Werk

Titel: Theoretische Physik

Ort: Berlin

Jahr: 1959

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?245319514_0049|log80

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

info@digizeitschriften.de

pour des espaces fibrés (supposés des polyèdres finis) à une suite spectrale analogue à celle de Leray. L'A. retrouve des théorèmes de Gysin, Thom, Chern-Spanier et Wang, lorsque la fibre ou la base a même homologie qu'une sphère. En étendant à un produit entre classes d'homologie l'application dans un espace fibré du produit topologique de la fibre par l'espace fibré principal associé („principal map"), l'A. établit quelques relations entre l'homologie d'un espace fibré et de l'espace fibré principal associé, ainsi que certaines propriétés de l'homologie des espaces fibrés principaux. *G. Hirsch.*

Chern, Shiing-shen: Differential geometry of fiber bundles. Proc. Internat. Congr. Math. (Cambridge, Mass., Aug. 30—Sept. 6, 1950) **2**, 397—411 (1952).

Exposé d'ensemble de la notion de connexion sur une variété différentiable, interprétée dans le cadre de la théorie des espaces fibrés. Le groupe de structure G est supposé groupe de Lie connexe, l'espace de base X étant compact. Une connexion sera donnée par des formes différentielles linéaires, à valeurs dans l'algèbre de Lie de G. L'A. étudie spécialement les relations entre les propriétés de la connexion et celles de l'espace fibré. La connexion détermine (par son tenseur de courbure) un homomorphisme h de l'anneau des polynomes invariants $I(G)$ dans l'anneau de cohomologie (à coefficients réels) $H(X)$ de l'espace de base. D'après un théorème de Weil, h ne dépend pas du choix de la connexion. — Un espace fibré de base X_0 est dit universel (pour les espaces fibrés de base X, la fibre et le groupe étant donnés) si tout espace fibré au-dessus de X est induit (à une équivalence près) par des applications de X en X_0, et si l'homotopie des applications correspond à l'équivalence des espaces induits, et réciproquement. L'application de X en X_0 détermine l'homorphisme caractéristique (attaché à l'espace fibré donné sur X) h' de $H(X_0)$ en $H(X)$. Deux espaces fibrés universels jusqu'à la dimension n ont des anneaux de cohomologie isomorphes jusqu'à cette dimension, et l'homomorphisme caractéristique ne dépend pas de l'espace fibré universel choisi. Un espace fibré universel pour tout espace de dim $\leq n$ est construit (comme espace homogène d'un groupe de rotations) au moyen du sous-groupe compact maximal G_1 de G. L'homomorphisme h_0 de $I(G_1)$ dans $H(X_0)$ étant un isomorphisme sur, h' peut être considéré comme homomorphisme de $I(G_1)$ en $H(X)$. h' (défini indépendamment de toute connexion) coïncide avec h [à une application canonique de $I(G)$ en $I(G_1)$ près]. — L'A. traite en détail quelques exemples. Dans le cas où G est un groupe de rotations (la connexion généralisant par exemple le parallélisme de Levi-Civita), les classes caractéristiques sont liées aux classes de Stiefel-Whitney. Dans le cas où G est le groupe unitaire, ces classes sont les „classes de Chern", analogues aux classes de Stiefel-Whitney. *G. Hirsch.*

Tutte, W. T.: The factors of graphs. Canadian J. Math. **4**, 314—328 (1952).

The degree $d_G(A)$ of a vertex A of a graph G is the number of edges of G which have A as an end. G is said to be locally finite if $d_G(A)$ is finite for every vertex A of G. A subgraph of G containing all the vertices of G is called a restriction of G. A graph is said to be regular of order n if the degree of each of its vertices is n. An n-factor of a graph G is a restriction of G which is regular of order n. — In previous papers (this Zbl. **29**, 233; **36**, 391) the author has given a necessary and sufficient condition that a given locally finite graph shall have a 1-factor. In the present paper, far more generally, he establishes a necessary and sufficient condition that G shall have a restriction H such that $d_H(A) = f(A)$ for each vertex A of G, $f(A)$ being an arbitrarily prescribed function defined over the set of all vertices A of G and taking positive integral values. In the case $f(A) = 1$ for all A the author shows that this condition yields his older criterion mentioned above for the existence of a 1-factor. This is attained by proving a necessary and sufficient condition for the f-solubility of G. G is said to be f-soluble if it is possible to associate with each edge x of G a non-negative integer $h(x)$ so that for each vertex A of G the sum of the numbers $h(x)$, taken over all edges x of G having A as an end, is $f(A)$. *T. Szele.*

Theoretische Physik.

Perucca, Eligio: Fusione dei sistemi MKSA razionalizzato e non razionalizzato. Rend. Sem. mat. fis. Milano **22**, 176—186 (1952).

● **Freudenthal, Hans: Einführung in das Denken von A. Einstein.** (Serie „Hoofdfiguren van het menselijk denken". Nr. 8.) Assen: Uitgeverij Born N. V. 1952. 54 p. f 1,45 [Holländisch].

Verf. führt in dieser kurzen Schrift in das Denken Einsteins ein und erläutert hierin die bedeutendsten Entdeckungen dieses großen Naturforschers. Nach einer biographischen Einleitung werden erörtert: die Einstein-Bose-Statistik, Einsteins

Lichtquantentheorie und die spezielle und allgemeine Relativitätstheorie Einsteins. Gedanken von Einstein über kosmologische und philosophische Fragen beschließen das interessante Büchlein. *H. Falkenhagen.*

● **Poirier, R.: Logique et modalité du point de vue organique et physique.** (Actualités sci. industr. no. 1163.) Paris: Hermann & Cie. 1952. 113 p. fr. 600.

Groenewold, H. J.: Information in quantum measurements. Nederl. Akad. Wet., Proc., Ser. B **55**, 219—227 (1952).

Die formale statistische Deutung der Quantentheorie wird auf Serien von aufeinanderfolgenden Messungen angewandt. Diese bilden eine „Markoffsche Kette". Die statistische Unbestimmtheit eines quantenmechanischen Systems läßt sich durch eine „Entropie" beschreiben. Sie wächst bei Ausführung einer Messung ohne Ablesung und vermindert sich bei Entnahme des Ergebnisses aus der Meßapparatur (diese Entropie hat aber nach Meinung des Ref. keinerlei physikalische Bedeutung, denn die Tatsache der Ausführung einer Messung wird makroskopisch fixiert, ganz unabhängig davon, ob man abgelesen hat oder nicht). *H. Kümmel.*

Donder, Th. De: A toute mécanique ondulatoire correspond une mécanique statistique. Acad. Roy. Belgique, Bull. Cl. Sci., V. Sér. **38**, 1125—1128 (1952).

Aržanych, T. S.: Eine Integraldarstellung des Feldvektors. Doklady Akad. Nauk SSSR, n. Ser. **85**, 55—58 (1952) [Russisch].

Bei der Lösung von Randwertaufgaben partieller Differentialgleichungen spielen die Formeln von Green eine wichtige Rolle. Verf. stellt Formeln dieses Typs zur Lösung von Aufgaben aus der Hydrodynamik, Elastizitätslehre und Elektrizitätslehre auf, wenn Quellen und Wirbel des Feldes vorgegeben sind: $\operatorname{rot}\mathfrak{v} = \vec{\Omega}$, $\operatorname{div}\mathfrak{v} = \theta$. Der Feldvektor $\mathfrak{v}$ läßt sich im Falle der äußeren Aufgabe, wenn er im Sinne von Ignatowski-Sommerfeld regulär ist, mit Hilfe der Fundamentallösung $\varphi(p, q\,|\,\lambda)$ der Gleichung $\Delta^2\varphi = \lambda^2\varphi$ darstellen. Ist $\mathfrak{n}$ die äußere Normale zur Grenzfläche S, so hat der Feldvektor die Form

$$2\pi\mathfrak{v} = \lambda^2 \int \varphi\,\mathfrak{v}\,dq + \operatorname{grad}\left(\oint \varphi(\mathfrak{n}\,\mathfrak{v})\,ds - \int \varphi\,\theta\,dq\right) + \operatorname{rot}\left(\int \varphi\,\vec{\Omega}\,dq - \oint \varphi\,[\mathfrak{n}\,\mathfrak{v}]\,ds\right).$$

In der Tat gelten die Beziehungen $\operatorname{rot}\int \varphi\,\mathfrak{v}\,dq = \int \varphi\,\vec{\Omega}\,dq - \oint \varphi\,[\mathfrak{n}\,\mathfrak{v}]\,ds$, $\operatorname{div}\int \varphi\,\mathfrak{v}\,dq = \int \varphi\,\theta\,dq - \int \varphi\,(\mathfrak{n}\,\mathfrak{v})\,ds$, $(\operatorname{grad}\operatorname{div} - \operatorname{rot}\operatorname{rot} - \lambda^2)\int \varphi\,\mathfrak{v}\,dq = -4\pi\,\mathfrak{v}(p)$. Für Anwendungen spielen nun die Integralgleichungen eine wichtige Rolle, die den Vektor $\mathfrak{v}$ der ersten und zweiten Randwertaufgabe bestimmen. Und zwar genügt der Vektor $\mathfrak{v}$ der ersten Aufgabe der Integralgleichung: $4\pi\,\mathfrak{v}(p) = \mathfrak{v}_1 + \int K_1(p, q, |\lambda)\,\mathfrak{v}(q)\,dq$, $\mathfrak{v}_1 = -\nabla_p \int \Gamma\theta\,dq + \operatorname{rot}_p\left(\int \varphi\,\vec{\Omega}\,dq - \oint \varphi\,[\mathfrak{n}\,\mathfrak{v}]\,ds\right)$, $K_1 = \lambda^2\varphi\,I - (\{\nabla_p \cdot \nabla_q\} - \{\nabla_p \times \nabla_q\})\,G$, während für die zweite Aufgabe $4\pi\,\mathfrak{v}(p) = \mathfrak{v}_2 + \int K_2(p, q\,|\,\lambda)\,\mathfrak{v}(q)\,dq$, $\mathfrak{v}_2 = -\nabla_p\left(\int \varphi\,\theta\,dq - \oint \varphi\,(\mathfrak{n}\,\mathfrak{v})\,ds\right) + \operatorname{rot}_p \int \Gamma\vec{\Omega}\,dq$, $K_2 = (\lambda^2\varphi - (\nabla_p \nabla_q)\,G)\,I + \{\nabla_p \cdot \nabla_q\}\,G$, gilt. Es ist dabei $\Gamma(p, q\,|\,\lambda) = \varphi + G$, $\nabla^2 G = \lambda^2 G$, $G(p, s, \lambda) = -\varphi(p, s, \lambda)$. Es folgen noch einige Anwendungen dieser Gleichungen auf Probleme der Hydrodynamik, der Elastizitätstheorie und Elektrodynamik. *H. Falkenhagen-G. Kelbg.*

Gröbner, W.: Über einige nichtlineare Probleme der mathematischen Physik. S.-Ber. Berliner math. Ges. **1951/52**, 3—7 (1952).

Nichtlineare Probleme der mathematischen Physik lassen sich oft dadurch mit Vorteil behandeln, daß man als Ausgangspunkt ein geeignetes Variationsprinzip nimmt und dann die Aufgabe mit Hilfe der direkten Methoden der Variationsrechnung angenahert löst. Verf. führt hierzu drei Beispiele vor. Es sind dies die Schwingungen eines Seils, wo das Variationsproblem vermöge des Hamiltonschen Prinzips aufgestellt und Näherungen der Lösung des Problems angegeben werden. Als zweites Beispiel wird die ebene Potentialströmung einer kompressiblen Flussigkeit behandelt, deren Differentialgleichung sich als Euler-Lagrangesche Differentialgleichung eines Variationsproblems darstellen läßt. [Vgl. H. Bateman, Proc. Roy. Soc. London, Ser. A **125**, 598—618 (1929); G. Braun, dies. Zbl. **6**, 61; E. Hölder, dies. Zbl. **38**, 114.] Die direkte Behandlung des Variationsproblems vermeidet hier die Schwierigkeiten, die davon herrühren, daß die Differentialgleichung vom elliptischen oder hyperbolischen Typus ist, je nachdem die Geschwindigkeit unter oder über der Schallgeschwindigkeit liegt. Das dritte Beispiel bringt Untersuchungen über Oberflächenwellen in einem Kanal. Auch hier läßt sich nach vereinfachenden Annahmen vermöge des Hamiltonschen Prinzips ein Variationsproblem aufstellen, aus welchem auf direktem Wege Näherungslösungen gewonnen werden können. (Vgl. W. Gröbner, dies. Zbl. **43**, 408.) *W. Quade.*

Mechanik:

Froda, Alexandru: Sur les fondements de la mécanique des mouvements réalisables du point matériel. Acad. Republ. popul. Române, Studii Cerc. mat. **3**, 321—356 u. russ. u. französ. Zusammenfassg. 356—360, 360—365 (1952) [Rumänisch].

L'A. tâche de se soustraire aux postulats d'existence de la vitesse et de l'accélération, nécessaires à la construction newtonienne de la mécanique et qui ne sont pas susceptibles d'une vérification expérimentale immédiate. En partant de l'hypothèse de continuité du mouvement il remplace les dits postulats par d'autres, en gardant la loi fondamentale de Newton $\bar{F} = m\,\bar{a}$ (F = la force, m = la masse, $\bar{a}$ = l'accélération du point matériel) au cas où l'accélération existe (mouvement régulier). En plus, on introduit deux autres postulats que l'A. estime conformes à l'expérience, à savoir: a) on peut approcher un mouvement réalisable par des mouvements réguliers tels que la force ne dépasse pas une limite finie, convenable; b) la force d'un mouvement réalisable ne peut changer de direction une infinité de fois dans un intervalle fini de temps. En vertu de ces postulats l'A. démontre que tout mouvement réalisable est un mouvement régulier ou une succession de mouvements réguliers. *V. Vâlcovici.*

Gallissot, François: Sur une méthode universelle de formation des équations du mouvement des systèmes matériels. C. r. Acad. Sci., Paris **234**, 2148—2150 (1952).

L'A. présente les équations du mouvement du point ou d'un système comme les équations associées à une forme extérieure de Cartan. Pour le cas d'un seul point de masse m la forme correspondante est

$$\omega = m\,k_{ij}\,dv^i \wedge dx^j - [m\,k_{ij}\,v^i\,dv^j - k_{ij}\,X^i\,dx^j] \wedge dt,$$

k_{ij} = symbole de Kronecker. Pour un système S elle sera

$$\Omega = \int_S k_{ij}\left[dv^i \wedge dx^j\,\delta m\right] - \left[\int_S k_{ij}\,v^i\,dv^j\,\delta m\right] \wedge dt + \left[\int_S d\overline{OM}\,\delta\bar{F}\right] \wedge dt$$

les intégrales étant prises au sens de Radon. En donnant ensuite une définition générale de la liaison non holonome, l'A. établit la forme qui correspond au mouvement d'un système paramétrique à p liaisons ainsi que les équations qu'il faut adjoindre aux équations associées. *V. Vâlcovici.*

Gallissot, François: Sur l'origine des impossibilités et des indéterminations dues aux liaisons. C. r. Acad. Sci., Paris **235**, 937—939 (1952).

Dans une note antérieure (v. rapport precéd.) l'A. avait mis les équations du mouvement d'un point matériel de masse m) sous la forme des équations associées à une certaine forme extérieure (Cartan)

$$\omega = m\,k_{ij}\,dv^i \wedge dx^j - [m\,k_{ij}\,v^i\,dv^j - k_{ij}\,X_i\,dx^j] \wedge dt,$$

k_{ij} = symbole de Kronecker; en outre, notations évidentes dans la symbolique employée par Bourbaki. En étendant cela au cas d'un système S matériel à n degrés de liberté (p_i, q^i) astreint à p liaisons $a^h(p_i, q^i, t) = 0$ avec la puissance $P = \lambda_h\,l_i^h\,\dot{q}^i$, l_i^h connus a priori, l'A. montre que le système S peut présenter 2^p eventualités au plus et que les conditions initiales ne déterminent un mouvement unique que si tous les mineurs diagonaux extraits de la matrice $\|A\|\cdot\|L\|$ sont positifs; on a mis $\|A\| = \|\partial a^h/\partial r_i\|$, $\|L\| = \|l_i^h\|$. L'unicité est ainsi assurée dans le cas des liaisons du type d'Appell (entre autres, liaisons linéairement non holonomes).
V. Vâlcovici.

Gallissot, François: Sur la discussion des éventualités dans la dynamique des solides en contact ponctuel avec frottement dans le cas où certaines vitesses de glissement sont nulles à l'instant initial. C. r. Acad. Sci., Paris **235**, 1471—1472 (1952).

L'A. applique les résultats énoncés dans une Note antérieure (v. rapport precéd.) au cas des solides en contact ponctuel avec frottement dépendant de $2n$ paramètres et ayant p contacts entre eux. S'il y a roulement sans glissement les liaisons corres-

pondantes sont de puissance nulle $P_1 = X^h u^h$, $P_2 = Y^h v^h$, $P_3 = Z^h w^h$; u, v, w étant les composantes de la vitesse de la molécule en contact. Les $3p$ équations de mouvement en tenant compte des glissements naissants seront en état de déterminer les Z^h en fonction des angles σ_h, ceux-ci en fonction de t ainsi que la vitesse radiale ϱ^h si l'on a $Z^h > 0$. *V. Vâlcovici.*

Gale, David: An indeterminate problem in classical mechanics. Amer. math. Monthly **59**, 291—295 (1952).

Une expérience en mécanique classique conduit à un résultat „indéterminé, si en la reproduisant l'on obtient des résultats différents. — Soient des expériences de chocs dans un mouvement rectiligne; l'on désigne par m_i la masse de la balle (i), u_i, v_i ses vitesses, avant et après le choc $(i = 1, 2, \ldots)$. — L'on considére le cas où $m_1 = m_2 = m_3 = 1$, $u_1 = 1$, $u_2 = u_3 = 0$; il y a constance de la quantité de mouvement et de l'énergie:

$$\text{(a)}\ v_1 + v_2 + v_3 = 1, \quad \text{(b)}\ v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 = 1, \quad \text{(c)}\ v_1 \leq v_2 \leq v_3,$$

(aucune balle ne dépasse l'autre) et l'on obtient la solution effective $v_1 = v_2 = 0$, $v_3 = 1$, mais une autre possibilité serait, par exemple, $v_1 = -1/3$, $v_2 = 2/3$, $v_3 = 2/3$. — L'on pourrait essayer d'expliquer cela par un argument de continuité. En supposant les balles à distance d finie et les chocs successifs, l'on prendrait la limite pour $d \to 0$. La limite existe, mais si les balles avaient des vitesse ou des masses différentes, l'argument de continuité serait en défaut et l'A. tente de nous convaincre, par des exemples, traités selon les méthodes classiques que le résultat expérimental serait indéterminé. Il me soit permis de formuler l'objection suivante: Même si expérimentalement l'apparition de résultats bien distincts ne saurait être toujours atribuée à des conditions initiales, que la technique expérimentale permette actuellement de distinguer, l'on se trouverait dans un cas analogue à tant d'autres cas classiques d'instabilité, où l'expérience met en évidence des mouvements bien différents se produisant sous des conditions initiales indistinctes et en réalité très rapprochées. *A. Froda.*

Stoppelli, Francesco: Un'osservazione sull'applicabilità del principio dell'effetto giroscopico ai sistemi di solidi mutuamente vincolati. Ricerche Mat. **1**, 20—26 (1952).

Con un esempio opportuno, l'A. dimostra la non applicabilità del principio dell'effetto giroscopico ad un solido che faccia parte di un sistema di solidi mutuamente vincolati. Cioè, se al solido si imprime una rapida rotazione iniziale, con velocità angolare r_0, intorno ad un asse principale d'inerzia, individuato dal versore $\bar{k}$, e a cui compete un momento d'inerzia C massimo o minimo, non si può dedurre il moto del solido stesso, a meno di termini in $1/r_0$ dall'equazione: $C\, r_0\, d\bar{k}/dt = \bar{M} + \bar{M}'$, dove $\bar{M}$ ed $\bar{M}'$ sono rispettivamente i momenti delle forze e delle reazioni vincolori rispetto al baricentro. *D. Graffi.*

Agostinelli, Cataldo: Sul moto di rotolamento su un piano orizzontale di una sfera pesante a struttura giroscopica rispetto a un diametro. Rivista Mat. Univ. Parma **3**, 327—338 (1952).

L'A. considera il moto di rotolamento su un piano orizzontale, di una sfera pesante non omogenea, ma con baricentro nel suo centro geometrico. Dimostra che il moto della sfera può determinarsi, mediante quadrature, se il momento della quantità di moto rispetto al punto di contatto col piano è verticale, oppure se la sfera è a struttura giroscopica rispetto ad un suo diametro. *D. Graffi.*

Signorini, Antonio: Sopra un particolare tipo di moti rigidi sferici. Rivista Mat. Univ., Parma **3**, 307—316 (1952).

