgemeinerung eines Satzes von Lindwart und Pólya von 1914 über Konvergenz von Polynomfolgen mit nullstellenfreier Halbebene zu nennen. Die Beweismethoden der Abhandlung knüpfen an die konformen Transformationen des Jensenschen Satzes an, vor allem für einen Winkelraum und einen Parallelstreifen. Die diesbezüglichen Formeln sind in den Abschnitten 2.1—2.2 zusammengestellt.

A. Ostrowski.

Ahmad, Mansoor: A note on a theorem of Borel. Math. Student **21**, 105—106 (1954).

Let $f(z)$ be an integral function of positive integral order ρ . Borel's theorem states that the exponent of convergence of the a -points of $f(z)$ is equal ρ , except possibly for one value of a . The method of proof, based on the Hadamard factorisation of an integral function, is here adapted to obtain the theorem: There exists at most one integral function $f_1(z)$ of order less than ρ (including a constant) such that the exponent of convergence of the zeros of $f(z) - f_1(z)$ is less than ρ .

N. A. Bowen.

Ahmad, Mansoor: On exceptional values of entire functions of infinite order. J. Indian math. Soc., n. Ser. **18**, 19—21 (1954).

Eine ganze Funktion $g(z)$ wachse so an, daß $\lambda_j(g) = \lim_{r \rightarrow \infty} (\log_{j+1} M(r, g) / \log r) = \infty$, $\lambda_{j+1}(g) < \infty$ gilt; $\log_{j+1} x = \log(\log_j x)$ und $\log_1 x = \log x$. Mit einer ganzen Funktion $h(z)$, $\lambda_j(h) < \infty$, wird mit den Nullstellen von $g(z) - h(z)$ das kanonische Produkt $H(z)$ gebildet. Verf. zeigt, daß es höchstens eine Funktion $h(z)$ gibt, welche zu einem kanonischen Produkt $H(z)$ mit $\lambda_j(H) < \infty$ führt.

H. Wittich.

Brunk, H. D.: On the growth of functions having poles or zeros on the positive real axis. Pacific J. Math. **4**, 1—19 (1954).

Let $f(z)$ be holomorphic, with the possible exception of simple poles on the positive real axis, in a region Δ whose boundary is Γ and which contains a right half of the real axis. A Dirichlet series, whose coefficients are the residues a_n of $f(z)$ at its poles λ_n , is generated by $\frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} f(z) e^{-zs} dz$. The theory of asymptotic Dirichlet series is applied in order to relate the growth of leading coefficients in the Laurent developments about $z = \lambda_n$ to the growth of $f(z)$ in Δ . Theorem: Let $f(z)$ be continuous on Γ , $f(z) = O(e^{\alpha z})$ as $z \rightarrow \infty$ on $\Gamma \equiv \Gamma^+ \text{ (upper)} + \Gamma^-$, $|f(z)| < M_n$ on a rectifiable curve Γ_n joining Γ^+ and Γ^- such that $x \geq \lambda_n$, where $M_n > 0$ ($n = 1, 2, 3, \dots$), satisfies $\int_0^\infty e^{-\varepsilon \sigma} \sup_{n \geq 1} (\lambda_n \sigma - \log M_n) d\sigma = \infty$ for some $\varepsilon > 0$. Further, let

$\lim_{n \rightarrow 1} n \lambda_n^{-1} = D < \infty$, where $0 < \lambda_n \uparrow \infty$, and $A_n = \prod_{k \neq n} \left| \frac{\lambda_k^2}{\lambda_k^2 - \lambda_n^2} \right|$. Then, for every $\delta > 0$, $|a_n| = o(\lambda_n A_n \exp \{(\alpha + \delta + D) \lambda_n\})$ as $n \rightarrow \infty$. If also $\inf_{n \geq 1} (\lambda_{n+1} - \lambda_n) > 0$, then

$\lim_{n \rightarrow \infty} \lambda_n^{-1} \log |a_n| < \infty$. — Generalisations to cover cases in which $f(z)$ has multiple poles (or zeros) are given, and the following form of Carlson's theorem is seen as a corollary: If $f(z)$ is holomorphic in $x \geq 0$, except for poles of maximum order p at $z = n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$), if $f(z) = O(e^{\alpha |z|})$ in $x > 0$ for some real number α , and $f(iy) = O(e^{-\beta |y|})$ as $|y| \rightarrow \infty$ for some $\beta > \max(0, \pi p)$, then $f(z) \equiv 0$.