Considerato un solido S, di massa m, baricentro G, e un piano qualunque ε, in cui G si proietta ortogonalmente in G_ε, l'A. ha definito (cfr. Signorini, Meccanica razionale, Vol. I, Roma 1952, pagg. 287—291, questo Zbl. 48, 418) una ellisse centrale, nel piano ε, una ellisse e_ε omotetica rispetto a G_ε (e con opportuno rapporto di omotetia) all'intersezione di ε con l'ellissoide di inerzia relativo a G. Richiamate alcune proprietà di e_ε e supposto poi il solido fissato in un punto O diverso da G, l'A. indica varie proprietà dei moti (che comprendono quelli studiati da Hess) per cui resta fisso, rispetto ad S, l'antipolo A, dell'asse istantaneo di rotazione a, relativo all'ellisse centrale del piano definito da a e G. Tali moti sussistono sotto le seguenti condizioni: a) i punti O, G, A sono allineati (A da parte opposta di O ri-

spetto a G); b) la retta OG normale ad un piano ciclico dell'ellissoide reciproco all'ellissoide centrale di inerzia; c) è nullo, in ogni istante, il momento della quantità di moto rispetto alla retta OG. *D. Graffi.*

Reeves, Roy F.: Force fields in which centres of gravity can be defined. Iowa State College, J. Sci. **26,** 271—273 (1952) (Abstract of a Thesis).

Haimovici, Adolf: Contributions à la mécanique du point de masse variable. Acad. Republ. popul. Române, Bul. Şti., Secţ. Şti. Mat. Fiz **4,** 61—67, russische und französ. Zusammenfassgn. 67, 68 (1952) [Rumänisch].

Verf. befaßt sich mit der Behandlung der Bewegungsgleichung eines materiellen Punktes im Falle, daß die Masse eine bekannte Funktion der Zeit und des Ortes ist. Die räumliche Abhängigkeit der Masse wird mittels einer Skalarfunktion $u^3 = \varphi(x^1, x^2, x^3)$ markiert und die Bewegungsgleichung in krummlinigen Koordinaten u^1, u^2, u^3 aufgestellt, in dem die Linien u^1, u^2 auf den Flächen u^3 angenommen werden. Die so erhaltenen Gleichungen werden hinterher in drei verschiedenen speziellen Fällen behandelt. *V. Vâlcovici.*

Manacorda, Tristano: Il moto di un corpo di massa variabile. Rivista Mat. Univ. Parma **3,** 361—373 (1952).

L'A. stabilisce, in forma molto generale le equazioni cardinali della dinamica per un sistema materiale continuo con massa variabile. Considera poi il caso particolare dei corpi rigidi e determina infine il moto di un razzo nel vuoto. *D. Graffi.*

Béda, Gyula: Un problème de trajectoire dans le cas de soulèvement de charge moyennant une grue. Publ. Inst. Math. appl. Acad. Sci. Hongrie **1,** 295—301 u. russ. u. französ. Zusammenfassg. 302 (1952) [Ungarisch].

Le problème à résoudre est d'établir la voie parcourue par la charge dans le cas de mouvement de grue, et de trouver sur cette voie les valeurs extrêmes, les inflexions, etc. Les illustrations montrent les diverses formes de trajectoire possibles entre lesquelles c'est particulièrement la forme singulière de la courbe $G = H$ (hauteur de la poulie de suspension de la charge est égale au longueur du levier de la grue) qui est digne d'attention, et montrent en outre les méthodes de construction de la courbe, respectivement de la détermination de l'endroit de valeur extrême. Autoreferat.

Ueno, Yoshio: Deflection of a cord in a uniform flow. J. Sci. Hiroshima Univ., Ser. A. **14,** 38—43 (1948).

Ein Faden ist an einem Ende befestigt und tragt am anderen Ende ein Gewicht. Gesucht ist die Form des Fadens, wenn er in eine gleichmäßig strömende Flüssigkeit eintaucht. Infolge Vernachlässigbarkeit des Biegewiderstandes tritt als innere Kraft lediglich die tangential gerichtete Fadenzugkraft auf. Für die von der Flüssigkeit auf den Faden ausgeübten Kräfte werden Ansätze benutzt, die sich mit den experimentellen Ergebnissen von Diehl (Engineering Aerodynamics **1940**, S. 280) im Einklang befinden. Durch Integration der statischen Gleichgewichtsbedingungen berechnet Verf. Form und Zugkraft des Fadens in Abhängigkeit von den benutzten Parametern. *H. Neuber.*

Moiseev, N. N.: Über zwei mit Flüssigkeit gefüllte Pendel. Priklad. Mat. Mech. **16,** 671—678 (1952) [Russisch].

L'A. étudie le système formé d'un solide mobile sans frottement autour d'un axe horizontal et d'une masse de liquide parfait, pesant, à surface libre, mobile dans une cavité du solide. Les équations du mouvement qu'il forme peuvent être intégrées par la méthode des séries généralisées de Fourier. Les résultats sont assez simples pour se prêter aux applications numériques. On peut aussi étudier le phénomène avec d'autres modes de suspension du solide (p. ex. le solide peut effectuer des mouvements de translation circulaire dans le plan vertical). Le contrôle expérimental a apporté une brillante confirmation de la théorie. *J. Kravtchenko.*

Cartwright, M. L.: Nonlinear vibrations: A chapter in mathematical history. Math. Gaz. **36,** 81—88 (1952).

In einem Anfang 1952 an die Math. Association gerichteten Aufruf, der hier

wiedergegeben ist, spricht Verf. über die Geschichte der Forschungen über nichtlineare Schwingungen, wobei sie u. a. auf die Arbeiten von Duffing, van der Pol, Appleton, Mandelstam, Papalexi, Krylov, Bogoljubov, Liénard, Levinson, Littlewood und ihre eigenen Untersuchungen eingeht.

U. T. Bödewadt.

Popovici, C.: Stabilité pondérée. Acad. Republ. popul. Române, Bul. Ştiinţ., Secţ. Ştiinţ. Mat. Fiz. **4**, 243—259, russische und französ. Zusammenfassgn. 259—260, 260—261 (1952) [Rumänisch].

En considérant le sytème $dx_i/dt = v_i(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, $i = 1, 2, \ldots, n$, l'A. désigne par „stabilité pondérée" le cas où il y aurait une ou plusieurs poches dans le voisinage d'une position d'équilibre, telle que tout mobile contenu au moment initial dans une quelconque de ces poches, n'en sort pas ultérieurement, la position d'équilibre tout en étant instable au sens commun du mot. Quelques exemples particuliers caractéristiques sont ensuite étudiés. *V. Vâlcovici.*

Metelicyn, I. I.: Stabilität der Bewegung eines Automobils. Ukrain. mat. Žurn. **4**, 323—338 (1952) [Russisch].

Masotti, Arnaldo: Linea indicatrice della equazione del centro nei moti kepleriani. Ist. Lombardo Sci. Lett., Rend., Cl. Sci. mat. natur. **85**, 65—81 (1952).

Der geometrische Ort der Schnittpunkte H des Halbstrahls vom Brennpunkt S der Keplerellipse zum Planetenort P und des Halbstrahls vom Ellipsenmittelpunkt O unter einem Winkel M (mittlere Anomalie) gegen die Apsidenlinie wird Indikatrix (φ) der Mittelpunktgleichung genannt, da der Winkel OHS gleich der Differenz von wahrer und mittlerer Anomalie ($V - M$) ist. Eine analoge elementargeometrische Deutung kann auch der Differenz $V - E$ (E exzentrische Anomalie) gegeben werden. Einige Eigenschaften dieser Kurven werden erörtert. *H. Bucerius.*

Masotti, Arnaldo: Sui valori medi delle potenze del raggio vettore nei moti kepleriani. Ist. Lombardo Sci. Lett., Rend., Cl. Sci. mat. natur. **85**, 273—277 (1952).

Für positive und negative Potenzen des Radiusvektors in der periodischen Zweikörperbewegung werden die nach den drei Anomalien gebildeten Mittelwerte für einen Umlauf miteinander verglichen. *H. Bucerius.*

Vernic, Radovan: Bahnen des restringierten Dreikörperproblems, dargestellt im Inertialsystem. Südslav. Akad. Wiss. Künste, Abh. Abt. math. phys. techn. Wiss. **1**, 81—113 und deutsche Zusammenfassg. 114—123 (1952) [Serbo-kroatisch].

Die von der Kopenhagener Schule unter E. Strömgren durch numerische Integration berechneten Bahnen des restringierten Dreikörperproblems (Spezialfall mit zwei gleichen endlichen Massen) beziehen sich auf das mitrotierende ξ, η-Koordinatensystem, in dem die beiden endlichen Massen in den Punkten $\xi = \pm 1$, $\eta = 0$ ruhen. Verf. zeigt, daß im allgemeinen die Bahnformen im mitrotierenden System mit ihren geometrischen Eigenschaften (Periodizität, Geschlossenheit, Schleifen, Spitzen usw.) nicht für das allgemeine Dreikörperproblem repräsentativ sind, sondern durch die spezielle Wahl des Koordinatensystems mitbestimmt werden. Erst der Übergang auf das Inertialsystem, der in der vorliegenden Arbeit für eine Auswahl von Strömgrenschen Bahnen numerisch und graphisch durchgeführt worden ist, erlaubt es, die repräsentativen von den vorgetäuschten Bahneigenschaften zu trennen. So bleiben von den periodischen Bahnen beim Übergang auf das Intertialsystem nur diejenigen periodisch, bei denen entweder die mittleren Bewegungen der endlichen und der infinitesimalen Masse kommensurabel sind oder bei denen die infinitesimale Masse lineare Oszillationen auf der Verbindungsgeraden der endlichen Massen ausführt. Von den Spitzen gewisser Bahnen bleiben nur diejenigen invariant, die bei Zusammenstößen (Ejektionsbahnen) entstehen. Es ist daher verständlich, daß die tieferen Gründe für die Invarianz geometrischer und kinematischer Bahnformen erst vom Standpunkt der Uniformisierungstheorie des Dreikörperproblems sichtbar werden. *K. Stumpff.*

Lemaitre, G.: Coordonnées symétriques dans le problème des trois corps (suite). Acad. Roy. Belgique, Bull. Cl. Sci., V. Sér. **38**, 1218—1234 (1952).

It is shown that the regularization of the double collisions of the problem of three bodies discussed in a previous paper (this Zbl. 48, 177) may be done by a certain conformal transformation. The hamiltonian is given explicitely in terms of the new variables. *M. M. Peixoto.*

Eckel, Karl: Beziehungen zwischen den Störungskoeffizienten der ballistischen Störungsrechnung. Z. angew. Math. Phys. **3**, 309—312 (1952).

Die Änderung der Flugbahnvariabeln infolge Änderungen der Flugbahnparameter können aus einem System linearer Gleichungen mit Störungskoeffizienten berechnet werden. Die Störungskoeffizienten werden durch Integration von Systemen linearer Differentialgleichungen 1. Ordnung (Störungsgleichungen) ermittelt. Verf. leitet in Ergänzung der Arbeit von Stanke durch Taylor-Entwicklung der Störungen um den Koordinatenursprungspunkt eine weitere einfache Beziehung zwischen den Störungskoeffizienten ab, mittels welcher in Verbindung mit den erweiterten Darrieusschen Formeln alle Koeffizienten praktisch zu berechnen sind. *K. Karas.*

Elastizität. Plastizität:

● **Sechler, Ernest E.: Elasticity in engineering.** New York: John Wiley & Sons 1952. 419 p. $ 8,50.

Wasiutyński, Z: Sur l'hypothèse de Jacques Bernoulli. Arch. Mech. stosow. **4**, 93—102 u. französ. Zusammenfassg. 102—103 (1952) [Polnisch].

Davin, Marcel: Sur la stabilité et la courbe intrinsèque. C. r. Acad. Sci., Paris **235**, 691—693 (1952).

Ausgehend von der Cauchyschen Hypothese, die den Zusammenhalt eines festen Stoffes durch radiale Gegenwirkungen zwischen einzelnen Massenpunkten erklärt, wird der Ausdruck für das elastische Potential hergeleitet. Unter Anwendung des Indifferenzkriteriums werden dann Betrachtungen über Erscheinungen angeschlossen, die für die Deformation und den Bruch verschiedener Werkstoffe charakteristisch sind. *A. Kromm.*

Cattaneo, Carlo: Sulla statica dei fili perfettamente flessibili resistenti a torsione. Ist. Lombardo Sci. Lett., Rend., Cl. Sci. mat. natur. **85**, 27—46 (1952).

Gleichungen für einen Faden ohne Biegungswiderstand, aber mit Widerstand gegen Torsion, in Vektorform, rechtwinkligen und natürlichen, sowie beliebigen Koordinaten. Beispiele: Faden auf krummer Fläche. Nur allgemeine Resultate, da Abhängigkeit des Torsionswiderstandes von seinen Merkmalen fehlt. Daher vier Abhängige bei drei Gleichungen. *G. Hamel.*

Inan, Mustafa: Elastic stability of a cylindrical strip subjected to simple bending. Bull. techn. Univ. Istanbul **5**, 1—12 (1952) u. türkische Zusammenfassg. 1.

Verf. untersucht das Durchschlagen eines zylindrischen Streifens, der durch Biegemomente an den gekrümmten Enden beansprucht wird. Für das kritische Biegemoment M_k wird eine Formel abgeleitet, die lautet: $M_k = \text{const}\, E\, t^2\, f^2/b\, (1-\nu^2)^{1/2}$, wo E den Elastizitätsmodul, ν die Querdehnungszahl, t die Wanddicke, b die Breite und f die Pfeilhöhe des Streifens bedeuten. [Bei der Einführung des Wertes p aus Gl. (7) wäre die Benutzung von Gl. (1) statt Gl. (2) zu empfehlen, zumal da Gl. (2) einen Druckfehler enthält (t statt d im Integranden). Bem. des Ref.] Der Vergleich eines Versuches mit der Theorie zeigt angeblich gute Übereinstimmung zwischen errechneten und experimentell ermittelten Werten. Dabei ist weiter zu bemerken, daß die beim Versuch durch eine Einzellast hervorgerufene nicht der theoretisch angenommenen, konstanten Momentenverteilung über die ganze Streifenlänge entspricht. *R. Gran Olsson.*

Peter, Lesky: Determinazione degli stati di tensione piana in un cilindro elastico a sezioni ellittiche. Ann. Scuola norm. sup. Pisa, Sci. fis. mat., III. Ser. **6**, 255—267 (1952).

L'A. determina l'espressione degli sforzi all'interno di un cilindro elastico, retto, a sezioni ellittiche, con stati di tensione piana, supponendo nota la componente normale dello sforzo alla frontiera. Fondandosi su uno studio di A. Ghizzetti (questo Zbl. **39**, 199) il problema viene ricondotto alla determinazione di tre costanti e di una funzione armonica in due variabili definita nell'interno dell'ellisse, essendo assegnata sulla frontiera la derivata secondo una direzione prescritta. È notevole il procedimento usato dall'A. nel calcolo dei coefficienti di Fourier della predetta funzione armonica, considerata sulle ellissi omofocali all'ellisse considerata.

C. Pucci.

Chatiašvili, G. M.: Zur Frage der Deformation eines zylindrischen, zusammengesetzten Balkens mit belasteter Seitenfläche. Soobščenija Akad. Nauk Gruzinskoj SSR **13**, 335—341 (1952) [Russisch].

Gegenstand dieser Arbeit ist die Spannungsverteilung in einem aus einer Anzahl zylindrischer Stäbe und einem elastischen Zwischenmedium mit ebenfalls zylindrischer Begrenzung bestehenden Körper. Bei durchweg gleicher Querdehnungszahl dürfen die Elastizitätsmoduli sämtlicher Einzelkörper verschieden sein. Der Körper sei in $z = 0$ eingespannt, in $z = 1$ spannungsfrei. Die normale und die tangentialen Belastungen des äußeren zur z-Achse parallelen Zylindermantels seien beliebige Funktionen von x und y. Die Gleichgewichts- und Verträglichkeitsbedingungen lassen sich dann durch ein Spannungssystem befriedigen, das von drei harmonischen und einer biharmonischen Spannungsfunktion von x und y bestimmt ist. Unter Heranziehung der Methode von Muschelišvili zur Darstellung dieser letzteren Funktion formuliert zum Schluß der Verf. die zu erfüllenden Grenz- und Übergangsbedingungen auf den Zylindermänteln sämtlicher Bestandteile des Körpers. Sonderprobleme werden nicht behandelt.

S. Woinowsky-Krieger.

Tungl, E.: Anschluß von Stäben mit ⊏-Querschnitt. Österreich. Akad. Wiss., math.-naturw. Kl., S.-Ber., Abt. IIa **161**, 235—244 (1952).

Zur Klärung der Krafteinleitungsvorgänge beim Anschluß von ∪-Stäben an Knotenblechen idealisiert Verf. die eingeleiteten Kräfte durch zwei parallel zur Stabachse gerichtete Einzelkräfte. Unter Verwendung von Integraldarstellungen der Airyschen Spannungsfunktion gelingt die Aufstellung der formalen Lösung unter Berücksichtigung der Flansche des ∪-Profils. Ein Zahlenbeispiel zeigt die Brauchbarkeit der Lösung.

H. Neuber.

Aleksandrjan, E. A.: Die Torsion eines Doppel-T-Balkens. Akad. Nauk Armjan. SSR, Izvestija, fiz.-mat. estest. techn. Nauki **5**, Nr. 6, 17—24 u. armen. Zusammenfassg. 24 (1952) [Russisch].

Manukjan, A. Ch.: Die Torsion eines inhomogenen prismatischen Stabes von T-förmigem Querschnitt. Akad. Nauk Armjan. SSR, Izvestija, fiz.-mat. estest. techn. Nauki **5**, Nr. 5, 29—38 u. armen. Zusammenfassg. 38 (1952) [Russisch].

Manukjan, A. Ch.: Die Torsion eines inhomogenen Stabes, dessen Querschnitt ein Kreisringsektor ist. Akad. Nauk Armjan. SSR, Izvestija, fiz.-mat. estest. techn. Nauki **5**, Nr. 4, 1—6 u. armen. Zusammenfassg. 6 (1952) [Russisch].

Mitra, D. N.: Flexure of an isotropic elastic cylinder whose cross-section is bounded by two closed curves. Bull. Calcutta math. Soc. **44**, 143—151 (1952).

Im Anschluß an Arbeiten von Stevenson (dies. Zbl. **31**, 52) und Morris (dies. Zbl. **33**, 27) behandelt Verf. das genannte Biegungsproblem mittels konformer Abbildung des zweifach-zusammenhängenden Bereiches des Zylinderquerschnittes auf einen Kreisringbereich.

F. Reutter.

Nowiński, Jerzy: On the theory of thin-walled beams with open cross-section under uniformly distributed load. Rozprawy mat. **1**, 48 S. mit russischer und engl. Zusammenfassg. (1952) [Polnisch].

This paper presents an application of the author's general theory of thin-walled beams to beams with open cross-sections and is in a certain measure a complement to a formerly published paper on a similar subject [Biul. Inst, Techn. Lotn. **6** (1947)]. The method adopted here does not essentially differ from that formerly used and consists in determining the displacements of beam points in accordance with certain assumptions concerning its structure.

(Aus der engl. Zusammenfassung).

● **Jagn, Ju. I.: Biegungs-Torsionsdeformationen dünnwandiger Stäbe mit offenem Profil. Theorie und Aufgaben.** Moskau: Staatsverlag für technisch theoretische Literatur 1952. 108 S. R. 2.— [Russisch].

Die beiden ersten Abschnitte des Buches enthalten eine Darstellung der von V. S. Vlassov, „Dünnwandige elastische Stäbe" (Moskau 1940) herrührenden Theorie der Drillbiegung, sowie der Drillknickung von Stäben mit offenem, dünnwandigem Querschnitt. Diese Theorie deckt sich im wesentlichen, nicht aber in allen Einzelheiten, mit dem Inhalt der wohlbekannten grundlegenden Arbeit von R. Kappus, Luftfahrt-Forschung **14**, 444—457 (1937). Auf diese Arbeit findet sich beim Verf. kein Hinweis. Der dritte Abschnitt seines Buches bringt eine Reihe von Anwendungsbeispielen, und zwar sowohl für das Drillknicken als auch für die Drillbiegung bei behinderter Querschnittsverwölbung von Stäben mit *I*-, *U*- und *Z*-förmigem Profil. Das Buch

enthält schließlich eine Zusammenstellung der wichtigsten geometrischen Kennzahlen russischer Walzprofile in *I*- und *U*-Form. *S. Woinowsky-Krieger.*

Oniashvili (Oniašvili), O. D.: A contribution to the question of stability of a cylindrical shell under axial compression. Soobščenija Akad. Nauk Gruzinskoj SSR 8, 141—148 u. engl. Zusammenfassg. 148—150 (1947) [Russisch].