N. A. Bowen.

Hiong, King-Lai: La normalité d'une famille de fonctions holomorphes en liaison avec le défaut d'une valeur de leurs dérivées. C. r. Acad. Sci., Paris **238**, 2279—2281 (1954).

Lemmas are given which, in conjunction with previous lemmas (this Zbl. **51**, 59), lead the author to a proof, based on R. Nevanlinna's second fundamental inequality, of the following theorem: Let $f(z) = c_0 + c_1 z + c_2 z^2 + \dots$ ($c_0, c_1, c_2 \neq 0$, $c_0 \neq 1$) be holomorphic in $|z| < 1$, where it has p zeros and where $f'(z)$ has 1 for a deficient value with absolute defect $> l > 0, (1)$.

Suppose $f(z)$ is devoid of extraordinary intervals. Then, for every z in $|z| \leq r$ with $0 < \delta_0 \leq r < R < 1$,

$\log |f(z)| < (1-r)^{-2} \{H(l) \Omega(c_0, \delta_0, \delta_\nu, \delta_\mu) + K(l) \log 2(1-r)^{-1}\}$ where
 $\Omega(c_0, \delta_0, \delta_\nu, \delta_\mu) = \log^+ |c_0| + (p + n_1(R)) \log \delta_0^{-1} + \sum \log \delta_\nu^{-1} + \sum \log \delta_\mu^{-1}$, $n_1(R) < n_1(R, 1)$
 = number of 1-points of $f'(z)$ in $|z| \leq R$; $\mu = 1, 2, 3, \dots, n_1(r, 1)$; $\nu = 1, 2, 3, \dots, n(r, 0)$ = number of zeros of $f(z)$ in $|z| \leq r$; δ_μ, δ_ν = radii of circles enclosing the 1-points and zeros respectively of $f'(z), f(z)$ resp. — Criteria of normality or quasi-normality for a family of functions $f(z)$ satisfying (1) are announced, as well as a theorem analogous to one of Landau's.

N. A. Bowen.

Čin, Jaň-šin: Über die Argumente der Koeffizienten in der Entwicklung einer schlichten Funktion. Acta math. Sinica 4, 81—85 und russische Zusammenfassg. 86 (1954) [Chinesisch].

Wenn $W = f(z) = z + \sum_{n=2}^{\infty} a_n z^n$ eine im Kreise $|z| < 1$ holomorphe Funktion ist und $|a_N| > N^{-1}$ für ein gewisses ganzzahliges $N \geq 2$ gilt, dann gibt es reelle Zahlen φ_1 und φ_2 , so daß
 $g_1(z) = z + e^{i\varphi_1} \sum_{n=2}^{\infty} a_n z^n$ und $g_2(z) = z + \sum_{n=2}^{N-1} a_n z^n + e^{i\varphi_2} a_N z^N + \sum_{n=N+1}^{\infty} a_n z^n$
 im Kreise $|z| < 1$ nicht schlicht sind. Autoreferat.

Sun, Kung: The sections of schlicht functions. Acta math. Sinica 4, 105—111 und engl. Zusammenfassg. 112 (1954) [Chinesisch].