Oniašvili, O. D.: Über die Berechnung der kritischen Kräfte für einige Fälle des Stabilitätsverlustes zyiindrischer Schalen. Soobščenija Akad. Nauk Gruzinskoj SSR 8, 227—234 (1947) [Russisch].

● **Design of cylindrical concrete shell roofs (prepared by the committee on masonry and reinforced concrete of the structural division through its subcommittee on thin shell design).** New York: American Society of Civil Engineers. 1952. VIII, 177 p.

Die Abteilung für Schalenbauweise des amerikanischen Stahlbeton-Komitees gibt mit dem vorliegenden Büchlein einen recht umfassenden Überblick über die Grundlagen der bis ca. 1951 in USA angewandten Berechnungsmethoden dünner zylindrischer Schalen in Stahlbetonbauweise, nebst einer kurzen historischen Einleitung, die sich sowohl auf die Entwicklung der Tonnendächer im Bauwesen, als auch auf die Vervollkommnung der mathematischen Berechnungsmethoden bezieht. Im Hauptteil werden gebrauchsfertige Verfahren unter Beifügung ausführlicher Zahlentabellen und Diagramme angegeben, wobei eine große Zahl der technisch vorkommenden Belastungs- und Randbedingungen Berücksichtigung finden. Im Anhang wird ausführlich auf die theoretischen Zusammenhänge eingegangen. Es wird sowohl die Membran-, als auch die Biegetheorie berücksichtigt. *H. Neuber.*

Teodorescu, P. P.: Sur la théorie exacte de l'équilibre des surfaces cylindriques. Acad. Republ. popul. Române, Bul. Şti., Secţ. Şti. **4**, 111—189, russische und französ. Zusammenfassgn. 190—191, 191—194 (1952) [Rumänisch].

Verf. behandelt die Gleichgewichtsgleichungen der zylindrischen Schalen mittels der Methode der assoziierten Matrizen der Systeme von partiellen Differentialgleichungen (Gr. Moisil) für den Fall des orthotropischen Kreiszylinders (orthogonale Anisotropie). Aus den bekannten Beziehungen zwischen Spannungen, Verschiebungen und Verzerrungen leitet Verf. die assoziierte Matrix des Systems ab. Es wird danach prazisiert, welche Beziehungen für jede von den drei Gruppen von Unbekannten als Basis angenommen werden können, um die Darstellung der betreffenden Unbekannten mittels Potentialfunktionen zu bekommen. Die auf diese Weise erhaltenen Ergebnisse werden hinterher auf Eisenbetonflächen angewendet, indem man die Poissonsche Zahl gleich Null annimmt. Es werden sodann Näherungsmethoden insbesondere für den Fall der Membrantheorie der Zylinderschalen angegeben. Ferner werden speziell die Fälle von Finsterwalder und Dischinger mit derselben Methode behandelt. Eine wichtige Vereinfachung der Gleichungen entsteht durch die Vernachlässigung der Zahl $k = \delta^2/12\,a^2$ (δ = Dicke, a = Halbmesser der Zylinderschale) in bezug auf die Einheit ($k \ll 1$). Man erhält für die unbekannte Potentialfunktion eine partielle lineare Differentialgleichung achten Grades mit konstanten Koeffizienten als allgemeine Resolvente für die Verschiebungen u, v, w. Dieselben werden als Linearformen mit konstanten Koeffizienten der partiellen Ableitungen (3., 4. und 5. Ordnung) einer Losung Ω der Resolvente dargestellt. Folglich erhalten die Spannungen eine ähnliche Darstellung. *V. Vâlcovici.*

Zerna, W.: Angenäherte Gleichgewichtsbedingungen der Schalentheorie mit Anwendung auf die Zylinderschalen. Z. angew. Math. Mech. **32**, 266—268 (1952).

Nach der Auffassung des Verf. ist in den Grundgleichungen der Theorie dünner Schalen eine Inkonsequenz bezüglich des Genauigkeitsgrades enthalten. Während die Gleichgewichtsbedingungen exakt sind, beruhen die Beziehungen zwischen den Verschiebungen und den Schnittkräften auf gewissen Hypothesen, so daß sie nur als erste Näherung anzusprechen sind. Sollten die Gleichgewichtsbedingungen Glieder enthalten, die über den Grad dieser Annäherung hinausgehen, so wäre es logisch, sie ebenfalls wegzulassen. Indem der Verf. von vereinfachten Verzerrungs-Verschiebungsbeziehungen ausgeht, erhält er mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Verrückungen in der Tat vereinfachte Gleichgewichtsbeziehungen, die sich durch das Fehlen des Querkrafteinflusses in den Bedingungen für das Gleichgewicht eines Schalenelementes in der Tangentialebene auszeichnen. Diese Vereinfachungen sind aber darauf zurückzuführen, daß der Verf. die Verzerrungs-Verschiebungsbeziehungen nicht in der vollständigen Form benutzt, die man auf Grund der Hypothesen für dünne Schalen allein erhält und die man als erste Näherung betrachten kann; darüber hinaus läßt er in diesen Beziehungen Glieder weg, die nur bei flachen Schalen vernachlässigbar klein sind. Somit gelten auch die vereinfachten Gleichgewichtsbedingungen nur für flache Schalen. In solchen Fällen wurden sie aber schon früher vielfach benutzt. *A. Kromm.*

Reissner, Eric: Stress strain relation in the theory of thin elastic shells. J. Math. Physics **31**, 109—119 (1952).

Über die Frage, welches die Elastizitätsbeziehungen sind, die die Spannungsresultanten einer Schale mit Verzerrungen der Mittelflächen verbinden, ist sehr viel nachgedacht worden. Über die „Haupt"-Glieder besteht kein Zweifel, aber für die zweite Näherung (wenn die Schale nicht mehr als sehr „dünn" betrachtet wird) erhält jeder Autor andere Terme. Die vorliegende Untersuchung bedient sich des systematischen Weges über das zugehörige Variationsprinzip, bei dem auch die Querkraftdeformation ohne Schwierigkeit mitgenommen werden kann, und erhält (unter Beschränkung auf rotationssymmetrische Schalen und Spannungszustände) einen zwar komplizierten, aber übersichtlichen ersten Satz von Gleichungen. Ein erweiterter (zweiter) Satz ergibt sich mit Hilfe eines Ansatzes für die Querverschiebung w, der quadratische Terme in der Dickenkoordinate ξ mitnimmt; hier erst erscheinen einige von Loves kleinen Gliedern. —Von praktischer Bedeutung können einige der Zusatzterme bei den schubweichen „Sandwich"-Schalen werden.

K. Marguerre.

Hwang, Keh-Chih: General elastic theory of thin plates and shells with small deflections. Sci. Record **5**, 88—124 und chines. Zusammenfassg. 87 (1952).

Most of the existing theories of thin plates and shells are based upon the following assumptions: a) The middle surface in the unstrained state deforms into the middle surface in the strained state, b) The normals of the unstrained middle surface deform into the normals of the strained middle surface, c) The contribution to the deformations due to the normal stress in the direction of the thickness of the shell is negligible. — Only some particular cases, such as cylindrical shells (W. Flügge, Statik und Dynamik der Schalen, Berlin 1934, 110—144), conical shells [C. Truesdell, Trans. Amer. math. Soc. **58**, 96—166 (1945); H. Nollau, Z. angew. Math. Mech. **24**, 10—34 (1944)], spherical shells [A. Havers, Ingenieur-Arch. **6**, 282—312 (1935)] and shells of revolution have been worked out, strictly based upon the above assumptions. General equations for shells of any shape have been established by E. Reissner (this Zbl. **24**, 228). — In the paper, here reviewed, the complete expressions approximate to the third order of h/R (h= thickness, R = radius of curvature), for stress components in terms of deflections, and the expressions for the changes of curvatures of the middle surface are obtained. By considering the rotation of unit coordinate vectors on the middle surface during the deformation, the physical meaning of the various terms in the expressions can be easily visualized. Some of the results coincide with those in Love's general theory (A. E. H. Love, A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity, Cambridge 192), but they are derived from entirely different methods which are more familiar to those equipped with a working knowledge of differential geometry. A more systematic treatment following the method introduced by Wei-Zang Chien [Quart. appl. Math. **1**, 297—327 (1944); **2**, 43—59, 120—135 (1944); **3**, 120—135 (1946)], who does not introduce intuitive assumptions, will be published in a later paper. The material is supposed to be homogeneous and isotropic and to obey Hooke's law. There are some smaller misprints in the paper.

R. Gran Olsson.

Žgenti, V. S.: Eine Anwendung der Funktionalanalysis auf die Theorie der dünnen, elastischen Kugelschalen. Soobščenija Akad. Nauk Gruzinskoj SSR **13**, 257—263 (1952) [Russisch].

In der Arbeit wird bewiesen, daß das Problem einer Kugelschale mit einer beliebigen verteilten Belastung und mit starr eingespannten Rändern eine Lösung besitzt. Dieser Beweis wird mit Hilfe der Funktionalanalysis erbracht. *A. Kromm.*

Storchi, Edoardo: Le superficie eccezionali nella statica della membrane. Rivista Mat. Univ. Parma **3**, 339—360 (1952).

Finzi konnte zeigen, daß nicht nur für die Ebene, sondern auch für die Kugel die Gleichgewichtsbedingungen erfüllt werden können dadurch, daß man die Komponenten des Spannungstensors ausdrückt als die zweiten Ableitungen einer Spannungsfunktion. Verf. zeigte, daß für Rotationsflächen dritte Ableitungen notwendig werden und für ganz allgemeine Schalenformen sogar fünfte. Die vorliegende Arbeit geht dieser letzten Frage noch einmal nach und zeigt u. a., daß es besondere Flächen gibt, bei denen vierte Ableitungen genügen, so daß der „salto" von 3 auf 5 verständlich wird.

K. Marguerre.

Ōkubo, H.: The stress distribution in an aeolotropic circular disk compressed diametrically. J. Math. Physics **31**, 75—83 (1952).

Verf. unternimmt die Berechnung der Spannungsverteilung in einer anisotropen Scheibe, welche zwei rechtwinklige Symmetrierichtungen in der eigenen Ebene aufweist, falls die Scheibe in den beiden Enden eines Durchmessers gedrückt wird. Die dazu verwendete Methode besteht darin, die diesem Falle entsprechende partielle Differentialgleichung vierter Ordnung auf ein geeignetes krummliniges Koordinatensystem zu bringen. Darauf wird ein Ansatz für den Ausdruck der Spannung angenommen, derart daß die Grenzbedingungen befriedigt werden. Dadurch erhält Verf. die notwendigen Gleichungen zur Bestimmung der Koeffizienten der Reihen, welche die Spannungsfunktionen angeben. Schließlich wird ein numerisches Beispiel berechnet. *V. Vâlcovici.*

Paria, Gunadhar: Stresses in a thin elastic plate with a parabolic boundary due to normal pressures distributed near the vertex. Bull. Calcutta math. Soc. **44**, 181—183 (1952).

Verf. wendet eine von Sen [Philos. Mag., VII. Ser. **39**, 922 (1948)] entwickelte Methode zur Spannungsberechnung von Platten mit kreisförmiger oder elliptischer Ber andung auf das Problem der dünnen elastischen Platte mit parabolischem Rand an. Die Platte ist in der Umgebung des Scheitels gleichförmigem Normaldruck unterworfen. *F. Reutter.*

Arf, C.: Sur un problème de frontière libre d'élasticité bidimensionnelle. Bull. Techn. Univ. Istanbul **5**, 13—16 (1952).

Verf. gibt mit Verwendung komplexer Funktionen eine Spannungsfunktion für die ebene Scheibe an, welche längs einer Geraden lastfrei ist und in ein schmales Band ausläuft, das sich senkrecht zur Begrenzungsgeraden der Scheibe ins Unendliche erstreckt. *H. Neuber.*

Kalandija, A. I.: Über ein Problem der Verbiegung einer elastischen Platte. Priklad. Mat. Mech. **16**, 271—282 (1952) [Russisch].

In der Arbeit wird das Biegeproblem einer Platte untersucht, deren Rand zum Teil momentenfrei gelagert, z. T. starr eingespannt ist. Die kartesischen Koordinaten der Randpunkte, als Funktionen der Bogenlänge s längs des Randes aufgefaßt, sollen stetige Ableitungen bis zur vierten Ordnung besitzen. Die Lösung der homogenen Plattengleichung wird mit Hilfe analytischer Funktionen angeschrieben. Indem die Verf. diese Funktionen durch eine Funktion $\omega(t)$ der Randpunkte mit Hilfe der Integrale von Šerman darstellt [D. Šerman, C. r. Acad. Sci. USSR 28, Nr. 1 (1940)], gelangt sie über die Randbedingungen zu einem System singulärer Integralgleichungen für $\omega(t)$, welches sie in ein System Fredholmscher Integralgleichungen überführt. Zum Schluß werden diese Integralgleichungen analysiert. *A. Kromm.*

Kalandija, A. I.: Das allgemeine gemischte Problem der Verbiegung einer elastischen Platte. Priklad. Mat. Mech. **16**, 513—532 (1952) [Russisch].

Entsprechend wie in der vorstehend besprochenen Arbeit, untersucht die Verf. das Biegeproblem einer Platte, deren Rand zum Teil momentenfrei gelagert, z. T. starr eingespannt und jetzt noch z. T. frei ist. Auf demselben Wege wie früher gewinnt sie ein System singulärer Integralgleichungen, aus dem die Plattendeformationen bestimmt werden können. *A. Kromm.*

Sengupta, H. M.: On the bending of an elastic plate. III. Bull. Calcutta math. Soc. **44**, 111—123 (1952).

(Teil II, dies. Zbl. **44**, 397.) Für die eingespannte elliptische Platte mit einer, zur großen Achse parallel laufenden Linienlast wird die Lösung mit Hilfe unendlicher Reihen angegeben. *H. Neuber.*

Neuber, H.: Theorie der Druckstabilität der Sandwichplatte. I. Z. angew. Math. Mech. **32**, 325—337 (1952).

Besprechung in dies. Zbl. **51**, 160.

Lovass-Nagy, Viktor: Sur la flexion d'une plaque circulaire comprimée dans son propre plan. Publ. Inst. Math. appl. Acad. Sci Hongrie **1**, 23—31 u. russ. u. französ. Zusammenfassg. 31, 32 (1952) [Ungarisch].

Dans son ouvrage présent l'A. s'occupe de l'investigation de la flexion de plaques planes de forme circulaire, chargées par une pression agissant dans leur propre plan. Généralisant la méthode employeé par T. Kármán et M. Biot, l'A. détermine le travail élastique nécessaire pour effectuer la déflexion et ainsi il calcule la valeur de la pression critique causant la flexion.

Autoreferat.

Lovass-Nagy, Viktor: Sur la déformation des plaques minces de forme circulaire et d'une petite courbure constante. Publ. Inst. Math. appl. Acad. Sci. Hongrie **1**, 33—48 u. russ. u. französ. Zusammenfass. 48 (1952) [Ungarisch].

Le but de ce travail est l'investigation de la déformation et de la distribution des tensions qui se produisent sous l'effet d'une force de grandeur constante, perpendiculaire à la surface et distribuée d'une manière uniforme (pression hydrostatique) des plaques minces de forme circulaire et d'une petite courbure constante (positive), en tenant compte aussi de la dilatation de la surface moyenne de la plaque. En supposant que la plaque est encastrée ou supportée et fixée sur la périphérie, on peut, vu la symmétrie de la charge et des conditions périphériques, se borner à la déformation d'une section méridionale de la plaque qui, étant chargée, ne cesse pas d'avoir la forme d'une surface de rotation. En négligeant la dilatation dans la direction perpendiculaire à la plaque et en supposant en outre que, d'une part la surface moyenne et les surfaces qui, dans l'état non-chargé, sont parallèles à cette dernière, forment une famille des surfaces parallèles aussi après la déformation, et, d'autre part, que les lignes droites passant par le centre de la sphère dans l'état non déformé passent après la déformation dans les normales des surfaces parallèles mentionnées plus haut, la déflexion d'un point arbitraire de la plaque est fournie au cas d'une périphérie encastrée, par la formule

$$w = \left\{1 - \left[\frac{4}{105}\left(\frac{p}{16B}\right)^2 S^6\right]^{-1}\right\}^{-1} \cdot \frac{S^2 - s^2}{2r} + \left[1 - \frac{4}{105}\left(\frac{p}{16B}\right)^2 S^6\right]^{-1} \cdot \frac{p\,(S^2 - s^2)^2}{64B}$$

et en cas d'une périphérie supportée et fixée, par la formule

$$w = \left\{1 - \left[\frac{2}{105} \cdot \frac{51m^2 + 3m + 2}{(1+m)^2}\left(\frac{p}{16B}\right)^2\right]^{-1}\right\}^{-1} \cdot \frac{S^2 - s^2}{2r}$$
$$+ \left[1 - \frac{2}{105} \cdot \frac{51m^2 + 3m + 2}{(1+m)^2}\left(\frac{p}{16B}\right)^2\right]^{-1} \cdot \frac{p}{64B} \cdot (S^2 - s^2)\left(s^2 - \frac{1+5m}{1+m} S^2\right)$$

dans lesquelles S signifie la longueur de la partie s'étendant du centre jusqu'à la périphérie de la courbe du méridien de la surface moyenne. Les tensions normales sont constantes dans les points de la surface moyenne.

Autoreferat.

Šeremet'ev, M. P.: Das elastische Gleichgewicht einer unendlichen Platte mit einer eingesetzten absolut starren oder elastischen Scheibe. Priklad. Mat. Mech. **16**, 437—448 (1952) [Russisch].

Der Verf. untersucht für zwei Lastfälle den ebenen Spannungszustand einer unendlich ausgedehnten Platte mit einem Kreisloch, in welches eine starre oder eine elastische Scheibe vom gleichen Durchmesser im unbelasteten Zustand eingesetzt ist. Als Belastungen werden angenommen: im ersten Fall eine Zugbelastung der Platte in zwei zueinander senkrechten Richtungen, im zweiten Fall eine Belastung der eingesetzten Scheibe durch eine Einzelkraft, die in der Ebene der Scheibe und damit auch der Platte wirkt. Unter der Voraussetzung, daß die Reibung zwischen Platte und Scheibe gleich Null ist, gelangt der Verf. in allen Fällen der Belastung und der elastischen Eigenschaften der eingesetzten Scheibe zu einer Integralgleichung, aus der der Spannungszustand der Platte ermittelt werden kann. Beispiele werden nicht berechnet. *A. Kromm.*

Giuliano, Landolino: Sull'equilibrio di una piastra indefinita a forma di striscia, incastrata e appoggiata. Ann. Scuola norm. sup. Pisa, Sci. fis. mat., III. Ser. **6**, 147—171 (1952).

L'A. studia l'equazione differenziale $\Delta_4 u(x, y) = f(x, y)$ [dove $f(x, y)$ è una funzione data] nella striscia $0 \leqq x \leqq 1$, $-\infty < y < +\infty$, con le condizioni $u(0, y) = u(1, y) = u_x(1, 0) = u_{xx}(0, y) = 0$ [ossia il problema dell'equilibrio d'una piastra indefinita a forma di striscia, incastrata su un lato, appoggiata sull'altro], per mezzo della trasformazione di Fourier, imitando un metodo già usato da A. Ghizzetti (v. questo Zbl. **31**, 320) nel caso dell'incastro sui due lati. Vengono dati il teorema d'unicità, la formula risolutiva, il teorema d'esistenza sotto opportune condizioni per la funzione $f(x, y)$: ad es., per il teorema d'esistenza si suppone la hölderianità di $f(x, y)$ e la sommabilità di $f(x, y) \cdot \exp\{-\frac{1}{2}\beta_1 \cdot |y|\}$ nella striscia,

con $\beta_1/2 = 3{,}749\ldots$. Specialmente notevole una sviluppo in serie della funzione di Green del problema,

$$G(x, y, \xi, \eta) = 4\pi \sum_{n=1}^{\infty} \Im\,[\lambda_n\, v_n(x) \cdot v_n(\xi) \cdot \exp\,(i\,\lambda_n\,|y - \eta|)],$$

dove: 1) $\Im(z)$ indica il coefficiente dell'immaginario di z, 2) λ_n è il generico autovalore del problema $v^{IV} - 2\lambda^2 v'' + \lambda^4 v = 0$, $v(0) = v''(0) = v(1) = v'(1) = 0$,

3) $$v_n(x) = \mathrm{ch}^2 \lambda_n\,[x \cdot \mathrm{ch}\,(\lambda_n\, x) \cdot \mathrm{sh}\,\lambda_n - \mathrm{ch}\,\lambda_n \cdot \mathrm{sh}\,(\lambda_n\, x)]/\lambda_n^3$$

è l'autosoluzione corrispondente ad λ_n, per lo stesso problema. Da aggiungere ancora che è $\beta_1 = \inf\,[|\Im\,(\lambda_n)|]$. *F. Bertolini.*

Položij, G. N.: Lösung gewisser Aufgaben der ebenen Elastizitätstheorie für Gebiete mit Eckpunkten. Ukrain. mat. Žurn. **1**, Nr. 4, 16—41 (1949) [Russisch].

Als die dritte Grundaufgabe der ebenen Elastizitatstheorie bezeichnet N. I. Muschelišvili (Einige Probleme der Elastizitätstheorie, Leningrad 1933, S. 216) die gemischte ebene Aufgabe der Elastizitätstheorie in dem Fall, daß auf der Kontur die normale Verschiebung vorgegeben und die tangentiale Spannung gleich Null ist. N. I. Muschelišvili hat diese Aufgabe für Gebiete, die mittels rationaler Funktionen auf den Kreis konform abbildbar sind, gelost [Doklady Akad. Nauk SSSR, n. Ser. **3**, Nr. 3 (1934); Einige Probleme der Elastizitätstheorie, Moskau 1935, S. 234, 303—318]. Für Gebiete, die durch glatte Konturen begrenzt sind, ist diese Aufgabe von D. I. Šerman untersucht worden [Priklad. Mat. Mech. **7**, 413—420 (1943)]. Dagegen ist die Lösung dieser Aufgabe für ein beliebiges Gebiet mit Eckpunkten wie auch die Methode ihrer Lösung bis jetzt unbekannt. — In der vorliegenden Arbeit wird zum erstenmal eine Lösung dieser Aufgabe für das Rechteck und für das spitzwinklige und das rechtwinklige Dreieck gegeben. Außerdem wird für dieselben Gebiete durch Einführung gewisser Hypothesen, die die Zuwachsordnung der Spannungen in Eckpunkten betreffen, die Aufgabe der Ermittelung des ebenen Spannungszustands nach der auf der Kontur vorgegebenen Normalspannung und Tangentialverschiebung gestellt und gelöst. Diese Aufgabe wird im weiteren zur Abkürzung die vierte Aufgabe der ebenen Elastizitätstheorie genannt. — Die Lösungen der genannten dritten und vierten Aufgabe der ebenen Elastizitätstheorie werden mit Hilfe einiger von uns gewonnener neuer allgemeiner Formeln des ebenen Spannungszustandes gewonnen. — Diese Formeln bringen uns zu einer ganz allgemeinen Methode der Lösung der dritten und der vierten Aufgabe für beliebige Gebiete mit Eckpunkten, die durch stückweise geradlinige Konturen begrenzt sind.

(Aus der Einleitung).

● **Thomson, L. M.: Plane elastic problems.** (Conferencias de Matematica. III.) Madrid: Consejo Superior De Investigaciones Cientificas 1952. 28 p. 20 ptas.

Chong, Frederick: Identation of a semi-infinite medium by an axially symmetric rigid punch. Iowa State College, J. Sci. **26**, 565—579 (1952).

Spannungen und Dehnungen in einem halbunendlichen isotropen elastischen Medium, dessen ebene Begrenzung durch einen zylinder- oder kreiskegelförmigen Stempel eingedrückt wird, waren von Harding und Sneddon [Proc. Cambridge philos. Soc. **41**, 16 (1945); **42**, 29 (1946); **44**, 492 (1948)] durch Lösung eines Paares dualer Integralgleichungen gelöst worden. Verf. untersucht Eindrückflächen, bei denen die Tiefe z als Polynom des Achsabstandes r darstellbar ist, und findet für Spannung und Dehnung geschlossene Ausdrücke in elementaren Funktionen. Schließlich wird auch die kugelkalottenartige Eindrückung behandelt. *J. Pretsch.*

Weber, C.: Kugel mit normalgerichteten Einzelkräften. Z. angew. Math. Mech. **32**, 186—195 (1952)

Es wird der Fall einer isotropen Kugel untersucht, die unter dem Normaldruck einzelner Kräfte steht. Die dabei angewandte Methode besteht darin, die Belastungsfunktion zu ermitteln, indem die äußere Beanspruchung rotationssymmetrisch angenommen wird. Zunächst beschränkt sich Verf. auf den Fall einer einzelnen Druckkraft P im Pole $z = \alpha$ der Kugel; dieser Fall wird mittels einer Inversion mit Hilfe des Halbraumes erledigt. Hinterher wird die Belastungsfunktion für die an den beiden Polen $z = \pm\,\alpha$ durch zwei entgegengesetzt gleiche Druckkräfte angegriffene Kugel ermittelt. Daraus wird der Ausdruck der Spannungen im Mittelpunkt M der Kugel sowie im Randgebiete abgeleitet. Für die dazu verwendeten Reihen findet Verf. schließlich eine besser konvergierende Form. *V. Vâlcovici.*

Berti, Giuliana: Il problema del taglio nell'elasticità ereditaria. Rivista Mat. Univ. Parma **3**, 375—382 (1952).

Die Verf. ergänzt ihre früheren Untersuchungen über die Elastizitätstheorie mit zeit-abhängigem Hookeschem Gesetz, indem sie nun auch den vierten der St. Venantschen Fälle behandelt: den Kragträger unter Endlast (d. h. konstantem Schub). Für die Verschiebungen ergeben sich Ausdrücke, die noch eine harmonische Funktion enthalten, welche wie bei St. Venant aus den Randbedingungen für die Querschnittform bestimmt werden muß. *K. Marguerre.*

Ionescu-Cazimir, Viorica: Sur les équations de l'équilibre thermoélastique. IV. Le cas plan. Acad. Republ. popul. Române, Bul. Şti., Sect. Mat., Fiz. **4**, 547—553 u. russische u. französ. Zusammenfassg. 554, 554 (1952) [Rumänisch].

(Teil I, II, dies. Zbl. **45**, 199.) Mittels der Methode der assoziierten Matrizen (Gr. Moisil) behandelt Verf. den ebenen Fall des thermoelastischen Gleichgewichts. Es stellt sich heraus, daß die Verschiebungen und die Airysche Funktion dieselbe partielle Differentialgleichung befriedigen; die Temperatur und die kubische Dilatation befriedigen eine andere partielle Differentialgleichung. *V. Vâlcovici.*

Behlendorff, Erika: Über die Bestimmung der Wärmespannungen in einer Kugel. Math. Nachr. **8**, 59—64 (1952).

Die erste Randwertaufgabe der Potentialtheorie kann für die Kugel durch das Poissonsche Integral gelöst werden, d. h. bei am Rande gegebener stationärer Verteilung der Temperatur ist die Temperatur im Innern einer homogenen isotropen Kugel bestimmbar. Verf. berechnet die zugehörigen Spannungen in geschlossener Form mittels numerisch zugänglicher bestimmter Integrale. Nach Annahme einer linearisierten Beziehung zwischen Deformationstensor, Spannungstensor und der Temperatur wird die Differentialgleichung für den Verschiebungsvektor erhalten. Sodann löst Verf. die zweite thermoelastische Randwertaufgabe bei gegebener Oberflächentemperatur und verschwindender Oberflächenspannung durch Zurückführung auf die zweite Randwertaufgabe der Elastizitätstheorie, und zwar werden nach Einführung zweier Hilfsfunktionen eine skalare Gleichung für das Innere der Kugel und eine Vektorgleichung für den Rand erhalten. Nach entsprechender Elimination ergeben sich Differentialgleichungen, die integriert werden. Mittels des so gewonnenen Verschiebungsvektors lassen sich nach der anfangs aufgestellten Beziehung die Komponenten des Spannungstensors bestimmen. *K. Karas.*

Buckens, F.: Détermination des tensions thermo-élastiques dans un tube cylindrique. Acad. Roy. Belgique, Cl. Sci., Mém., Coll. 8°, **27**, Nr. 5, 44 S. (1952).

Die Berechnung der Temperaturverteilung im kreiszylindrischen Rohr führt auf Reihen mit Besselschen und trigonometrischen Funktionen. Das zugehörige thermo-elastische Verschiebungs- und Spannungsproblem besteht in der Integration der durch die Komponenten des Gradienten einer der Temperatur proportionalen skalaren Funktion (bei konstanter Wärmeausdehnungszahl) erweiterten elastischen Grundgleichungen. Durch entsprechende Reihenansätze mit Besselschen und trigonometrischen Funktionen führt Verf. diese Rechnung in Zylinderkoordinaten durch, wobei eine einfache, in Rohrlängsrichtung lineare Temperaturverteilung zugrunde gelegt wird. *H. Neuber.*

Salzmann, Fritz: Wärmespannungen und -deformationen im elastischen Körper bei ebener stationärer Wärmeströmung. Z. angew. Math. Phys. **3**, 129—148 (1952).

L'A. étudie les tensions et les déformations dues à la température θ dans un milieu élastique plan (x, y). Pour l'existence de solutions à tension nulle sur les éléments plans normaux au plan (x, y) ($\sigma_x = \sigma_y = \tau_{xy} = 0$) il faut et il suffit que θ soit harmonique. u_x, u_y étant les composantes du déplacement d'un point et x une fonction harmonique conjuguée à θ, en posant $w(z) = u_x + i\,u_y$ et $\Omega(z) = \theta + i\,x$, on a $w = (1 + \nu)\,\beta \int \Omega\,dz$ (β = coefficient de propagation linéaire de la chaleur et ν = coefficient de Poisson). Sont traités quelques exemples ($\Omega = k\,z$; $\Omega = a \log z$; $\Omega = m/2\pi\,\lambda\,z$). On considère ensuite un corps élastique cylindrique. S'il subit des deformations planes, il en résulte des tensions normales aux bases. En compensant ces dernières par un système de tensions linéaires appliquées sur les bases (à température constante), on détermine les déformations dues à la chaleur du cylindre à bases libres. On passe ensuite à l'étude des déformations dans un cylindre élastique tubulaire (dans le cas plan) en partant des déformations de la section normale (en forme de couronne) avec $\sigma_x = \sigma_y = \tau_{xy} = 0$.

En considérant une coupure radiale dans la section normale, on déduit qu'après la déformation, les bords de la coupure se séparent. On calcule ensuite les tensions sur cette coupure dans le cas où la couronne se déforme avec continuité à température constante et on impose la condition que ces deformations annulent celles qui résultent de la séparation des bords dans le cas précédent. On en déduit les tensions dans les points de la coupure. *M. Haimovici.*

Finzi, Leo: Sforzi e deformazioni nelle strutture reticolari elastoplastiche. Ist. Lombardo Sci. Lett., Rend., Cl. Sci. mat. natur. **85**, 225—240 (1952).

Finzi, Leo: Strutture reticolari elastoplastiche: Principio del minimo lavoro plastico. Ist. Lombardo Sci. Lett., Rend., Cl. Sci. mat. natur. **85**, 7—26 (1952).

Grandori, Giuseppe: Strutture reticolari in equilibrio elastoplastico. Visione energetica del problema. Ist. Lombardo Sci. Lett., Rend., Cl. Sci. mat. natur. **85**, 157—169 (1952).

Symonds, P. S. and B. G. Neal: The interpretation of failure loads in the plastic theory of continuous beams and frames. J. aeronaut. Sci. **19**, 15—22 (1952).

Prager, William: On the boundary value problems of the mathematical theory of plasticity. Proc. Internat. Congr. Math. (Cambridge, Mass., Aug. 30—Sept. 6, 1950) **2**, 297—303 (1952).

In the range of contained plastic deformation general methods of stress analysis are not available. However, lower bounds for the surface traction T_f for impending plastic flow can be determined from a relaxed problem: the stress function Φ is of class C^2 only in each of a finite number of subregions, and it and its derivatives are continuous across borders of subregions. An upper bound for T_f is found from kinematic considerations: work done by an applied T_f during incipient plastic flow is dissipated in producing permanent strains. *J. Jacobs.*

● **Bridgman, P. W.: Studies in large plastic flow and fracture. With special emphasis on the effects of hydrostatic pressure.** (Metallurgy and Metallurgical Engineering Series.) London: McGraw-Hill Publishing Co., Ltd. 1952. X, 362 p. 64 s.

Dieses Buch ist ein außerordentlich interessanter und vielseitiger Forschungsbericht über plastische Verformung und Brucherscheinungen unter hohen hydrostatischen Drücken. Zunächst waren diese Untersuchungen nur Nebenerscheinungen, die gelegentlich der bekannten Bridgmanschen Hochdruckversuche beobachtet wurden. Mit der Zahl der Beobachtungen wuchs auch das selbständige Interesse an diesen Erscheinungen. Besonders auffällig ist die starke Zunahme der Bruchdehnung mit wachsendem Druck. Für alle, die sich mit Fragen der mechanischen Verformung befassen, ist dieses Buch eine wertvolle Bereicherung und liefert Ausblicke in ein neues Forschungsgebiet. *G. Leibfried.*

Lovass-Nagy, Viktor: Sur les états de tension plastiques et élastiques dans les tuyaux à paroi épaisse. Publ. Inst. Math. appl. Acad. Sci. Hongrie **1**, 49—79 u. russ. u. französ. Zusammenfassg. 79—80, 80 (1952) [Ungarisch].

Dans cet article l'A. s'occupe de l'examination mathématique des états de tension plastiques et composés (partiellement plastiques, partiellement élastiques) qui se présentent dans tuyaux à paroi épaisse chargés d'une grande pression hydrostatique. Outre l'équation d'équilibre connue qui a lieu dans le cas d'une charge axiellement symétrique des corps limités par des cylindres circulaires coaxiaux (et considérés comme d'une longueur infinie) l'A. fait usage pour déterminer les tensions qui se présentent au cas des charges dépassant la limite de fluxion, des conditions de compatibilité de la théorie de plasticité de Saint-Venant-Tresca, ainsi que de la théorie de plasticité de Mises-Hencky. Après avoir déterminé les fonctions décrivant l'état de tension plastique conformément aux deux théories de plasticité, l'auteur détermine le rayon du cylindre circulaire qui sépare les parties plastiques des parties élastiques dans le cas d'un effort composé (plastique et élastique). Autoreferat.

Agostinelli, Cataldo: Sulla risoluzione mediante integrali definiti del problema delle vibrazioni di una piastra. Atti Accad. naz. Lincei, Rend., Cl. Sci. fis. mat. natur., VIII. Ser. **13**, 396—400 (1952).

Die partielle Differentialgleichung 4. Ordnung für die Schwingungen einer homogenen ebenen Platte senkrecht zu ihrer Ebene kann in zwei Gleichungen 2. Ordnung mit zwei unbekannten Funktionen zerspalten werden, die mittels

einer Laplace-Transformation durch bestimmte Integrale gelöst werden können. In diesen Lösungen treten Besselsche Funktionen zweiter Art von der Ordnung null mit imaginärem Argument auf, die eine logarithmische Singularität im Nullpunkt enthalten, Die Lösung kann sowohl für gegebene Anfangsausbiegungen als auch für gegebene Anfangsgeschwindigkeiten in ähnlicher Weise mittels bestimmter Integrale erhalten werden. *Th. Pöschl.*

Šapošnikov, I. G. und Z. A. Gol'dberg: Über die Schallabsorption in einem binären Gemisch. Žurn. èksper. teor. Fiz. **23**, 425—429 (1952) [Russisch].

Arutjunjan, N. Ch.: Einige Fragen aus der Theorie des Kriechens. Akad. Nauk Armjan. SSR, Doklady **14**, 65—73 (1952) [Russisch].

Lordkipanidze, R. S.: Die Schwingungen eines dünnwandigen Balkens von kastenförmigem Querschnitt. Soobščenija Akad. Nauk Gruzinskoj SSR **8**, 321—328 (1947) [Russisch].

Kajlis-Borok, V. I.: Über die Gleichung für die Frequenzen eines mehrschichtigen elastischen Mediums. Doklady Akad. Nauk SSSR, n. Ser. **87**, 25—28 (1952) [Russisch].

In der Arbeit wird die Frequenzgleichung eines elastischen Systems untersucht, das aus n parallelen ebenen Schichten und aus einem Halbraum mit einer starren Verbindung in den Berührungsflächen dieser Elemente besteht. Es wird gezeigt, daß bei einer genügend kleinen Gesamtdicke der n Schichten die Frequenzgleichung eine und nur eine reelle positive Wurzel besitzt. Hat diese Gesamtdicke eine beliebige endliche Größe, so soll die Zahl der reellen Wurzeln mit der Dicke der Schichten anwachsen, zum mindesten dann, wenn die Transversalwellengeschwindigkeit des Halbraumes größer als die entsprechende Geschwindigkeit auch nur einer der n Schichten ist. *A. Kromm.*

Sretenskij, L. N.: Die Ausbreitung der elastischen Wellen, die bei der Bewegung eines Systems von Normalspannungen über die Oberfläche eines Halbraumes entstehen. Trudy Moskovsk. mat. Obšč. **1**, 167—186 (1952) [Russisch].

In der vorliegenden Arbeit werden die Schwingungen eines elastischen Halbraumes untersucht, auf dessen Oberfläche sich ein System von Normallasten geradlinig mit einer konstanten Geschwindigkeit bewegt. Zuerst wird die Lösung für den Fall aufgestellt und diskutiert, daß die Normallasten sich in Richtung der Bewegung harmonisch verändern und quer zur Bewegungsrichtung in einem Streifen von der Breite $2b$ konstant sind. Zum Schluß untersucht der Verf. den Fall, daß die Normalbelastung innerhalb eines sich bewegenden Rechteckes konstant und sonst gleich Null ist. Dabei wird die Rolle der Oberflächenwellen für die Entstehung der Schwingungen des Halbraumes geklärt. *A. Kromm.*

Hydrodynamik:

Caldonazzo, Bruto: Due proprietà degli ellissoidi di Maclaurin e di Jacobi. Rend. Sem. mat. fis. Milano **22**, 212—222 (1952).

Durch Betrachtungen in der Nachbarschaft wenigstens eines vorausgesetzten isolierten Maximums des Schwerepotentials einer homogenen oder inhomogenen Gleichgewichtsfigur wird gezeigt, daß auch für diese allgemeineren Gleichgewichtsfiguren die Grenzwerte der Rotationsgeschwindigkeit der Maclaurinschen und Jacobischen Ellipsoide nicht übertroffen werden können. Ferner wird bewiesen, daß die Eigenschaft der Parallelität der Normalen zu den Niveauflächen in Punkten längs eines Radiusvektors vom Schwerpunkt aus nur den ellipsoidischen Gleichgewichtsfiguren zukommt. *H. Bucerius.*

Agostinelli, Cataldo: Configurazione di equilibrio di una massa liquida omogenea attratta da più centri lontani con la legge di Newton. Mem. Accad. Sci. Torino, Ser. IIa **71**, (Parte I), 1—48 (1951).

Verf. untersucht die Bewegung einer homogenen flüssigen Masse, die außer der gegenseitigen Anziehung ihrer Teilchen noch der Anziehung von n festen, entfernten Zentralkräften unterliegt, welch letztere in der Schwerpunktsebene der Masse ihren Sitz haben, und deren Teilchen um eine Achse senkrecht zur Schwerpunktsebene rotieren. Er weist die Existenz eines Ellipsoides als Gleichgewichtsfigur nach, dessen Achsen nach Größe und Lage nur von der Masse und der Lage der Zentralkräfte abhängen. Der Arbeit ist ein Bericht der Druckkommission der Akademie (F. Tricomi, Ferrari, T. Broggie) darüber vorangestellt. *O. Volk.*

Ferrari, Carlo: Sul potenziale di un filetto vorticoso in corrente ipersonica linearizzata. Atti Accad. Sci. Torino, Cl. Sci. fis. mat. natur. **86,** 3—8 (1952).

Verf. spezialisiert eine von A. Robinson (dies. Zbl. **34**, 117) gefundene Formel für die von einem Wirbelfeld induzierte Geschwindigkeit auf den Fall eines Wirbelfadens. Das Potential des Wirbelfadens läßt sich durch das Potential einer Doppelbelegung darstellen, wo die Achsen der Dipole u. a. nicht mit der Flächennormalen zusammenfallen. Genauer wird auf den Sonderfall des kreisförmigen Wirbelfadens eingegangen. *H. Wendt.*

Coburn, N.: Intrinsic relations satisfied by the vorticity and velocity vectors in fluid flow theory. Michigan math. J. **1,** 113—130 (1952).