Let the k -symmetric function $f_k(z) = z + \sum_{n=1}^{\infty} a_n^{(k)} z^{nk+1}$ be regular and schlicht in the unit circle $|z| < 1$. Write $\sigma_n^{(k)}(z) = z + \sum_{\nu=1}^n a_\nu^{(k)} z^{k\nu+1}$, $\sigma_n^{(1)}(z) = \sigma_n(z)$. Szegő [Math. Ann. 100, 188—211 (1928)] proves that all $\sigma_n(z)$ are schlicht in the circle $|z| < 1/4$. The present author [Mat. Sbornik 36, 91—98 (1929); Sci. Record 4, 333—341 (1951)] establishes that all $\sigma_n^{(2)}(z)$ are schlicht in the circle $|z| < 1/\sqrt{3}$. The last result has been conjectured by Joh [Proc. phys.-math. Soc. Japan 21, 191—208 (1939)]. As for $\sigma_n^{(3)}(z)$, the problem has been studied by Ilief (this Zbl. 21, 637), and is solved completely in this note. We prove the following theorems:
 Theorem 1: All $\sigma_n^{(3)}(z)$ are schlicht in the circle $|z| < \frac{1}{2} \sqrt[3]{3}$. The number $\frac{1}{2} \sqrt[3]{3}$ can not be replaced by any larger one. Combining the above results, we can state Theorem 2. All $\sigma_n^{(k)}(z)$ are schlicht in the circle $|z| < \sqrt[k]{k/2(k+1)}$, where $k = 1, 2, 3$. The number $\sqrt[k]{k/2(k+1)}$ can not be replaced by any larger one. Let $F(\zeta) = \zeta + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{\zeta^n}$ be regular and schlicht in the domain

$1 < |\zeta| < \infty$. Denoting $\varphi_n(\zeta) = \zeta + \sum_{\nu=1}^{n-1} \frac{a_\nu}{\zeta^\nu}$, we can establish the following Theorem 3. (i) If $n > 12$, $\varphi_n(\zeta)$ is schlicht in the domain $\infty > |\zeta| \geq (1 - (5n^{-1} \ln n))^{-1/2}$. (ii) All $\varphi_n(\zeta)$ are schlicht in the domain $\infty > |\zeta| \geq 3/2$. Autoreferat.

Garabedian, P. R. and H. L. Royden: The one-quarter theorem for mean univalent functions. Ann. of Math., II. Ser. 59, 316—324 (1954).

Unter einer in $|z| < 1$ im Mittel schlichten Funktion $w = f(z) = z + a_2 z^2 + \dots$ wird nach Spencer (dies. Zbl. 25, 259) eine Funktion verstanden, die eine Riemannsche Fläche R erzeugt,

für die für jedes $r > 0$ gilt: $\int_0^r \{ \int d\varphi - 2\pi \} \varrho d\varrho \leq 0$, wo $\int d\varphi$ das Maß der von R auf $|w| = \varrho$ überdeckten Bogen bedeutet, unter Berücksichtigung mehrfacher Bedeckungen. Verff. verschärfen diesen Begriff zu dem der „schwach im Mittel schlichten Funktionen“, die durch $\int_0^r \{ \int d\varphi - 2\pi \} \frac{1}{\varrho} d\varrho \leq 0$ gekennzeichnet sind. Die Bedingung findet eine anschauliche Deutung in der Ebene $t = \log w$. Es wird in Verschärfung einer Spencerschen Vermutung (die sich auf die erste Klasse bezog) bewiesen, daß auch für die Funktionen der zweiten Klasse der Koebe'sche 1/4-Satz gilt. — Der Beweis beruht auf dem Pólyaschen Symmetrisierungsprinzip und der Hadamardschen Variationsformel; Ref. konnte ihm im einzelnen nicht folgen. H. Grunsky.

Kolbina, L. I.: Einige Extremalprobleme in der konformen Abbildung. Doklady Akad. Nauk SSSR, n. Ser. 84, 865—868 (1952) [Russisch].

Mittels der Variationsmethode bei schlichter Abbildung wird, gestützt auf ein Ergebnis von Goluzin, folgendes Problem behandelt: Zwei schlichte Funktionen $f_1(z), f_2(z)$ in $|z| < 1$ mögen den Einheitskreis in einander nicht überdeckende Gebiete um $f_*(0) = a_*$, $a_1 \neq a_2$, abbilden. Es wird nach dem Extremum von $J = |f'_1(0)^\alpha \cdot f'_2(0)^\beta|$ für feste $\alpha, \beta > 0$ gefragt; das Extremum existiert und wird explizit angegeben, zusammen mit Funktionen, die es verwirklichen. Die Bilder des $|z| < 1$ überdecken dann zusammen die volle Ebene. — Ist $f_3(z)$ schlicht in $|z| > 1$ $f_3(\infty) = \infty$, $a_1 = a$, $a_2 = 0$, so wird ähnliches für das Extremum von $J = |f'_1(0)^\alpha f'_2(0)^\beta f'_3(\infty)^{-\gamma}|$ angedeutet ($\alpha, \beta, \gamma > 0$). *E. Ullrich.*

Jenkins, James A.: A recent note of Kolbina. *Duke math. J.* 21, 155–162 (1954).