Let $v(x) = (v_1(x), v_2(x), v_3(x))$ be a field of vectors in the $x = (x_1, x_2, x_3)$ space, $|v| = q$. At each point of a streamline let the unit vectors in the directions of the tangent, principal normal and binormal be denoted respectively by t, n and b, with components (t_i), (n_i) and (b_i), $i = 1, 2, 3$. The arc length parameter of the streamline is s and its curvature $\varkappa$. In the first part of the paper the author derives the following formulas: (1) for the vorticity vector,

$$\omega = q \cdot \sum_k [b_k (t_k)_n - n_k (t_k)_b] \cdot t + q_b\, n + (-q_n + q \cdot \varkappa)\, b,$$

(2) for the divergence of v, $\operatorname{div} v = q_s + q(h_1 + h_2)$ and (3) for the time derivative $\dot{v}$ of v, $\dot{v} = \sum_k v_k \frac{\partial v}{\partial x_k} = q \cdot q_s \cdot t + q^2 \cdot \varkappa \cdot n$, where the subscripts s, n, b mean differentiations in the directions t, n, b, and h_1 and h_2 are the principal values of a symmetric tensor attached to the streamline congruence. Applying to the steady, non-viscous flow equations the author obtains various intrinsic relations of the rates of change of speed, density and pressure along the direction t and n at a point of the streamline; and also the rate of change of B, the Bernoulli function, along the normal λ of the surface $B = \text{const}$. For examples: $(q^2 - c^2)\, q_s - c^2\, q(h_1 + h_2) = 0$, $(B_\lambda)^2 = q^2 q_b^2 + q^2(-q_n + q \cdot \varkappa)^2$. When the congruence admits a family of orthogonal surfaces, (potential flow for instance), $h_1 + h_2$ is the mean curvature of these surfaces. Some further remarks on this fact and concerning rectilinear congruences are made at the end of the paper. *Y. W. Chen.*

Popp, Simona: Corrections de compressibilité dans le problème de Helmholtz. Acad. Republ. popul. Române, Bul. Şti., Sect. Mat., Fiz. **4,** 555—562 u. russische u. französ. Zusammenfassgn. 562, 562 (1952) [Rumänisch].

Verf. betrachtet die ebene, stationäre, symmetrische Bewegung einer kompressiblen Flüssigkeit um eine ebene Platte unter der Benutzung der Lamla-Jacobschen Methode. Die Summe $F(x, y) = \varphi(x, y) + i\,\psi(x, y)$ (φ = Potential-, ψ = Stromfunktion) wird angenähert gleich $f(z, \bar{z}) = f_0(z) + M^2 f_1(z, \bar{z})$ mit $z = x + i\,y$, $\bar{z} = x - i\,y$, wobei M die Machsche Zahl bedeutet. Die Funktion $f(z)$ ist mit der komplexen Potentialfunktion des Helmholtzschen Problems identisch und $f_1(z, \bar{z})$ drückt sich durch jene in einfacher Weise aus. *V. Vâlcovici.*

Gotusso, Guido: Correnti a velocità sonica. Ist. Lombardo Sci. Lett., Rend., Cl. Sci. mat. natur. **85,** 116—122 (1952).

Sind u und v die Komponenten des Geschwindigkeitsvektors der Strömung einer inkompressiblen, ebenen, stationären und wirbelfreien Flüssigkeit $u = \partial\varphi/\partial x = p$,

$v = \partial\varphi/\partial y = q$, so folgt aus der Annahme konstanten Betrags des Geschwindigkeitsvektors $\{p, q\}$: (*) $p^2 + q^2 = c^2$, auch das konstante Verhalten des Vektors $\{p, q\}$ selbst. Damit ergibt sich notwendigerweise eine gleichförmige translative Strömung. Was bedeutet die Bedingung (*) für kompressible, wirbelfreie und was für kompressible nicht wirbelfreie ebene Strömungen, wenn nunmehr insbesondere c die Schallgeschwindigkeit bedeutet? Im ersten Falle gewinnt Verf. die Beziehung $q/p = \Phi(\varphi)$ mit einer willkürlichen Funktion Φ, im zweiten eine Integrabilitätsbedingung für Φ, deren spezielle Integrale $\Phi =$ lineare Funktion von x und y und $\Phi = x^2 - y^2$ diskutiert werden. Im linearen Falle ergeben sich geradlinige Stromlinien, im zweiten Beispiel Exponentialkurven. *M. Pinl.*

Pistolesi, Enrico: Confronto fra due metodi di calcolo della portanza in corrente supersonica. Atti Accad. naz. Lincei, Rend., Cl. Sci. fis. mat. natur., VIII. Ser. **13**, 205—210 (1952).

Führt man — wie Verf. dies tut [L'Aerotecnica **31**, 86—89 (1951)] — das Geschwindigkeitspotential der linearisierten Überschallströmung mittels Doppelquellenbelegung als auf $z = 0$ genommene z-Ableitung (z senkrecht zur Bezugsebene des Flügels) des Potentials der einfachen Quellbelegung ein (wobei aber nur die Flügelfläche und nicht deren gesamtes Einflußgebiet belegt wird), so ergeben sich in gewissen Fällen Resultate, die von den mittels der Methode der Wirbelbelegung gewonnenen Resultaten abweichen [siehe des Verf. Note in L'Aerotecnica **32**, 242—245 (1952)]. In der vorliegenden Note werden die Bedingungen aufgestellt, unter denen des Verf. Methode der Doppelquellen und die übliche Methode der Wirbelbelegungen äquivalent sind, indem die Differenz der auf beide Weisen gewonnenen Geschwindigkeitspotentiale durch ein Linienintegral über die Flügelkontur dargestellt wird. *H. Behrbohm.*

Chen, Yu Why: Supersonie flow through nozzles with rotational symmetry. Commun. pure appl. Math. **5**, 57—86 (1952).

Die Gleichungen der rotationssymmetrischen Überschallströmung mit den charakteristischen Parametern als unabhängigen Variablen werden durch ein System von drei nichthomogenen Gleichungen vom Typ Euler-Poisson ersetzt. An Hand dieser Gleichungen wird die Singularität auf der Symmetrieachse untersucht und die Strömung durch eine Düse mittels eines Reihenansatzes behandelt. *C. Heinz.*

Freud, Géza: La distribution des mélanges gazeux à deux composantes en champs de force centrifugales. Publ. Inst. Math. appl. Acad. Sci. Hongrie **1**, 365—367 u. russ. u. französ. Zusammenfassg. 367 (1952) [Ungarisch].

En cas de la centrifugation des mélanges gazeux à deux composantes, on peut augmenter au bord intérieur du centrifugeur la proportion de poids de la composante plus légère jusqu'à 1, mais la proportion de poids de la composante plus lourde ne peut pas dépasser la valeur $m'' M''/(m' M' + m'' M'')$ où m' et m'' sont les masses des deux composantes M' et M''. M' sont les poids moléculaires des composantes. Autoreferat.

Heisenberg, W.: On the stability of laminar flow. Proc. Internat. Congr. Math. (Cambridge, Mass., Aug. 30—Sept. 6, 1950) **2**, 292—296 (1952).

Verf. gibt einzelne kritische Bemerkungen zu den Ergebnissen der Theorie der Turbulenzentstehung aus kleinen Störungen (nach ihren wesentlichsten Förderern die Tollmien-Schlichtingsche Theorie) und deutet sie im Sinne der statistischen Theorie der Turbulenz. *H. Görtler.*

Lighthill, M. J.: On sound generated aerodynamically. I. General theory. Proc. Roy. Soc. London, Ser. A **211**, 564—587 (1952).

Grundlegende Untersuchungen über die Schallabstrahlung einer Strömung, die — etwa infolge von Instabilität bei der Umströmung eines Hindernisses oder beim Austritt aus einer Düse — regelmäßige oder turbulente Schwankungen aufweist. Das Schallfeld wird dargestellt mit Hilfe von akustischen Dipolen (wenn feste Wände wesentlich beteiligt sind, z. B. bei umlaufenden Propellerblättern) oder von akustischen Quadrupolen, deren Stärke wesentlich von der Dichte und den Geschwindigkeitskomponenten abhängt. Das Strahlungsfeld wird mit Hilfe retardierter Potentiale abgeleitet. Besondere Aufmerksamkeit wird dem Mechanismus der Um-

wandlung der kinetischen Energie der schwankenden Scherströmung in die akustische Energie der schwankenden Longitudinalbewegung geschenkt. Insbesondere wird der Zusammenhang von Intensität und Frequenz des Schallfeldes mit den mittleren Schwankungsprodukten bestimmter Größen des turbulenten Strömungsfeldes in einer allgemeinen Darstellung angegeben. Diese wird im letzten Abschnitt spezialisiert auf den Fall eines mit Unterschallgeschwindigkeit bewegten Körpers. Die Intensitätsverteilung longitudinal und lateral gerichteter Quadrupole wird dabei in Abhängigkeit vom Winkel gegen die Bewegungsrichtung für verschiedene Machzahlen berechnet und in Diagrammen dargestellt. *F. W. Riegels.*

Fil'čakov, P. F.: Hydromechanische Berechnung einer zweispuntigen Wehrsohle für $T = \infty$ und verschiedene Marken der Bodenlinie des oberen und unteren Stauraumes. Ukrain. mat. Žurn. **4**, 415—426 (1952) [Russisch].

Rozenberg, M. D.: Über die instationäre Filtration einer gasdurchsetzten Flüssigkeit im porösen Medium. Isvestija Akad. Nauk SSSR, Otdel. techn. Nauk **10**, 1489—1500 (1952) [Russisch].

Ter-Stepanjan, G. I.: Über die Gleichgewichtsbedingung für eine Flüssigkeit in einem kapillaren System. Akad. Nauk Armjan. SSR, Doklady **13**, 3—7 (1951) [Russisch].

Wärmelehre:

● **Sommerfeld, Arnold: Thermodynamik und Statistik. (Vorlesungen über theoretische Physik, Band 5.) Herausgegeben von F. Bopp und J. Meixner.** Wiesbaden: Dieterichsche Verlagsbuchhandlung 1952. XIV, 374 S. DM 23,30.

Sommerfeld hat diesen letzten Band seiner „Vorlesungen über theoretische Physik" nicht mehr vollenden konnen. Die ersten drei Teile und die Hälfte des vierten hatte er im wesentlichen fertiggestellt; die Vervollständigung und die Herausgabe haben Bopp und Meixner übernommen. — Die Hälfte des Bandes ist der Thermodynamik und ihren Anwendungen gewidmet. Der zweite Hauptsatz wird im Anschluß an Clausius behandelt, jedoch wird auch die Methode von Carathéodory kurz skizziert. Kreisprozesse treten gegenüber der Verwendung der thermodynamischen Potentiale in den Hintergrund. Bei den Anwendungen werden neben Gasgemischen Lösungen, Phasengleichgewichten auch galvanische Elemente, Ferro- und Paramagnetismus und Hohlraumstrahlung behandelt. Die Thermodynamik schließt mit einer Erläuterung der Grundbegriffe der Theorie irreversibler Prozesse. — Teil III enthält den elementaren Teil der kinetischen Gastheorie sowie die Langevinsche Theorie der sonst nicht weiter erorterten Brownschen Bewegung. — Im vierten Teil wird auf nur 77 Seiten die Statistik abgehandelt. Auf die Boltzmannsche Abzählungsmethode folgt die Berechnung spezifischer Wärmen mit elementarer Berücksichtigung der Quantentheorie, eine knappe Darlegung der Gibbsschen Methode und schließlich Quantenstatistik nach der Methode von Darwin und Fowler und ihre Anwendung auf Bose- und Fermigas. — Teil V bringt die Grundzüge einer exakten kinetischen Theorie der Gase, insbesondere die Boltzmannsche Stoßgleichung, das H-Theorem, die Grundzüge der Hydrodynamik und die Sommerfeldsche Leitfähigkeitstheorie. Eine größere Zahl von Übungsaufgaben mit Anleitungen zur Losung beschließt das Buch. — Auf dem Gebiet der Thermodynamik und Statistik herrscht ein spürbarer Mangel an guten Lehrbüchern. Es ist daher besonders erfreulich, daß in der bewährten Darstellungsweise Sommerfelds und der Herausgeber nunmehr dieses Werk erschienen ist. *G. Höhler.*

● **Rocard, Y.: Thermodynamique.** Paris: Masson 1952. 551 p. f. 4150.

Dieses umfangreiche Lehrbuch der Thermodynamik unterscheidet sich wesentlich von anderen Werken desselben Titels. Die begriffliche Grundlegung der Thermodynamik kommt recht kurz, die chemische Thermodynamik, die Elektrochemie und alles Übrige, was zur physikalischen Chemie im klassischen Sinne zählt, müssen sich mit einem kleinen Teil des Buches begnügen. Dafür finden sich ein Abriß der technischen Thermodynamik, die Theorie der Strahlung und die Thermodynamik der Sterne, die kinetische Theorie der Gase und der festen Korper, die statistische Mechanik und eine kurze Darstellung der Thermodynamik der irreversiblen Prozesse. Was das Buch besonders auszeichnet, ist die Fülle der Anwendungen, die man sonst kaum in dieser Vielseitigkeit und Vollständigkeit antrifft. Sie kann hier nur durch einige Stichworte charakterisiert werden: Magnetothermische und magnetocalorische Effekte, Thermodynamik der Supraleitung, Transporteigenschaften des Heliums bei tiefen Temperaturen, Stoßwellen, Dampfturbinen, Düsenantrieb, Kernreaktoren, Quelle der Sonnenenergie, Versetzungen, Schwankungserscheinungen, Statistik der Kettenmoleküle, Ordnungsumwandlungen in Legierungen, Theorie des Schmelzens. Daß bei der gebotenen Stoffülle die Darstellung gelegentlich etwas knapp ausfällt, ist verständlich. Dies hätte allerdings durch ausführlichere Literaturangaben ausgeglichen werden können. Jedenfalls überzeugt dieses Lehrbuch von der großen

Bedeutung der Thermodynamik, eignet sich für das Studium und erlaubt, sich rasch über irgendeine aus der Fülle der Anwendungen zu orientieren. *J. Meixner.*

Costa de Beauregard, Olivier: Relation entre le principe des potentiels retardés et le second principe de la thermodynamique. C. r. Acad. Sci., Paris **235**, 1193—1194 (1952).

Der Verf. untersucht die Entropieänderung eines Systems von Photonen und absorbierender und emittierender Materie. *H. Kümmel.*

● **Chapman, Sydney and T. G. Cowling: The mathematical theory of non-uniform gases.** — 2nd ed. London: Cambridge University Press. 1952. 51 s.

● **Kar, K. C.: Statistical mechanics. Part. I, II.** Calcutta: Das Gupta & Co., Ltd., 1952. 155, 370 p.

Domb, C.: On the use of a random parameter in combinatorial problems. Proc. phys. Soc., Sect. A **65**, 305—309 (1952).

Allgemeine Behandlung eines statistischen Problems [s. E. Schrödinger, Proc. phys. Soc. Sect A **64**, 1040—1041 (1951)]. *D. Lyons.*

Marquet, Simone: Étude mathématique des équations de Boltzmann généralisées. C. r. Acad. Sci., Paris **234**, 2345—2347 (1952).

Verallgemeinerung der Untersuchungen von R. Marrot [J. Math. pur. appl., IX. Sér. **25**, 93—159 (1946)] auf den relativistischen und quantenmechanischen Fall. *D. Lyons.*

Chalatnikov, I.: Über eine Methode zur Berechnung einer statistischen Summe. Doklady Akad. Nauk SSSR, n. Ser. **87**, 539—542 (1952) [Russisch].

Die Methode Feynmans zur Behandlung nichtkommutierender Terme im Argument von Exponentialfunktionen (dies. Zbl. **44**, 233) wird benutzt, um die Zustandssumme als die Spur: $\mathrm{Sp}\, e^{-\beta H(\mathfrak{p},\mathfrak{r})}$, $\beta = 1/k\,T$ auszuwerten. Sie ist von der Wahl des Orthogonalsystems unabhängig; man kann daher ebene Wellen verwenden, womit Z die Form

$$Z = \int\int e^{i\,\mathfrak{q}\,\mathfrak{r}/h}\, e^{-\beta H(\mathfrak{p},\mathfrak{r})}\, e^{-i\,\mathfrak{q}\,\mathfrak{r}/h}\, d\mathfrak{q}\, d\mathfrak{r}/(2\pi h)^3 = \int\int e^{-\beta H(\mathfrak{p}-\mathfrak{q},\mathfrak{r})}\, d\mathfrak{q}\, d\mathfrak{r}/(2\pi h)^3$$

annimmt, letzteres nach einem Satze von Landau und Lifschitz. Unter Annahme eines $H(\mathfrak{p},\mathfrak{r}) = p^2/2m + U(\mathfrak{r})$ schreibt sich dies mit Hilfe des Feynmanschen Ordnungsindex

$$Z = \int\int \exp\left[-\beta\left(\frac{1}{2m}\int_0^1 \mathfrak{p}_s^2\, ds + \frac{1}{2m}\cdot 2\,\mathfrak{q}\int_0^1 \mathfrak{p}_s\, ds + \frac{1}{2m}\,\mathfrak{q}^2 + \int_0^1 U_s\, ds\right)\right]\frac{d\mathfrak{q}\, d\mathfrak{r}}{(2\pi h)^3},$$

worauf sich die Integration über den Phasenraum $\mathfrak{q}$ ausführen läßt:

$$Z = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2}\left(\frac{m}{\beta}\right)^{3/2}\int d\mathfrak{r}\,\exp\left[-\beta\left(\frac{1}{2m}\int_0^1 \mathfrak{p}_s^2\, ds - \frac{1}{2m}\left(\int_0^1 \mathfrak{p}_s\, ds\right)^2 + \int_0^1 U_s\, ds\right)\right].$$

Hier hat das Entflechtungsverfahren Feynmans einzusetzen. Man kann das nicht mehr geschlossen durchführen, sondern muß nach Potenzen von h entwickeln: $Z = Z_0 + h^2 Z_2 + h^4 Z_4 \cdots$. Nach übersichtlichen Rechnungen erhält man z. B.

$$Z_2 = -(2/\pi)^{1/2}\,(m/\beta)^{3/2}\,(\beta^3/24\,m)\int (\partial U/\partial x_i)\,(\partial U/\partial x^i)\, e^{-\beta U}\, d\mathfrak{r}$$

und einen Ausdruck mit zweiten Ableitungen von U für Z_4. *W. Wessel.*

Richardson, L. F.: Transforms for the eddy-diffusion of clusters. Proc. Roy. Soc. London, Ser. A. **214**, 1—20 (1952).

Lewis, H. W.: Range straggling of a nonrelativistic charged particle. Phys. Review, II. Ser. **85**, 20—24 (1952).

Das Straggling-Problem von N. Bohr [Philos. Mag., VII. Ser. **30**, 581 (1915)] wird mit Hilfe eines kontinuierlichen Kalküls („Boltzmanngleichung") behandelt. *D. Lyons.*

Sanina, T. A., A. A. Sanin und A. M. Titov: Zur Frage der Temperatur eines Körpers im korpuskularen Strahlungsstrom. Žurn. èksper. teor. Fiz. **23**, 703—708 (1952) (Russisch].

Schönberg, M.:. Application of second quantization methods to the classical statistical mechanics. Nuovo Cimento, Ser. IX **9**, 1139—1182 (1952).

Verf. entwickelt ein Verfahren zur Behandlung der klassischen statistischen Mechanik, das den Methoden der zweiten Quantisierung entspricht. Die Dichte im Phasenraum ist dann durch das Absolutquadrat einer „Wellenfunktion" gegeben, die von den Punkten (p, q) abhängt. Hierbei erhält man Bose-, Fermi- oder Boltzmann-Statistik, je nachdem man Symmetrie, Antisymmetrie oder keine Symmetrieeigenschaften von den „Wellenfunktionen" fordert. *H. Kümmel.*

Stueckelberg, E. C. G.: Théorème H et unitarité de S. Helvet. phys. Acta **25**, 577—580 (1952).

Es wird gezeigt, daß sich das Boltzmannsche H-Theorem aus dem Stoßzahlansatz ohne die übliche Annahme der Symmetrie der Übergangswahrscheinlichkeiten gewinnen läßt; es genügt, für die Übergangswahrscheinlichkeiten die der Unitarität der S-Matrix entsprechenden Normierungsforderungen aufzustellen. Statt des üblichen detaillierten Gleichgewichts erhält man dann ein zyklisches detailliertes Gleichgewicht. Der Beweis wird für eine ziemlich allgemeine Entropiedefinition geführt; ein einfacherer, von W. Pauli stammender Beweis für die übliche Entropiedefinition wird in einer Fußnote mitgeteilt. *G. Lüders.*

Klein, G.: Mean first-passage times of Brownian motion and related problems. Proc. Roy. Soc. London, Ser. A **211**, 431—443 (1952).

Die Umkehrung der Einsteinschen Formel $\bar{x}^2 = 2Dt : \bar{t} = (1/2D)x^2$ wird für zwei und drei Dimensionen diskutiert [s. F. Stadie, Ann. der Physik, IV. F **86**, 751 (1928)] und die merkwürdige Symmetrie zwischen den zueinander „reziproken" Formeln durch geeignete analytische Formulierung des Problems bei Vermeidung der üblichen Reihenentwicklungen verständlich gemacht. *D. Lyons.*

Klein, G.: A generalization of the classical random-walk problem and a simple model of Brownian motion based thereon. Proc. Roy. Soc. Edinburgh, Sect. A **63**, 268—279 (1952).

Hodge jr., P. G.: The Brownian motion of coupled systems. J. Math. Physics **31**, 120—130 (1952).

The author discusses the random motion of a mechanical instrument due to the impact of the molecules of the surrounding fluid. The average values of the mean square displacement and velocity by generalized coordinates are calculated both in stable equilibrium and in neutral one and discussions are made regarding some limitations of the results. *K. Itô.*

Laasonen, P.: Das Wärmeleitungsproblem einer linearen Mannigfaltigkeit. 11. Skand. Mat.-Kongr., Trondheim **1949**, 148—152 (1952).

Verf. skizziert hier einen Existenzbeweis für die Lösung der Wärmeleitungsgleichung auf einem in einem Kontinuum gelegenen Kurvennetz mit endlichvielen Knotenpunkten; durch Verdichtung des Netzes ließe sich dann ein Grenzübergang zum Existenzbeweis für das Kontinuum herleiten. Die gesuchte Lösung wird nach einer Laplace-Abbildung $(t) \to (s)$ durch eine Greensche Funktion darzustellen sein, mit deren Konstruktion die Hauptsache geleistet ist. Das als geschlossen, m-fach zusammenhängend angenommene Netz wird vorerst durch m Schnitte in ein offenes Netz verwandelt, und wenn man dann die Greensche Funktion auf jeder Kurve als Exponentialpolynom in $\mp x\sqrt{s}$ ansetzt, bleibt für die Koeffizienten ein algebraisches System zu lösen; aus der funktionentheoretisch einzusehenden Eindeutigkeit der Lösung folgt auch ihre Existenz. Durch Kreuzverheftung mit unendlich vielen kongruenten offenen Netzen entsteht eine Art Riemannsches Überlagerungsnetz. Für seine Greensche Funktion sind Abschätzungen möglich, die außer der Existenz auch die Anwendbarkeit des komplexen Umkehrintegrals sichern, so daß auch die Temperaturverteilung auf dem Kurvennetz durch eine Greensche Funktion angegeben werden kann. *U. T. Bödewadt.*

Hirschman jr., I. I.: A note on the heat equation. Duke math. J. **19**, 487—492 (1952).

In der für die eindeutige Lösung der Wärmegleichung $u_{xx} = u_t$ bedeutsamen Frage, ob eine vor unendlich langer Zeit dagewesene Temperaturverteilung sich bis

zur Gegenwart notwendig ausgeglichen hat, zeigt das Beispiel $u(x, t) = e^{-t} \sin x$, daß hierfür noch zusätzliche Bedingungen erforderlich sind. Ein Satz von Paul Appel in Verbindung mit einem neueren Ergebnis von D. V. Widder [Trans. Amer. math. Soc. **55**, 85—95 (1944)] lehrt, daß eine nichtnegative Temperaturverteilung $u(x, t)$, welche in $0 < x < \infty$, $-\infty < t < c$ gleichmäßig beschränkt ist, konstant sein muß. Verf. beweist nun, daß dazu schon die schwächere Voraussetzung $\sup_{|x|<r} u(x, c) \leqq M(r)$ mit nichtpositivem $\liminf_{r\to\infty} [r^{-1} \log M(r)]$ ausreicht.

U. T. Bödewadt.

Vacca, Maria Teresa: Conduzione del calore in una piastra anulare, sottile, limitata da due circonferenze concentriche. Atti Sem. mat. fis. Univ. Modena **5** (1950—51), 190—212 (1952).

Die zweidimensionale Wärmeleitungsaufgabe für den Kreisring (Membran mit endlichem Wärmeübergang an ein umgebendes Mittel von fester Temperatur) wird hier in sehr allgemeiner Form behandelt: In $0 < r_1 < r < r_2$ ist die Temperatur $U(r, \vartheta, t)$ gesucht, wenn die Anfangstemperatur $U(r, \vartheta, 0)$ sowie die Randtemperaturen $U(r_1, \vartheta, t)$ und $U(r_2, \vartheta, t)$ beliebig (doch stetig) vorgegeben werden; dabei sollen keine Wärmequellen wirksam sein. Bei der Behandlung werden bekannte Verfahren angewandt (vgl. z. B. Sestini, dies. Zbl. **36**, 343), jedoch sind alle Teile ausgeführt. Zuerst wird die Eindeutigkeit der Lösung gezeigt, dann der Wärmeübergang zum Außenmittel durch Abspaltung eines Exponentialzeitfaktors erledigt, und nun die Lösung aus drei Bestandteilen überlagert, die der Anfangsbedingung oder einer der Randbedingungen genügen sollen. Die Anfangsbedingung führt auf eine Bessel-Fourier-Reihe, bei den Randwerten wird die Winkelabhängigkeit durch eine Fourierentwicklung und die Zeitabhängigkeit durch ein Duhamelsches Integral erfaßt, wonach sich die Auswirkung konstanter Randwerte mit der Laplace-Transformation berechnen läßt.

U. T. Bödewadt.

Thiruvenkatachar, V. R. and B. S. Ramakrishna: A case of combined radial and axial heat flow in composite cylinders. Quart. appl. Math. **10**, 255—262 (1952).

Behandelt wird die zugleich axial und radial verlaufende Abkühlung eines endlichen Zylinders, der aus zwei koaxialen Teilen mit vollkommen wärmeleitender Berührung besteht. Der ganze Körper befindet sich anfangs auf der Einheitstemperatur, ist außen isoliert und wird von der Nullzeit ab an den Enden auf der Nulltemperatur gehalten. Die in x, r, t aufgestellten Gleichungen für den Temperaturverlauf im inneren und im äußeren Zylinder werden nach Laplace aus der Zeit in den (x, r, s)-Raum abgebildet und dann über der x-Achse in eine Sinusreihe entwickelt. Die Beiwerte dieser Reihen werden Besselfunktionen in r, deren Parameter dabei von s abhängen. Das komplexe Umkehrintegral führt formal auf eine Residuenreihe, für welche die Verff. das Erfülltsein der Rand- und der Anfangsbedingungen nachzuweisen unternehmen. Durch ein numerisches Beispiel wird die Berechnung der Pole des Transformanden und daraus der Lösungen erläutert; bemerkenswert ein Minimum des radialen Temperaturverlaufes. — Anm. des Ref.: Hinsichtlich der radialen Wärmestrombedingungen (7), (8) besagt die formale Richtigkeit der Ergebnisse bei gliedweiser Differentiation der Reihen noch nichts, da die Konvergenz nicht erörtert wird. — Diese Bedingungen (7), (8) werden auch von den in Fig. 3 abgebildeten Kurven nicht erfüllt.

U. T. Bödewadt.

Vodička, V.: Conduction de la chaleur dans une barre formée de plusieurs parties en matériaux différents. Prace mat.-fiz. **48**, 45—52 (1952).

Il problema di propagazione del calore, non stazionaria e unidimensionale, accennato nel titolo, è risolto col classico metodo di Bernoulli.

D. Graffi.

Minasjan, R. S.: Die instationäre Wärmeströmung in einem prismatischen Körper mit einem Querschnitt von der Form eines rechten Winkels bei Vorhandensein von instationären Wärmequellen. Priklad. Mat. Mech. **16**, 533—538 (1952) [Russisch].

Verf. sucht das ebene Temperaturfeld $u(x, y, t)$ in dem Gebiet, das aus der Vereinigung der Rechtecke $(0 < x < a,\ 0 < y < c)$ und $(0 < x < b,\ 0 < y < d)$ entsteht, hier für den symmetrischen Fall $a = b$, $c = d$, $u(x, y, t) = u(y, x, t)$; dazu zerschneidet er das Gebiet in ein Quadrat $R_0(0 < x < d,\ 0 < y < d)$ und zwei kongruente Rechtecke $R_1(0 < y < d < x < b)$ und $R_2(0 < x < d < y < b)$. Für jedes Teilrechteck R_n sucht er die Teillösung $u_n(x, y, t)$; die Lösungen u_0, u_1 und u_0, u_2 müssen an den Schnittlinien glatt zusammenpassen. Vorgeschrieben

sind die Anfangstemperaturverteilung und der zeitliche Verlauf der Randtemperaturen sowie der Intensität der Wärmequellen $w(x, y, t)$ im Innern. Eine zeitliche Laplace-Transformation $(t \cdots p)$ führt auf Bildfunktionen $u_n^*(x, y, p)$, die in Sinusreihen über der Streifenbreite d als halber Grundwellenlänge entwickelt werden. Alle Reihen lassen sich dank der Symmetrie- und Stetigkeitsbedingungen durch eine Folge $m_k(p)$ ausdrücken, für welche ein unendliches Gleichungssystem zustande kommt. Auf Grund der für die Laplace-Transformation vorausgesetzten Beschränkungen vermag Verf. auch die Regularität des Gleichungssystems für die m_k nachzuweisen, so daß die Existenz einer beschränkten Lösungsfolge und damit die Reihenentwicklung der Bildfunktionen u_n^* feststeht. Diese aber hängen nun noch von den willkürlichen gegebenen Funktionen ab, so daß sich über die Form der Lösungen $u_n(x, y, t)$ im Oberbereich allgemein Weiteres nicht aussagen läßt. *U. T. Bödewadt.*

Allen, D. N. de G.: The calculation of the efficiency of heat regenerators. Quart. J. Mech. appl. Math. **5**, 455—461 (1952).

Verf. betrachtet einen Wärmeregenerator, der wechselweise in Gegenrichtung von kalter Luft und heißem Gase durchblasen wird. Für die Temperaturen $T(x, z)$ der Wand und $t(x, z)$ des strömenden Mittels stellt er die Gleichungen $\partial T/\partial z = t - T = -\partial t/\partial x$ auf, wobei x, z die (reduzierten) Orts- und Zeit-Koordinaten bedeuten. Dieses System wird zu $\partial^2 T/\partial x\,\partial z + \partial T/\partial x + \partial T/\partial z = 0$ zusammengezogen und dann durch eine Differenzengleichung in einem rechteckigen Gitter ersetzt. An drei Beispielen wird gezeigt, daß die praktische Konvergenz des numerischen Lösungsverfahrens durch Iteration ganz befriedigend ist, wenn man die Grenzwerte gut zu schätzen versteht. *U. T. Bödewadt.*

Voskresenskij, K. D.: Über ein nichtlineares Problem der Theorie der Wärmeleitung. Doklady Akad. Nauk SSSR, n. Ser. **87**, 575—576 (1952) [Russisch].

Zu einer speziellen Aufgabe (stationäre Wärmeströmung in einem Körper, dessen Oberfläche auf stückweise konstanter Temperatur gehalten wird) bemerkt Verf., daß sich der Fall temperaturabhängiger Wärmeleitfähigkeit mittels einer kalorisch gleichmäßigen Temperaturskala auf den linearen Fall konstanter Leitfähigkeit zurückführt. Diese Bemerkung ist nicht neu — vgl. z. B. E. Foà (dies. Zbl. **37**, 415). *U. T. Bödewadt.*

Manfredi, Bianca: Sopra un problema cilindrico non lineare di propagazione del calore. Rivista Mat. Univ. Parma **3**, 383—396 (1952).

In Verallgemeinerung analoger Resultate für den Halbraum (R. Mann und F. Wolf, dies. Zbl. **43**, 100) untersucht Verf. die Temperaturverteilung im Außenraum eines mit Gas von konstanter Temperatur angefüllten zylindrischen Hohlraums, falls der Konduzibilitätskoeffizient nicht konstant, sondern als Funktion der Oberflächentemperatur angenommen wird. Dieses — nichtlineare — Randwertproblem wird mittels Laplace-Transformation auf eine nichtlineare Integralgleichung vom Volterraschen Typ zurückgeführt, für die Existenz und Eindeutigkeit der Lösung bewiesen werden. *M. J. De Schwarz.*

Sestini, Giorgio: Esistenza ed unicità nel problema di Stefan relativo a campi dotati di simmetria. Rivista Mat. Univ. Parma **3**, 103—113 (1952).

Ausdehnung des in einer früheren Mitteilung (dies. Zbl. **48**, 434) für die planparallele Platte gebrachten Satzes über die Lösung der Aufgabe des Schmelzens durch Wärmeleitung auf den Fall des Hohlzylinders und der Kugelschale, und zwar bei Heizung von einer der Grenzflächen her, mit Isolation der anderen Grenzfläche. *U. T. Bödewadt.*

Egerváry, Jenö et Viktor Lovass-Nagy: La solution de l'équation différentielle de la conduction calorique avec condition périphérique dépendant linéairement de la durée. (Examen du processus de refroidissement respectivement de rechauffement d'un corps placé dans un médium dont la température varie d'une manière uniforme.) Publ. Inst. Math. appl. Acad. Sci. Hongrie **1**, 11—21 u. russ. u. französ. Zusammenfassg. 21—22, 22 (1952) [Ungarisch].

Le sujet de l'article présent est la détermination des fonctions décrivant la distribution des températures d'un corps placé dans un médium de température variable. La fonction qui satis-

fait l'équation différentielle homogène $\partial u/\partial t = a^2 \cdot \Delta u$ dans le cas d'une condition périphérique non-homogène $b\,\partial u/\partial t + u = v \cdot t$, et d'une condition initiale $u(x, y, z, 0) = 0$ peut être déterminée comme la somme $u = u_1 + u_2$ de la solution particulière $u_1 = v \cdot t + U(x, y, z)$ qui satisfait la condition périphérique non-homogène et la solution générale u_2 qui satisfait l'équation différentielle homogène avec une condition périphérique homogène et avec le condition initiale $u_2(x, y, z, 0) = U(x, y, z)$. Cette méthode de traitement rend possible d'utiliser les analogies formelles qui existent entre le processus de refroidissment respectivement de rechauffement et les autres problèmes de la physique mathématique (vibrations de membranes, torsion, etc.).

Autoreferat.

Bryson, A. E.: Note on aerodynamic heating with a variable surface temperature. Quart. appl. Math. **10**, 273—275 (1952).

In Fortführung einer Bemerkung von Emmons (dies. Zbl. **42**, 440) über die Temperaturverteilung an einer isolierten Platte, die sich in einer zähen inkompressiblen Flüssigkeit in Bewegung setzt, behandelt der Verf. das entsprechende Problem für eine Platte, deren Temperaturverteilung T_0 als Funktion der Zeit t vorgegeben ist. Bei der Aufstellung der Differentialgleichungen werden alle trägheitsbedingten Glieder (außer den zeitabhängigen) vernachlässigt. Bezeichnen $u(y, t)$ bzw. $T(y, t)$ die Geschwindigkeitsverteilung bzw. Temperaturverteilung und η, ϱ, k und c_p die Zähigkeit, Dichte, Wärmeleitfähigkeit und spezifische Wärme bei konstantem Druck, so wird eine Lösung der Differentialgleichungen $u_t = (\eta/\varrho)\, u_{yy}$ und $\varrho\, c_p\, T_t = k\, T_{yy} + \eta\, u_{yy}$ angegeben (die Indices t und y kennzeichnen partielle Ableitungen), wobei die Rand- und Anfangsbedingungen lauten: $u(0, t) = 0$; $u(y, 0) = U$; $T(0, t) = T_0(t)$; $T(y, 0) = T_\infty$ mit U als Geschwindigkeit und T_∞ als Temperatur der freien Strömung. Aus der gewonnenen Lösung wird weiterhin die des stationären Problems abgeleitet, welches sich ergibt, wenn in den obigen Differentialgleichungen t durch x/U ersetzt wird.

F. Riegels.

● **Grew, K. E. and T. L. Ibbs: Thermal diffusion in gases.** London: Cambridge University Press 1952. 152 p., 40 diagrams. 18 s. net.

Elektrodynamik. Optik:

Belatini, Paul de: Improved morphology of electromagnetics and the periodic system of physics. Bull. Techn. Univ. Istanbul **5**, 27—110 (1952).

Die vorliegende Arbeit beschaftigt sich mit der Polarität des elektrischen und magnetischen Feldes und versucht durch eine formalistische Betrachtung, unter Hinzunahme von neuen Definitionsgrößen, die aus den Grundgleichungen bestimmt werden, zu einem symmetrischeren Aufbau der Elektrodynamik zu gelangen. Die sich daraus ergebenden Analogien des elektrischen und magnetischen Feldes werden in Tabellen zusammengestellt, die vom Verf als „elektromagnetisches Periodisches System" bezeichnet werden. Im weiteren Verlauf der Arbeit erweitert der Verf. das genannte System durch Hinzunahme von akustischen und hydrodynamischen Größen. Die Erwartungen, welche der Verf. an den von ihm entwickelten Formalismus knüpft, sind ohne Zweifel kaum realisierbar.

P. Urban.

Caldirola, Piero: È la massa dell'elettrone di natura elettromagnetica? Rend. Sem. mat. fis. Milano **22**, 25—59 (1952).

È un'esposizione dei tentativi che mirano a valutare la massa dell'elettrone mediante una teoria elettromagnetica pura. L'A. espone prima i metodi prerelativistici proposti da Lorentz, Abraham e Poincaré e successivamente presenta le idee di Fermi, Born e Infeld, Dirac e Bopp. Il problema è difficile ed è ben lontano da una soluzione soddisfacente.

G. Lampariello.

Gurevič, A. V.: Zu den Fragen der klassischen Theorie der ausgedehnten Teilchen. Vestnik Moskovsk. Univ. **7**, Nr. 8 (Ser. fiz. mat. estestv. Nauk Nr. 5), 105—109 (1952) [Russisch].

Es wird eine lineare klassische Elektrodynamik betrachtet, die sich im Ansatz etwas von der bekannten Boppschen Elektrodynamik (dies. Zbl. **24**, 143) unterscheidet, im übrigen aber zu keinen wesentlichen anderen Folgerungen führt.

L. Waldmann.

Todeschini, Bartolomeo: Sforzi maxwelliani e sforzi elastici nel caso piano. Ist. Lombardo Sci. Lett., Rend., Cl. Sci. mat. natur. **85**, 103—108 (1952).

Im Rahmen der Maxwellschen, von Somigliana vervollkommneten elastischen Interpretation der elektromagnetischen Vorgänge stellt Verf. die Differentialgleichung der Airyschen Spannungsfunktion für den Fall eines allgemeinen zylinderförmigen Dielektrikums auf. Er integriert sie für den Spezialfall eines unbegrenzten ebenen bzw. kreiszylindrischen Kondensators und stellt fest, daß für den letzteren eine der so erhaltenenen Spannungskomponenten sich von der von Maxwell angegebenen wesentlich unterscheidet. *M. J. De Schwarz.*

Pratelli, Aldo M.: Sopra i tensori spazio-temporali di Hertz e di Riesz per il campo elettromagnetico neutro. Ist. Lombardo Sci. Lett., Rend., Cl. Sci. mat. natur. **85**, 449—464 (1952).

In un campo elettromagnetico neutro nel vuoto riferito ad un cronotopo di Minkowski si possono definire un potenziale Φ_α ed un antipotenziale ψ^γ. L'A. introduce il tensore $\pi_{\alpha\beta}$ di Hertz, già considerato da Gordon et da Ruse, come soluzione di due equazioni tensoriali, l'una esprimente che la divergenza del tensore deve eguagliare il potenziale Φ_α, l'altre che il rotore del tensore dev'essere eguale all'antipotenziale ψ^γ. Se il campo ha per sede la materia, si riconosce che l'operatore di d'Alembert $\Box$ applicato a $\pi_{\alpha\beta}$ riproduce il tensore dei momenti. Se si effettua la decomposizione di $\pi_{\alpha\beta}$ in un tensore irrotazionale e in un tensore solenoidale, si trova che l'addendo irrotazionale si identifica col tensore $r_{\alpha\beta}$ che M. Riesz ha considerato nella sua Memoria (questo Zbl. **33**, 276). I tensori studiati figurano in alcuni principi variazionali enunciati nella Nota *G. Lampariello.*

Fazekas, Ferenc: Calcul de la résistance de mise à terre et de la tension de pas dans le cas d'un tuyau de mise à terre. Publ. Inst. Math. appl. Acad. Sci. Hongrie **1**, 399—408 u. russ. u. französ. Zusammenfassg. 408 (1952) [Ungarisch].