Die im vorstehenden Referat aufgeführten Extremalprobleme lassen sich besser unmittelbar behandeln unter Verwendung quadratischer Differentiale. Verf. führt das durch für alle obigen Aufgaben, und dazu für eine weitere von Kufarev und Fales (dies. Zbl. 44, 304). Er unterstreicht, daß schon 1933 Grötzsch verwandte Fragen behandelt hat; die Bedeutung der besonderen Probleme von Kolbina liege darin, daß hier Extrema und Extremalen explizit zugänglich zu machen seien.

E. Ullrich.

Flett, T. M.: Note on a function-theoretic identity. *J. London math. Soc.* 29, 115–118 (1954).

Nouvelle démonstration de la formule de Spencer (qui généralise la formule de Poisson-Jensen-Nevalinna). *J. Dufresnoy.*

Flett, T. M.: A note on conformal mapping. *J. London math. Soc.* 29, 118–121 (1954).

Démonstration d'un résultat classique (continuité à la frontière dans la représentation conforme d'un domaine limité par une courbe de Jordan). *J. Dufresnoy.*

Stallmann, Friedemann: Konforme Abbildung von Kreisbogenpolygonen. I. *Math. Z.* 60, 187–212 (1954).

Verf. erweitert eine frühere Untersuchung (dies. Zbl. 47, 80) über die konforme Abbildung von Kreisbogenpolygonen, indem er einfach zusammenhängende Riemannsche Flächenstücke betrachtet, die durch endlich viele Kreisbogen und evtl. durch endlich viele logarithmische Wendungspunkte berandet sind. Während Verf. bisher nur solche Abbildungen zuließ, deren zugehörige Differentialgleichung vom Fuchsschen Typ ist, werden hier Differentialgleichungen $(1) y'' + \frac{1}{2} R(x) y = 0$ behandelt, wobei $R(x)$ eine beliebige reelle rationale Funktion sein kann. Verf. approximiert die Lösungen von (1) durch asymptotische Integration für große Werte eines Parameters ϱ^2 bei $R(x) = r(x) + \varrho^2 \varphi(x)$. Durch die Liouvillesche Transformation ergibt sich aus (1): $u''/u = 1 + Q(\xi)/\varrho^2$. Ist k die Ordnung von $\varphi(x)$ an der Stelle $x = x_0$, so ergeben sich für $Q(\xi)$ unterschiedliche Entwicklungen um die zugehörige Stelle $\xi = \xi_0$ für $k \geq 2$. Die bekannten Lösungen einer Hilfsdifferentialgleichung $v''/v = 1 + P(\xi)/\varrho^2$ werden als erste Annäherung benutzt, wobei $q(\xi) = Q(\xi) - P(\xi)$ in gewissem Sinne klein mit $\varrho^2 \rightarrow \infty$ werden muß. Jetzt wird mit Hilfe Volterrascher Integralgleichungen u abgeschätzt: $u(\xi) = v_1(\xi) \cdot (1 + O(\varrho^{-\gamma}))$ bei $-1 \leq \gamma < 0$. Diese Untersuchung wendet Verf. auf die Lamésche Differentialgleichung und ihre Konfluenzgrenzfälle an. *W. Haacke.*

Meschkowski, Herbert: Beiträge zur Theorie der Orthonormalsysteme. *Math. Ann.* 127, 107–129 (1954).

An frühere Arbeiten des Verf. anschließend, behandelt die Arbeit vor allem die Darstellungssätze für die Familie der analytischen Funktionen, die in einem endlich vielfach zusammenhängenden Gebiet samt ihren Integralen eindeutig und bis auf innerhalb gelegene Pole mit vorgelegten Hauptteilen einschließlich des Randes regulär sind. Jeder Darstellung liegt ein vollständiges Orthonormalsystem für die im Gebiet regulären Funktionen zugrunde, wobei die Orthogonalitäten mittels Randintegralen nach Bergman sowie nach Szegő in Betracht gezogen sind. Der meromorphe Teil an jedem Pol wird mittels einer gewissen Funktion erledigt, die mit kanonischen konformen Abbildungen des Grundgebiets in engem Zusammenhang steht und zu allen Funktionen des Systems orthogonal ist. Ferner werden extremale Eigenschaften

der Funktionen der letztgenannten Art aufgestellt. Es werden einige Verfahren für wirkliche Konstruktion der vollständigen Orthonormalsysteme erklärt. Zum Schluß wird ein Abbildungsproblem für einen Kreisring in explizierter Weise gelöst.

Y. Komatu.

Graeb, W.: Über die schwächste Uniformisierende. *Math. Z.* 60, 66—78 (1954).

Une surface de Riemann abstraite au sens de Weyl-Rado est-elle toujours conformément équivalente à la surface de Riemann d'une „fonction analytique“ (fonction pouvant être obtenue à partir d'un élément par prolongement analytique, ou „Analytisches Gebilde“ (A. G.)) ? La considération de fonctions Θ -fuchsienues permettait de considérer la réponse à cette question comme affirmative, bien qu'aucune démonstration n'en ait probablement été publiée. Le présent mémoire a pour but d'en donner une, et de préciser en même temps certaines notions intéressantes. L'A. définit le recouvrement non ramifié et ramifié, puis la „relation analytique multiforme“ entre deux surfaces de Riemann: un A. G. équivaut à une telle relation entre deux domaines des plans complexes. Il donne une définition d'une surface de Riemann „uniformisante“ d'une telle relation, et de „la plus faible uniformisante“. — Le problème proposé s'énonce ainsi: trouver une relation analytique entre deux domaines plans dont la plus faible uniformisante soit conformément équivalente à une surface de Riemann donnée R . — L'A. démontre d'une manière assez compliquée que cet énoncé se ramène au suivant: soit z_v une suite divergente sur R , et x_v une suite bornée de nombres complexes; construire une fonction méromorphe g sur R telle que $g(z_v) = x_v$. — Dans le cas où R est hyperbolique, la construction donnée pour g fait appel à l'existence de la fonction de Green de R .

R. de Possel.

Myrberg, Lauri: Über die Integration der Differentialgleichung $\Delta u = c(P) u$ auf offenen Riemannschen Flächen. *Math. Scandinav.* 2, 142—152 (1954).

Verf. betrachtet auf einer offenen Riemannschen Fläche eine nichtnegative, mit ihren ersten und zweiten Ableitungen stetige reelle Funktion $c(P)$, die nicht identisch verschwindet und sich bei der konformen Abbildung $z_h \rightarrow z_k$ gemäß der Formel $c(z_h) = c(z_k) \cdot |\text{grad } x_k(x_h, y_h)|^2$ transformiert. Unter diesen Voraussetzungen existieren auf der Fläche F immer nichtkonstante, nichtnegative, mit ihren ersten und zweiten Ableitungen stetige Lösungen der Gleichung $\Delta u = c(P) u$. Diese Gleichung wurde früher für offene Flächen auch von Ozawa untersucht.

H. P. Künzi.

Myrberg, Lauri: Über die Existenz der Greenschen Funktion der Gleichung $\Delta u = c(P) \cdot u$ auf Riemannschen Flächen. *Ann. Acad. Sci. Fennicae, Ser. A I* 170, 8 S. (1954).

Es wird als Fortsetzung der oben besprochenen Arbeit die Existenz der zur Gleichung $\Delta u = c(P) u$ gehörigen Greenschen Funktion auf der offenen Riemannschen Fläche F untersucht. Verf. beweist, daß auf jeder offenen Riemannschen Fläche für jede Funktion $c(P) \geq 0$ ($\neq 0$) eine eindeutig bestimmte Greensche Funktion $G(P, Q)$ der oben erwähnten Differentialgleichung mit beliebigem Pol Q existiert. Diese ist die kleinste unter allen Funktionen u , die bestimmten Bedingungen genügt. Verf. zeigt weiter, wie sich dieser Satz auch auf geschlossene Riemannsche Flächen übertragen läßt, und gibt zum Schluß mit Hilfe der oben angegebenen Greenschen Funktion ein Konstruktionsverfahren für Lösungen der Diff. Gleichung, die sich überall auf der gegebenen Fläche regulär und nichtnegativ verhalten. *H. P. Künzi.*

Royden, H. L.: A property of quasi-conformal mapping. *Proc. Amer. math. Soc.* 5, 266—269 (1954).