Cette article basé sur des données de la littérature discute le champ de force et le champ de potentiel électriques d'un tuyau d'une longueur m et d'un diamètre d de forme mince ($d \ll m$) d'un potentiel V placé dans une digue creusée dans la terre (comme diélectrique semi-conducteur) principalement pour déterminer la tension de pas et ce qu'on appelle la résistance de distribution de la mise à terre. Sur la base du principe de réflexion, un tuyau mince, dont la longueur a été augmentée à $2m$ a été considéré identique avec la forme de limit einférieure des ellipsoïdes de rotation équipotentielles allongées de distance focale semblable, c'est-à-dire avec son axe d'épaisseur infiniment petite d'une longueur $2m$ et d'une densité de charge linéaire uniforme $q = Q/2m$, un modèle qui, selon la littérature, donne une bonne approximation de la réalité, et qui, en même temps, permet le simplifier le calcul dans un degré considérable. Autoreferat.

Pál, Sándor: La transmission d'une charge statique moyennant un tuyau à paroi mince. Publ. Inst. Math. appl. Acad. Sci. Hongrie **1**, 409—447, 449—460 u. russ. u. französ. Zusammenfassg. 448 (1952) [Ungarisch].

L'article contient des calcules se rapportant au jugement et à l'établissement des dimensions de la construction qui sert pour fixer la partie rotative des turbo-générateurs sur les bouts d'essieu. Aus der franz. Zusammenfassg.

Hampel, R.: Quelques applications des équations intégrales dans la théorie d'électricité. Prace mat.-fiz. **48**, 79—100 (1952).

Verf. untersucht folgende zwei Probleme: I. Gegeben ein elektrostatisches Feld $V(x_1, x_2, x_3)$ im Gebiet A. $K_0(x_1, x_2, x_3) = -\operatorname{grad} V_0$. In einem Teilgebiet Ω von A mit dem Rande S wird ein Dielektrikum $[\varepsilon(x_1, x_2, x_3) \geq 1]$ eingeführt. Das gestörte Feld ist zu berechnen. II. Zu berechnen das Feld eines stationären elektrischen Stromes im Innern eines Gebietes Ω, wenn die Leitfähigkeit l, die elektromotorische Kraft $\vec{E}$ in Ω und die Normalkomponente des Stromes $i_n = f(P)$ auf S gegeben sind, wobei $\iint_S f(P)\, d\sigma = 0$ gilt. — Das erstere Problem führt auf folgende Gleichungen:

$$(1)\ \Delta U + \sum_{i=1}^{3} \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \frac{\partial U}{\partial x_i} + F \equiv L[u] + F = 0;\quad (2)\ \left(\varepsilon \cdot \frac{\partial U}{\partial n}\right)_i - \left(\frac{\partial U}{\partial n}\right)_e \equiv M[U] = f(P);$$

$U = V - V_0$ (V das gestörte Feld), $F = \sum_{i=1}^{3} \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial V_0}{\partial x_i}$, $f = \frac{\partial V_0}{\partial n}(1 - \varepsilon)$. Es wird zunächst das vereinfachte Problem $\Delta W_0 = 0$, $(\varepsilon\, \partial W_0/\partial n)_i - (\partial W_0/\partial n)_e = f(P)$ gelöst durch ein Potential

der einfachen Schicht wie beim Neumannschen Problem. Auf dieselbe Aufgabe führt übrigens die Bestimmung der Greenschen Funktion für $\Delta U = 0$ in A mit der Bedingung $M[G] = 0$ auf S. $W = U - W_0$ genügt dann ebenfalls Gleichungen der Form (1) und (2), (3) $L[W] + H = 0$ $M[W] = 0$. W ergibt sich als Lösung der Integrodifferentialgleichung

$$W(P) = \frac{-1}{4\pi} \iiint_{\Omega} G(P, Q) \cdot \left\{ \sum_{i=1}^{3} \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \frac{\partial W}{\partial \xi_i} + H(Q) \right\} d\omega_\xi .$$

Differenziert man dies nach den drei Variablen, so erhält man drei weitere Gleichungen mit den Kernen $\partial G/\partial x_i$. Dies kann man als gewöhnliches Integralgleichungssystem für vier unbekannte Funktionen auffassen. — Die zweite Aufgabe führt auf ein Neumannsches Problem

$$\Delta V = -l^{-1} \operatorname{grad} l \operatorname{grad} V + l^{-1} \operatorname{div} (l \vec{E}), \quad \partial V/\partial n\,(P) = E_n(P) - l^{-1} f(P)$$

(E_n Normalkomponente von $\vec{E}$). Die Integrabilitätsbedingung ist $\iint_S \frac{\partial V}{\partial n} dS = -\iiint_\Omega \Delta V \, d\omega$ oder $\iint_S \left(E_n - \frac{f}{l}\right) dS = \iiint_\Omega \frac{1}{l} [\operatorname{grad} l \operatorname{grad} V - \operatorname{div} (l\vec{E})] \, d\omega$. Hierin tritt V noch einmal auf.

Im Gegensatz zu den bisherigen langwierigeren Lösungen schlägt Verf. einen anderen Weg ein. Die Substitution $V = U e^W$ führt bei passender Wahl von W (mit $\partial W/\partial n < 0$) für U auf eine Gleichung der Form $\Delta U + a U = b$, wo also die ersten Ableitungen fehlen, und $\partial U/\partial n - (1/2\, l)\, \partial l/\partial n\, U = C$ $(= E_n \sqrt{l} - f/\sqrt{l})$ mit der Bedingung $\partial l/\partial n > 0$. Diese läßt sich in bekannter Weise behandeln. *G. Tautz.*

Pogorzelski, W.: Contribution à la théorie du champ électromagnétique. Prace mat.-fiz. **48**, 53—58 (1952).

Le grandezze fondamentali $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{H}$ di un campo elettromagnetico neutro nel vuoto soddisfano alle equazioni di Maxwell (1) (1_1) $\dot{\mathfrak{H}} = -c \operatorname{rot} \mathfrak{E}$. (1_2) $\dot{\mathfrak{E}} = c \operatorname{rot} \mathfrak{H}$, (1_3) $\operatorname{div} \mathfrak{H} = 0$, (1_4) $\operatorname{div} \mathfrak{E} = 0$ ed anche alle equazioni (2) $\square\, \mathfrak{E} = 0$ (3) $\square\, \mathfrak{H} = 0$. Si supponga ora che in regione τ di contorno σ, una $\mathfrak{E}$ soddisfi al sistema (1_4) $\operatorname{div} \mathfrak{E} = 0$. (2) $\square\, \mathfrak{E} = 0$. Come si determina $\mathfrak{H}$ in guisa che le (1) siano soddisfatte? L'A. discute questo problema e trova che la $\mathfrak{H}$ resta univocamente determinata, se si assegna la componente normale su σ $\mathfrak{H}_{0n}$ dell'intensità del campo magnetico iniziale tale che il suo intégrale esteso a σ sia nullo. *G. Lampariello.*

Freud, Géza: Sur le calcul du champ magnétifique d'une conduite électrique parallèle. Part. I. Publ. Inst. Math. appl. Acad. Sci. Hongrie **1**, 377—386 u. russ. u. französ. Zusammenfassg. 387 (1952) [Ungarisch].

Der Verf. setzt nach Mie in der ersten Näherung voraus, daß der transversale Skineffekt im Falle einer normalen Anordnung — wenn nämlich die Entfernung der beiden Leiter groß gegen den Durchmesser der Leiter ist — wenigstens bei kleinen Frequenzen vernachlässigt werden kann. Mit Hilfe dieser Voraussetzung berechnet er in elementarer und übersichtlicher Weise die magnetische Feldstärke und führt die Wirkung des transversalen Skineffektes in einem Korrektionsglied ein. Das angegebene Resultat bleibt auch im Falle der Leiter mit großer magnetischer Permeabilität gültig, wenn sich die Schwankungen der magnetischen Feldstärke auf dem linearen Teil der Magnetisierungskurve befinden. Die Resultate sind im Falle von Gleichströmen streng gültig, sie geben aber auch im Falle quasistationärer Ströme eine gute Näherung. Der Induktionskoeffizient soll in einer nachfolgenden Arbeit berechnet werden. *J. I. Horváth.*

● **Böttcher, C. J. F.: Theory of electric polarisation.** New York and Amsterdam: Elsevier Publishing Co., Inc.; London: Cleaver-Hume Press, Ltd. XIII, 492 p. 70 s.

● **Gibbs, W. J.: Tensors in electrical machine theory.** London: Chapman and Hall 1952. XII, 238 p. 30 s.

This book is written for electrical engineers and deals with the application of tensor algebra and tensor analysis to electrical machines. After an extensive treatment of the elementary parts of tensor algebra applications are made to electrical circuits and rotating machines. The theory is illustrated by working out the tensor equations for simple networks and a few primitive rotating machines. The basic idea is that the voltages e_k and the currents i^k $(k = 1, \ldots, N)$ for the N windings of the machine are related by the tensor equation $e_k = Z_{km}\, i^m$, where Z_{km} is the impedance tensor. A method is given of reducing the number of rows and columns in Z_{km} in case that some of the windings are permanently short-circuited. Several methods to handle the tensor equations are considered. Tensor analysis is introduced by giving a brief account of

differential geometry. Then follows an application to analytical dynamics for systems with restraining forces in non-holonomic coordinates. Rotating electrical machines are treated as combined electrical and dynamical systems in which the charges are the fundamental variables. The theory is developed for both holonomic and non-holonomic reference frames. The treatment of oscillating machines with tensor calculus is illustrated by several examples. *J. Haantjes.*

● **LePage, Wilbur R. and Samuel Seely: General network Analysis.** (McGraw-Hill Electrical and Electronic Engineering Series.) London: McGraw-Hill Publishing Co., Ltd. 1952. VII, 516 p. 60 s.

Das Buch gibt eine umfassende Einführung in die Methoden, die in vorgelegten linearen Netzwerken bestehenden Beziehungen zwischen Strömen und Spannungen zu ermitteln. Alles Grundsätzliche ist ausführlich erläutert; die einzelnen Fragen werden jeweils soweit verfolgt, wie es den gegenwärtigen Bedürfnissen der Ingenieurpraxis entspricht, wobei Fernmelde-, Hochfrequenz- und Starkstromtechnik gleichermaßen berücksichtigt sind. Dies gilt besonders auch für die Aufgaben, die jedem Paragraphen in reicher Auswahl beigegeben sind und von einfachen Übungsbeispielen bis zum Beweis vorgelegter Theoreme reichen. — Die Anforderungen an die mathematische Vorbildung des Lesers sind bescheiden gehalten. Funktionentheorie wird fast völlig vermieden, von Matrizen wird nur sparsamer Gebrauch gemacht, und sogar Summenzeichen werden nur selten benutzt. Eine kurze Einführung in die Matrizenrechnung sowie in einige Hilfsmittel der höheren Analysis wird im Buche gegeben; die Darstellung beschränkt sich dabei oft auf die Angabe der formalen Rechenoperationen, und eine Anzahl wichtiger Sätze wird ohne Beweis oder nur mit unvollständigen, die eigentlichen mathematischen Schwierigkeiten weglassenden Beweisen gegeben. Eine solche Beschränkung, auf die auch wenigstens an einigen Stellen ausdrücklich hingewiesen wird, erscheint der Zielsetzung des Buches angemessen; dennoch muß der Mathematiker gelegentlich allzu sorglose Formulierungen beanstanden (etwa p. 379, natürlich ohne Beweis: Eine eindeutige stetige periodische Funktion ist als Fourierreihe darstellbar). Die Verwendung des Wortes „unitär" entspricht nicht dem mathematischen Sprachgebrauch. — Die gebräuchlichen Fachausdrücke Impedanz, Reaktanz usw. sind von den Verff. noch um einige vermehrt worden: copedance, comittance (für Impedanzkoeffizient, Admittanzkoeffizient); auch immittance („Impedanz oder Admittanz") und receptance („Reaktanz oder Suszeptanz") sind anscheinend Neubildungen. Inhaltsübersicht: § 1 über komplexe Größen dient wohl hauptsächlich der Festlegung von Bezeichnungen. § 2 bringt die Grundlagen der Netzwerkanalyse; in den Schlußabschnitten sind auch Ersatzschaltbilder für Röhren als lineare Verstärker angegeben. (Die Behandlung von Rohrenschaltungen beschränkt sich auf die einfachsten linearen Beispiele, Gegenkopplungsschaltungen werden nicht betrachtet; in den meisten Paragraphen bleibt die Verwendung von Röhren außer Betracht.) § 3 bringt allgemeine Sätze über Netzwerke, insbesondere Schaltungsumwandlungen. Besonderer Wert wird auf den Dualitätsbegriff gelegt; im ganzen folgenden Text sind stets die dualen Schaltungen, Sätze und Beweise einander gegenübergestellt. § 4: Magnetische Kopplung; der Paragraph enthält unter anderem die Kopplung von mehr als zwei Stromkreisen, den Begriff des idealen Transformators und die Behandlung wirklicher Transformatoren durch Ersatzschaltungen; auf die üblichen technischen Sprechweisen wird ständig Rücksicht genommen. § 5: Die Vierpole werden unter den herkömmlichen Gesichtspunkten behandelt. (Eine entsprechende Theorie der $2n$-Pole wird nicht gebracht.) § 6: RLC-Netzwerke mit diskreten Schaltelementen. Die in Frage kommenden Netzwerkgrößen werden als rationale Funktionen des Frequenzparameters betrachtet; Ortskurven; komplexe Frequenzen. Beweise sind an mehreren wichtigen Stellen weggelassen. Die Nachbildung der komplexen Frequenzebene durch einen elektrolytischen Tank wird unter Hinweis auf weitere Literatur nur kurz erwähnt. § 7: Schwingungskreise, gekoppelte Schwingungskreise, Filterketten, Hoch-, Tief- und Bandpässe. Eine Besprechung der Butterworth- und Tschebyscheff-Filter berücksichtigt die moderne Entwicklung und greift, über die sonstige Abgrenzung des Stoffes hinausgehend, auch die Frage der Synthese solcher Filter an. § 8: Behandlung von Dreiphasensystemen mittels symmetrischer Komponenten. § 9: Homogene Leitungen; als graphisches Hilfsmittel wird dazu in § 10 das Smith-Diagramm mit vielen Beispielen erläutert. § 11: Fouriersche Reihen. § 12: Einschaltvorgänge. § 13: Fourierintegrale (leider ist keine Tabelle einiger Fouriertransformationen beigegeben). § 14: Einfachste Sätze und Anwendungen der Laplace-Transformation. — Das Literaturverzeichnis nennt 56 Lehrbücher, vorwiegend solche amerikanischer Herkunft. Anhang A: Einige Formeln für Hyperbelfunktionen. Anhang B bringt (zu § 12) unter der Überschrift „Integrodifferentialgleichungen" im wesentlichen die Lösung linearer Differentialgleichungen, deren homogener Bestandteil konstante Koeffizienten hat. — Ausführliches Sachregister. *A. Stöhr.*

Iske, James E.: Vector power distribution in electrical networks. Iowa State College, J. Sci. **26**, 224—226 (1952) (Abstract of a Thesis).

Staehler, Robert E.: An application of Boolean algebra to switching circuit design. Bell System techn. J. **31**, 280—305 (1952).

Schouten, J. P. and H. W. F. van'T Groenewout: Analysis of distortion in pulse-code modulation systems. Appl. sci. Research, B **2**, 277—290 (1952).

Bei der Pulse-Code-Modulation kann ein kontinuierliches Signal, das keine Frequenzen höher als W enthält (z. B. durch einen frequenzbegrenzten Stromkreis erzwungen), durch eine Serie von wenigstens $2W$ Ordinaten/sek (Pulsen) dargestellt werden, und jede dieser Ordinaten wird „quantisiert", d. h. in eine Summe von gleichen aufeinanderfolgenden Einzelpulsen (binary digits) aufgelöst. Die Verff. untersuchen die Verzerrungen, die durch die Quantisierung entstehen, abhängig von der Größe des Elementarquantums σ, der Zahl der Quanten, die maximal für die größte Signalamplitude benötigt werden, der Zeit T zwischen zwei zu quantisierenden Signalamplituden und der Zeit τ, die für die Quantisierung benötigt wird. Diese Frage ist schon von A. C. Clavier, F. D. Grieg und P. F. Panter [Electronic Engng. **66**, 1110 (1947)] und von W. R. Bennet [Bell System Tech. J. **27**, 446—472 (1948)] eingehend behandelt worden. Die Verf. behandeln sie nach der Methode des operational calculus, zunächst, wenn das Eingangssignal eine beliebige Funktion der Zeit ist, und spezialisieren dann auf den Fall eines sinusartigen Signals, das ein Tiefpaßfilter passiert. *W. O. Schumann.*

Vasilache, Sergiu: Une nouvelle équation des télégraphistes. Acad. Republ. popul. Române, Studii Cerc. mat. **3**, 295—312 u. russ. u. französ. Zusammenfassg. 312—316, 316—320 (1952) [Rumänisch].

L'A. considère la propagation de l'énergie électrique le long des conducteurs linéaires, dans le cas où les constantes linéiques L, C sont fonctions périodiques du temps. On est conduit à une équation du type hyperbolique pour la tension

$$(1) \qquad V_{zz} = L\,C\,V_{tt} + L\,g + (L_t + R)\,C + 2LC_t\,V_t + (L_t + R)\,(C_t + g) + LC_{tt}\,V,$$

dont on étudie l'intégrale dans les cas suivants: 1. ligne semi-infinie au repos électrique pour $t < 0$, à laquelle on applique une tension connue $E(t)$ à partir du moment initial $t = 0$, 2. ligne de longueur 1, fermée sur une impédance Z à l'extrémité réceptrice et à laquelle on applique au point $z = 0$, à partir du moment $t = 0$ une tension connue $f(t)$, 3. ligne de longueur l en court circuit à l'extrémité réceptrice et à laquelle on applique au point $z = 0$ à partir du moment initial une tension connue $f(t)$, 4. ligne de longueur l ouverte à l'extrémité réceptrice. Dans le premier cas, le problème revient à trouver l'intégrale avec des données sur une caractéristique et sur un arc coupé en un seul point par chaque caractéristique. Dans le second, on a un problème mixte, dont on étudie aussi les solutions stationnaires. Le troisième est tout-à-fait analogue au second. Dans le quatrième cas, on suppose donné $i(0, t)$, on obtient $i(z, t)$, par la même méthode que dans le second et on trouve ensuite $V(z, t)$ à l'aide d'une équation intégrale de Volterra de 2-e espèce. Le travail se termine par une étude des caractéristiques de l'équation (1). *M. Haimovici.*

Muzikář, Čestmír: Electromagnetic waves excited by an elementary electric dipole in a cylindrical waveguide. Czechosl. J. Phys. **1**, 127—133 (1952).

Es werden die Gleichungen für das elektromagnetische Feld, das auf einem schwingenden elektrischen Dipol im Inneren eines zylindrischen Hohlleiters erzeugt wird, aufgestellt und ausführlich diskutiert. Für die Herstellung der Lösung werden in bekannter Weise funktionentheoretische Methoden eingesetzt. *H. Buchholz.*

Budden, K. G.: The propagation of a radio atmospheric. I, II. Philos. Mag., VII. Ser. **42**, 1—19 (1951), **43**, 1179—1200 (1952).