W_1 und W_2 stellen zwei offene Riemannsche Flächen dar, welche durch eine quasikonforme Abbildung im Sinne Ahlfors' aufeinander bezogen werden. Pfluger zeigte (dies. Zbl. 30, 252), daß durch eine solche Abbildung die Klasse O_G von Flächen, welche keine Greenschen Funktionen besitzen, erhalten bleibt. Verf. beweist, daß durch die erwähnte Abbildung auch die Flächenklasse O_{HD} (Flächen, die keine harmonischen Funktionen mit beschränktem Dirichletintegral aufweisen) erhalten bleibt. Mit der Beweismethode des Verf. ergibt sich auch das angegebene Pfluger'sche Resultat. Die Vermutung, daß auch die Klasse O_{HB} (Flächen ohne beschränkte harmonische Funktionen) durch quasikonforme Abbildungen erhalten bleibt, konnte bis jetzt noch nicht bewiesen werden.

H. P. Künzi.

Huckemann, Friedrich: Typusänderung bei Riemannschen Flächen durch Verschiebung von Windungspunkten. Math. Z. 59, 383—387 (1954).

Es ist bekannt, daß bei quasikonformer Abbildung mit beschränktem Dilatationsquotienten der Typus einer Fläche F nicht geändert wird. Die Frage, ob eine Verschiebung unendlich vieler Windungspunkte den Typus einer Fläche beeinflussen kann, ist zu bejahen, wie Verf. an einem Beispiel zeigt. Die Fläche F_∞ ist nur über den Punkten $0, \pm 1, \infty$ verzweigt, und zwar liegen über $w = \infty$ nur logarithmische Windungspunkte, über 0 und ± 1 nur zweiblättrige algebraische Windungspunkte. Keiner dieser Punkte wird schlicht überdeckt. F_∞ ist vom hyperbolischen Typus, wie die Konstruktion der Fläche zeigt oder wie aus der Defektrelation folgt. Durch Verschiebung der algebraischen Windungspunkte über ± 1 in solche über $\pm p_n, p_n \geq 1$ monoton gegen ∞ für $n \rightarrow \infty$, werden aus F_∞ Flächen $F(p_n)$ gewonnen, die bei hinreichend starkem Anwachsen der p_n vom parabolischen Typus sind.

H. Wittich.

Huckemann, Friedrich: Bestimmung der Wertverteilung der Gammafunktion aus ihrer Riemannschen Fläche. Math. Z. 59, 375—382 (1954).

Verf. zeigt, wie man aus der von $\Gamma(z)$ erzeugten Fläche F die Anzahlfunktionen $n(r, 1/(r-a))$ für beliebige a und die Charakteristik $T(r, \Gamma)$ gewinnen kann. In $T(r, \Gamma) = C \cdot r \cdot \log r (1 + \varepsilon(r))$, $\lim \varepsilon(r) = 0$, bleibt dabei die positive Konstante C (ihr Wert ist $C = 1$) unbestimmt, was durch die Anwendung eines Verzerrungssatzes aus der Theorie der quasikonformen Abbildung bedingt wird. Für die Bestimmung der Defekte und Indizes von $\Gamma(z)$ ist dieser Umstand bedeutungslos.

H. Wittich.

Sario, Leo: Capacity of the boundary and of a boundary component. Ann. of Math., II. Ser. 59, 135—144 (1954).

Verf. erweitert die von Nevanlinna eingeführten Begriffe der Kapazität einer Randpunktmenge auf offenen Riemannschen Flächen. Sei R eine beliebige offene Riemannsche Fläche mit der idealen Berandung β und $\{S\}$ eine Familie analytischer Funktionen, gegeben auf R mit $S = s + i\bar{s}$ in einem Parametersystem $|z| \leq 1$. Dann existiert eine Hauptfunktion $S_\beta = s_\beta + i\bar{s}_\beta$ in $\{S\}$, so daß

$$\min_{\beta} \int s d\bar{s} = \int_{\beta} s_{\beta} d\bar{s}_{\beta} \quad \text{mit} \quad \int_{\beta} s d\bar{s} - \int_{\beta} s_{\beta} d\bar{s}_{\beta} = D(s - s_{\beta}),$$

wo D das Dirichletintegral über R angibt. Als logarithmische Kapazität c_{β} des Randes β bezüglich R bezeichnet Verf. den Ausdruck $c_{\beta} = e^{-k_{\beta}}$ mit $k_{\beta} = \frac{1}{2\pi} \int_{\beta} s_{\beta} d\bar{s}_{\beta}$. Verf. zeigt, daß für die

Klasse $\{U\}$ der analytischen Funktionen U auf R mit $\lim_{z \rightarrow \infty} |U| = 1$ bez. der Parameterdarstellung $|z| \leq 1$ eine Hauptfunktion U_{β} existiert, für die gilt: $\min D(U) = D(U_{\beta}) = \pi c_{\beta}^{-2}$ sowie $\min (\sup |U|) = \sup |U_{\beta}| = c_{\beta}^{-1}$. Für eine feste Randkomponente γ betrachtet Verf. weiter die Klasse $\{T\} \subset \{S\}$ mit $\int_{\gamma} d\bar{t} = 2$ und bezeichnet mit c_{γ} die Kapazität einer Randkomponente

durch $c_{\gamma} = e^{-k_{\gamma}}$ mit $k_{\gamma} = \frac{1}{2\pi} \int_{\gamma} dt_{\gamma}$, wo t_{γ} das Integral $\int_{\gamma} dt_{\gamma}$ minimisiert. Entsprechend gilt für

die Klasse $\{V\} \subset \{U\}$ mit $\int_{\gamma} d \arg V = 2\pi$ die Beziehung $\min D(V) = D(V_{\gamma}) = \pi \cdot c_{\gamma}^{-2}$. Zum Schluß benützt Verf. die eingeführten Begriffe zur Aufstellung neuer Hebbarkeitskriterien offener Flächen im Zusammenhang mit den Klassen C_{β} bzw. C_{γ} (Flächen mit verschwindender Kapazität c_{β} bzw. c_{γ}).

H. Künzi.

Polak, A. I.: Anwendungen der Theorie der offenen Abbildungen auf die Untersuchung analytischer Funktionen. Doklady Akad. Nauk SSSR, n. Ser. 94, 187—188 (1954) [Russisch].

Einfache Folgerungen aus dem klassischen Satz der Gebietsinvarianz der analytischen Funktionen mit Benutzung eines früheren von Verf. und anderen bewiesenen Satzes über offene Abbildungen der Kompakten. Die seit 1927 publizierten Arbeiten des Ref. über die Topologie der komplexen Funktionentheorie, sowie anderer Autoren scheinen dem Verf. vollständig unbekannt zu sein.

S. Stoilow.

See, Michele: Monogeneità e totale derivabilità nelle algebre reali e complesse. I. Atti Accad. naz. Lincei, Rend., Cl. Sci. fis. natur., VIII. Ser. 16, 30—35 (1954).

L'A. indica condizioni affinché le funzioni totalmente derivabili in un'algebra, supposta per semplicità dotata di modulo, siano anche monogene.

G. Scorza Dragoni.

See, Michele: Monogeneità e totale derivabilità nelle algebre reali e complesse.

II. Atti Accad. naz. Lincei, Rend., Cl. Sci. fis. mat. natur., VIII. Ser. 16, 188—193 (1954).

L'A. prosegue le sue ricerche (v. la recens. preced.) sulle funzioni monogene e totalmente derivabili in un'algebra, reale o complessa, dotata di modulo. Quelle ricerche lo avevano condotto a introdurre le algebre, reali o complesse e dotate di modulo, solenoidali (dotate di unità le cui basi soddisfacevano a relazioni del tipo $uPP_{-1}u_{-1} = 0$ con P matrice non degenera) e bisolenoidali (algebre solenoidali con unità soddisfacenti a ulteriori relazioni del tipo $uPP_{-1}u_{-1} = 0$); e l'A. aveva già dimostrato che le funzioni totalmente derivabili destre (sinistre) in un'algebra reale o complessa dotata di modulo sono monogene destre o sinistre se e soltanto se l'algebra è bisolenoidale e che la somma diretta di due algebre bisolenoidali era ancora tale e che tale era il prodotto diretto di due algebre, se uno almeno dei fattori era bisolenoidale. Nella Nota attuale l'A. determina quali fra le algebre, reali o complesse, del secondo, terzo e quarto ordine siano solenoidali e quali bisolenoidali; e dimostra che una somma diretta di algebre reali è bisolenoidale, soltanto se sono tali le sue componenti. L'A. considera anche alcuni casi di algebre di ordini eventualmente superiori; per esempio, le algebre reali con divisione e d'ordine maggiore di 1 sono solenoidali, al pari di quelle regolari e di quelle di Clifford, reali o complesse, e delle algebre reali o complesse semplici; le algebre regolari e quelle di Clifford, sempre reali o complesse, non sono bisolenoidali; le algebre reali semisemplici degli ordini 1, 3, 5 e 7 non sono solenoidali.

G. Scorza-Dragoni.

Behnke, H. und K. Stein: Der Severische Satz über analytische Fortsetzung von Funktionen mehrerer Veränderlichen und der Kontinuitätssatz. Ann. Mat. pura appl., IV. Ser. 36, 297—313 (1954).

Der Kontinuitätssatz für analytische Flächen wird zum Beweise des Satzes von F. Severi über die Fortsetzung holomorpher Funktionen reeller und komplexer Veränderlichen vom Rande eines Gebietes ins Innere benutzt. Dazu wird der Satz auf meromorphe Funktionen übertragen. Schließlich werden mit der gleichen Methode ähnliche Sätze für normale Scharen usw. formuliert und bewiesen. Die obige Arbeit gibt gleichzeitig einen schönen Bericht über die Entwicklung des Kontinuitätssatzes.

W. Saxer.

Will, Herbert: Zur Funktionentheorie mehrerer Veränderlichen. Über den Satz von Hammerstein. Math. Ann. 127, 175—180 (1954).

Im Jahre 1939 veröffentlichten H. Behnke und K. Stein eine Arbeit, in der sie den Begriff der holomorphen Ausdehnung von Holomorphiegebieten G auf umfassende Holomorphiegebiete $\tilde{G}$ einführten. Sie zeigten, daß die holomorphen Funktionen von G durch in $\tilde{G}$ holomorphe Funktionen approximiert werden können, wenn eine solche Ausdehnung möglich ist. Dadurch gewann ein Satz von A. Hammerstein erneutes Interesse, in dem eine Aussage über die Approximierbarkeit der quadratintegrierbaren holomorphen Funktionen gewisser schlichter Gebiete G des Raumes von n komplexen Veränderlichen durch Polynome gemacht wird. Dem Verf. der vorliegenden Arbeit gelingt es, diesen Satz im Anschluß an die Ergebnisse von H. Behnke und K. Stein zu beweisen. Hierbei braucht er nicht, wie es bei dem älteren Hammersteinschen Beweise notwendig ist, den Satz auf die Klasse der in G quadratintegrierbaren holomorphen Funktionen zu beschränken. — Die Durchführung der Beweise in der vorliegenden Arbeit scheint dem Ref. an manchen Stellen etwas ungenau zu sein.

H. Grauert.

Thimm, Walter: Untersuchungen über ausgeartete meromorphe Abbildungen. Math. Ann. 127, 150—161 (1954).

Verf. setzt seine in früheren Arbeiten (dies. Zbl. 48, 62; 51, 64) begonnenen Untersuchungen über meromorphe Abbildungen analytischer Mengen fort. Es sei $m_\kappa(p)$ ($\kappa = 1, \dots, k$) ein System meromorpher Funktionen auf einer irreduziblen, $2s$ -dimensionalen analytischen Menge M des C^n ; sei N die Menge derjenigen Punkte von M , in denen wenigstens ein m_κ unbestimmt wird. Durch $t_\kappa = m_\kappa(p)$ wird eine analytische Abbildung T von $M - N$ in das Produkt $C_k^t =$