Teil I: Die Ausbreitung sehr langer Wellen in dem durch Erde und Ionosphäre begrenzten ebenen, plattenförmigen Raum kann auf zwei verschiedene Arten behandelt werden. Entweder werden die Vielfachechos von beiden Grenzen superponiert, d. h. man betrachtet auf den einzelnen Ausbreitungswegen fortlaufende Wellen. Oder aber man kombiniert die verschiedenen möglichen Hohlleiterwellen, also stehende Wellen. Für ungedämpfte Wellen muß das Ergebnis in beiden Fällen übereinstimmen, jedoch kann die Konvergenz verschieden sein. Wenn viele Echos vergleichbarer Amplitude auftreten (z. B. bei großen Entfernungen), ist die zweite Methode zweckmäßiger, sofern wenige Typen stehender Wellen zur Beschreibung genügen. Eine derartige „Eigenlösung" der Ordnung n entspricht einem Abgangswinkel, i_n genannt. Eine unter i_n verlaufende Welle sollte nach zweimaliger Reflexion wieder phasengleich sein. Besteht ein Reflexionsverlust (Koeffizient R), so gilt die allgemeine Bedingung $R \cdot e^{-j\varphi} = e^{2\pi jn}$ (φ Phasendifferenz nach zweimaliger Reflexion, $j = \sqrt{-1}$, n ganze Zahl). Im Fall einer Ionosphäre mit scharfer unterer Begrenzung wird der Fresnelsche Reflexionskoeffizient eingesetzt (Brechungs-

index μ mit überwiegendem Stoßeinfluß, ohne Magnetfeld), die Bedingung wird

$$(\mu^2 \cos i - \sqrt{\mu^2 - \sin^2 i})/(\mu^2 \cos i + \sqrt{\mu^2 - \sin^2 i}) = \exp\{j\,(2 \cos i \cdot h\,\frac{\omega}{c} + 2\pi n)\}$$

(h Schichthöhe, c Lichtgeschwindigkeit, ω Kreisfrequenz). Die entsprechenden Eigenwerte i_n werden komplex, der ω/c-fache Imaginärteil von $\sin i_n$ ist der Absorptionskoeffizient der stehenden Welle. Derart berechnete Absorptionskoeffizienten zeigen eine starke Abhängigkeit von der Höhe h, nur geringe von den elektrischen Schichtdaten. Die größte Dämpfung liegt bei 2 bis 6 kHz, dort überwiegen die (ähnlich verlaufenden) Eigenlösungen für $n = 0$ und $n = -1$. Würde die ionosphärische Absorption vernachlässigt, so hätte man keine Dämpfung unter 10 kHz und damit einen Widerspruch zu den Beobachtungen. Aus einem Einheitsschritt als Ausgangsstörung entsteht durch die Ausbreitung ein oscillierender Feldverlauf, wie er mit unabgestimmtem Empfänger beobachtet wird. Auch die Methode der Vielfachechos führt darauf, denn durch die starke Dispersion wird die Serie aufeinanderfolgender Impulse, die man erwartet, zu einer stetigen oszillierenden Funktion verzerrt. Auch hier wäre das Resultat anders, wenn es keine Dispersion gäbe. — Teil II: Einen Übergang von der Methode der Vielfachechos zu den Hohlleiterwellen erlaubt die Sommerfeldsche Integraldarstellung des Hertzschen Vektors in der komplexen $\cos i$-Ebene. Den verschiedenen Ausbreitungswegen entspricht eine vierfache Reihe von „Bildern" der Strahlungsquelle; jedes m-te Bild gibt einen Beitrag zum Integral, der den Faktor R^m enthält. Als geometrische Reihe kann unter dem Integral aufsummiert werden; der Integrationsweg kann so gelegt werden, daß überall Konvergenz besteht. Verzweigungspunkte werden ausgeschnitten (ihr Beitrag entspricht einer Art „Oberflächenwelle", die stark gedämpft, daher praktisch unbedeutend ist). Der Integrand hat eine Reihe von Polen, die den Eigenwerten der Hohlleiterbehandlung entsprechen. Das Residuum des n-ten Pols gibt je die n-te Eigenlösung. Diese Behandlung kann auf anisotrope Begrenzung erweitert werden, auch die Erdkrümmung kann näherungsweise berücksichtigt werden. Elektrische („normale") und magnetische („abnormale") Polarisation in der Einfallsebene müssen unterschieden werden; an Stelle des Hertzschen Vektors tritt eine einspaltige Matrix, für den Reflexionskoeffizienten ist eine zweispaltige einzusetzen, weil durch die Anisotropie bei der Reflexion die Polarisation verändert wird. Die Pole ergeben sich nun als Nullstellen einer Determinante; die Berechnung des Residuums (für jede der beiden Polarisationen) wird durch die „Kopplung" kompliziert, bleibt aber durchführbar. Bei Anwendung auf die Ionosphäre unter Berücksichtigung des Erdmagnetfelds wird die quasilongitudinale Näherung der Appleton-Hartree-Formel benutzt, um die Reflexionsmatrix zu berechnen. Pole und Residuen wurden mit der EDSAC numerisch berechnet, so daß für jede Eigenlösung die Dämpfung, aber auch die Polarisation sich ergab. Der Einfluß des Magnetfeldes auf die Dämpfung scheint nicht besonders groß, jedoch wird die Eigenlösung mit $n = -1$ stärker gedämpft, so daß $n = 0$ auf niederen Frequenzen allein überwiegt. Die „Kopplung" von normaler auf abnormale Polarisation ist über 5 kHz sehr schwach, darunter zwar stärker, aber dort ist auch die Dämpfung der abnormalen Polarisation stärker. Daraus wird geschlossen, daß die gelegentlichen, unpeilbaren Blitzstörungen schon ursprünglich eine erhebliche Horizontalkomponente enthalten. *K. Rawer.*

Confetta, Anna Maria: Sulle equazioni per la propagazione delle onde elettromagnetiche in un gas ionizzato. Ist. Lombardo Sci. Lett., Rend., Cl. Sci. mat. natur. **85**, 495—502 (1952).

L'A. ricava, anzitutto in base a ipotesi semplificatrici, poi con considerazioni di meccanica statistica, le equazioni per il campo elettromagnetico (variabile, al trascorrere del tempo, con legge qualsiasi) in un gas ionizzato, sottoposto a un campo magnetico costante, e dimostra che quelle equazioni contengono termini di carattere ereditario. *D. Graffi.*

Gercenštejn, M. E.: Die Streuung von Radiowellen an lokalen Inhomogenitäten eines Ionosphärenplasmas. Žurn. èksper. teor. Fiz. **23**, 678—681 (1952) [Russisch].

Brdička, Miroslav: The reflexion of light from glass with a natural transparent inhomogeneous surface-layer. Acad. Tchèque Sci., Bull. internat., Cl. Sci. math. natur. méd. **49 (1948)**, 81—89 (1950).

Verf. diskutiert zunächst die experimentellen Erscheinungen, die bei der Reflexion von unter 45° zur Einfallsebene linear polarisiertem Licht an ebenen Grenzflächen von Glas beobachtet werden und die eine schwache elliptische Polarisation des reflektierten Lichtes erkennen lassen, die auf dünne Übergangschichten zurückgeführt werden kann. Er gibt die von Drude abgeleiteten Formeln für das Verhältnis der Amplituden des parallel bzw. senkrecht zur Einfallsebene polarisierten reflektierten Lichtes zu den Amplituden des einfallenden Lichtes, in denen Mittelwerte $\bar{\varepsilon} = \frac{1}{d}\int_0^d \varepsilon\, dz$ und $\overline{\varepsilon^{-1}} = \frac{1}{d}\int_0^d \frac{dz}{\varepsilon}$ der Übergangsschicht der Dicke $d\left(= \int_0^d dz\right)$

auftreten. Verf. diskutiert anschließend diese Formeln unter der speziellen Annahme $\varepsilon = \frac{1}{2}(\varepsilon_2 + \varepsilon_1) - \frac{1}{2}(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\cos(z\pi/d)$ und berechnet hierfür den Phasenunterschied und das Amplitudenverhältnis der in und senkrecht zur Einfallsebene liegenden Komponenten des reflektierten Lichtes und damit dessen Elliptizität. Für den mittleren Brechungsindex ergibt sich $\bar{n} = \sqrt{(n^2+1)/2}$. Für das Verhältnis des parallel zur Einfallsebene polarisierten zu dem senkrecht zur Einfallsebene polarisierten Anteil des reflektierten Lichtes, also $R_p/R_s = |R_p|/|R_s|\ e^{i\Delta} = \operatorname{tg}\psi\, e^{i\Delta}$ läßt sich mit dem Ansatz für ε das Amplitudenverhältnis $\operatorname{tg}\psi$ und die Phasendifferenz berechnen. Verf. vergleicht die errechneten Werte mit den experimentell gefundenen und findet $\psi_{\text{ber}} = 14°\,23{,}5'$, $\psi_{\text{gem}} = 14°\,35.25'$, $\cos\Delta_{\text{ber}} = -0{,}99505974$, $\cos\Delta_{\text{gem}} = -0{,}99286180$ bei $n = 1{,}7393$, Einfallswinkel $\varphi = 50°$ und $\lambda = 5893$ Å, wobei die gemessenen Werte einer Arbeit von A. Vasiček [Rozpravy II. tridy České Akad. **51**, No. 10 (1941)] entnommen wurden. Als mittleren Brechungsindex der Übergangsschicht berechnet Verf. $n_o = 1,419$, ferner $d = 0{,}0414\ \lambda = 2{,}4_4 \cdot 10^{-5}$ mm. *J. Picht.*

Grosjean, C. C.: Note on the diffraction of light by a finite number of centres distributed at random. Nuovo Cimento, Ser. IX **9**, 220—234 (1952).

Verf. behandelt die Fraunhofersche Lichtbeugung im folgenden Spezialfalle: Auf einen Schirm endlicher Breite fällt ein kohärentes Lichtbündel lotrecht auf, dann wird es an schmalen, auf den Schirm zufällig verteilten Spalten zerstreut. Verf. behandelt das Problem eindimensional; durch Verallgemeinerung früherer Ergebnisse von G. Toraldo di Francia (dies. Zbl. **30**, 184, 185; **31**, 334) bestimmt er die Verteilung der Intensität und Phase eines Lichtstrahls, der mit dem Einfallslot einen Winkel θ einschließt. Wenn $A_1, A_2, \ldots, A_N$ die zu den einzelnen Aperturen im Fresnelschen Sinne zugeordneten Lichtvektoren bezeichnen, dann ist das Problem mit der Bestimmung der gemeinsamen Verteilung des Absolutwertes und der Phase der Vektoren-Summe $A_1 + A_2 + \cdots + A_N$ äquivalent. Verf. nimmt an, daß die einzelnen Vektoren A_n $(n = 1, 2, \ldots, N)$ voneinander unabhängig sind. Es sei $P_N(r, \psi)$ die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der oben erwähnten Verteilung. Diese Fassung des Problems stimmt im wesentlichen mit dem allgemeinen Problem der Irrfahrt überein. [Vgl. S. Chandrasekhar, Reviews modern Phys. **15**, 1 (1943).] Verf. gibt eine rekursive Formel zur Ausrechnung von $P_N(r, \psi)$, durch Anwendung der Hankelschen Transformation nach r und Fourierschen Entwicklung nach ψ erhält er die explizite Form von $P_N(r, \psi)$, in der eine unendliche Reihe von Besselsche Funktionen auftritt. Bezeichne $P_N(X, Y)$ die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Einfallskomponente (X) und der darauf lotrechten Komponente (Y) des Vektors $A_1 + A_2 + \cdots + A_N$; es wird gezeigt, daß $P_N(X, Y)$ mit einer zweidimensionalen normalen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion asymptotisch übereinstimmt. Zum Schluß werden die Ergebnisse auf den Fall eines zweidimensionalen Modells verallgemeinert. *L. Takács.*

Vašíček, Antonín: The reflection of light from a metal coated with thin films. Czechosl. J. Phys. **1**, 73—77 (1952).

Besprechung in dies. Zbl. **52**, 218.

Jurek, Bohumil: An aplanatic singlet bounded by Descartes surfaces. Czechosl. J. Phys. **1**, 197—200 (1952).

Eine rotationssymmetrische asphärische Linse, deren erste Fläche einen bestimmten Achsenpunkt A aberrationsfrei abbildet und deren zweite Fläche dieses Zwischenbild weiter aberrationsfrei in einen Achsenpunkt A' abbildet, bildet nur dann auch ein achsensenkrechtes Flächenelement um A herum aberrationsfrei (komafrei) in ein achsensenkrechtes Flächenelement um A' herum ab, wenn entweder dies eine Abbildung $1:+1$ ist, oder wenn es eine Abbildung $1:-1$ und die Linse symmetrisch ist; außerdem muß der Brechungsindex vor und hinter der Linse der gleiche sein. *H. Marx.*

● **Dupouy, Gaston: Éléments d'optique électronique.** (Collection Armand Colin: Section de physique, No. 267.) Paris: Armand Colin 1952. 218 p. 260 frcs.

Ein flüssig geschriebenes Büchlein über Elektronenoptik in der Collection Armand Colin, die etwa unserer Göschen-Sammlung entspricht. Es bringt in einfacher Form alle wesentlichen Tatsachen aus der Elektronenoptik, die eine erste Einführung in dieses Wissensgebiet enthalten muß. Selbstverständlich kann auf dem engen Raum auf die tiefere Problematik nicht eingegangen werden. Aber das ansprechende Büchlein von G. Dupouy, einem den Fachleuten wohlbekannten Autor, ist geeignet, im Leser den Wunsch nach einer ausführlicheren Darstellung der Elektronenoptik zu erwecken. Damit aber scheint der Zweck einer derartigen Einführung vom Verf. voll erreicht zu sein. *W. Glaser.*

Relativitätstheorie:

Shibata, Takashi: Fundamental group of transformations in special relativity and quantum mechanics. J. Sci. Hiroshima Univ., Ser. A **16**, 61—66 (1952).

Altération du groupe de Lorentz destinée à inclure le cas où les propriétés physiques ne sont pas invariantes par rotation des axes de l'espace tridimensionnel. On postule 1° l'isotropie et l'invariance de vitesse c, 2° le caractère de groupe des changements de repères galiléens. *O. Costa de Beauregard.*

Shibata, Takashi: Some properties of Lorentz transformations. J. Sci. Hiroshima Univ., Ser. A **16**, 285—290 (1952).

Compléments à l'article précédent. Les lois physiques invariantes par les transformations de Lorentz spéciales relatives aux axes x, y, z sont nécessairement invariantes par les rotations des axes $x, y\,z$. Les groupes proposés antérieurement sont des sous-groupes du groupe de Lorentz. On particularise ici davantage les précédentes formules. *O. Costa de Beauregard.*

Roglić, Velimir: Une application de la condition de Saint-Venant en électrodynamique. Bull. Acad. serbe Sci., Cl. Sci. math. natur., Sci. math. **5**, Nr. 1, 189—192 (1952).

Indépendamment des arguments classiques qui fondent la théorie de la relativité, un argument général de la théorie de l'élasticité montre que le tenseur de Maxwell ne peut pas s'interpréter comme un tenseur élastique, car il ne satisfait pas aux conditions de Saint Venant. *O. Costa de Beauregard.*

Lichnerowicz, A.: Sur les équations relativistes de la gravitation. Bull. Soc. math. France **80**, 237—251 (1952).

Zusammenfassung früherer Ergebnisse von Y. Fourès-Bruhat [Acta math. **88**, 141—225 (1952)] und Y. Thiry (dies. Zbl. **45**, 454) und dem Verf. zur Lösung der Einsteinschen Feldgleichungen. Bei der Lösung des Cauchyschen Anfangswertproblems werden die Differentialgleichungen in zwei Gruppen aufgespalten: In die zur Lösung verwendeten und in die, welche Bedingungsgleichungen für die Anfangswerte liefern. — Im großen betrachtet Verf. insbesondere den stationären Fall. Wenn z. B. die Raum-Zeit-Welt V_4 das topologische Produkt eines räumlichen V_3 und der Zeitlinie L ist, so folgt für einen kompakten V_3, daß die Zeitlinien eine Normalenkongruenz bilden, d. h. daß der V_4 lokal euklidisch ist.

Joachim Nitsche.

García, Godofredo: Neue Methoden in der allgemeinen Relativitätstheorie von A. Einstein. Actas Acad. nac. Ci. exact., fís. natur. Lima **15**, 99—139 (1952) [Spanisch].

L'A. donne un nouvel exposé des principes fondamentaux de la relativité générale dans le cas de distributions énergétiques représentées sous forme de fluide parfait; les notations „absolues" et le repère mobile sont systematiquement utilisées. On trouve dans le travail des formes explicites des équations de champ et des équations des trajectoires matérielles, dans le cas où l'on a pu adopter des coordonnées orthogonales. *A. Lichnerowicz.*

Gödel, Kurt: Rotating universes in general relativity theory. Proc. Internat. Congr. Math. (Cambridge, Mass., Aug. 30—Sept. 6, 1950) **1**, 175—181 (1952).

Nachdem der Verf. früher (dies. Zbl. **41**, 567) ein in expliziten Formeln beschreibbares Modell eines rotierenden Kosmos angegeben hat, untersucht er jetzt allgemeiner die Möglichkeiten solcher Modelle. Zugrunde gelegt werden die Einsteinschen Feldgleichungen mit kosmologischem Glied; für den Materietensor wird angesetzt $T_{kl} = \varrho\, v_k\, v_l$ entsprechend der Voraussetzung druckfreier Materie kleiner Geschwindigkeit $|v| \ll c$. Es werden keine expliziten Lösungs-Formeln gegeben, sondern nur Existenzsätze (vorwiegend ohne Mitteilung der Beweise). Es existiert eine 8-parametrige Schar von Lösungen mit folgenden Eigenschaften: I. Räumliche Homogenität. II. Endlicher Raum. III. Nichtkonstante Dichte ϱ (weil sonst keine Expansion und kein Hubble-Effekt möglich wäre). Die Diskussion des Problems

stützt sich wesentlich auf die Betrachtung der Transformationsgruppen, gegen welche die Lösungen invariant sind. Stationäre homogene Lösungen sind nicht möglich ohne kosmologisches Glied. *P. Jordan.*

Takeno, Hyoitiro: On relativistic theory of rotating disk. Progress theor. Phys. **7**, 367—376 (1952).

Clauser, Emilio: Trasformazioni nello spazio-tempo pseudoeuclideo che lasciano la metrica in forma statica. Atti Accad. naz. Lincei, Rend., Cl. Sci. fis. mat. natur., VIII. Ser. **13**, 116—120 (1952).

Quali sono le trasformazioni $x_\nu = x_\nu(x'_0, x'_1, x'_2, x'_3)$ $(\nu = 0, 1, 2, 3)$ che mutano il $ds^2 = dx_0^2 - (dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2)$ in un ds^2 di tipo statico $ds^2 = g_{00}\, dx_0'^2 - \sum_{i,k=1}^{3} a^{ik}\, dx'_i\, dx'_k$, dove i coefficienti g_{00}, a^{ik} non dipendono da x'_0? Lo scopo della Nota è di discutere le equazioni di questo problema. La soluzione contiene particolari casi cinematici, già segnalati da E. L. Hill [Phys. Review, II. Ser. **67**, 358—363 (1945)] e C. Møller [Danske Vid. Selsk., mat.-fys. Medd. **20**, Nr. 19 (1943)]. *G. Lampariello.*

Gething, P. J. D.: Rotation and magnetism in the world-models of kinematic relativity. Monthly Not. Roy. astron. Soc. **112**, 578—582 (1952).

Graef Fernandez, Carlos: Die Birkhoffsche Gravitationstheorie. Symposium problem. mat. Latino América, 19—21 Dic. 1951, 121—137 (1952) [Spanisch].

L'A. donne un exposé d'ensemble de la théorie gravitationnelle de Birkhoff et de ses propres travaux sous la forme suivante: l'espace-temps envisagé est un espace-temps de Minkowski de tenseur métrique g_{ij} et la gravitation est décrite sous la forme dynamique d'un champ de forces. Ce champ de forces dérive d'un tenseur potentiel de gravitation h_{ij}, distinct de g_{ij}, les composantes des forces étant des combinaisons des dérivées premières de h_{ij}. De postulats énoncés, l'A. déduit le système différentiel du mouvement d'un point massique à partir des éléments d'une connexion affine construite à partir des h_{ij}. Le tenseur h_{ij} satisfait à l'équation $\Box\, h_{ij} = 8\pi\, T_{ij}$, où T_{ij} est le tenseur d'impulsion-énergie du milieu considéré, ou est nul dans le vide. L'A. montre que les trois effets expérimentaux classiques de la relativité générale (avance du périhélie, courbure des rayons lumineux, déviation vers le rouge) peuvent être obtenues d'une manière identique dans une telle conception. Une discussion termine le papier. *A. Lichnerowicz.*

Udeschini, Paolo: Spostamento delle righe spettrali per effetto di un campo magnetico elementare nella nuova teoria relativistica unitaria di Einstein. Ist. Lombardo Sci. Lett., Rend., Cl. Sci. mat. natur. **85**, 136—142 (1952).

L'A. applica le equazioni della nuova teoria relativistica unitaria di Einstein per la ricerca dell'influenza che un campo magnetico esercita sulle righe spettrale. Com'è noto, dalla teoria della relatività generale nella sua forma originaria si deduce che un campo gravitazionale puro determina una diminuzione della frequenza al crescere del potenziale. Effettuando i calcoli nell'ipotesi che il tensore fondamentale del campo unitario non simmetrico sia decompossibile nella somma di tre tensori: quello minkowskiano, quello elettromagnetico emisimmetrico, supposto del 1° ordine rispetto al primo, quello gravitazionale simmetrico, supposto del 2° ordine rispetto al primo, si trova che un campo magnetico, prodotto da un polo puntiforme, determina gravitazionalmente un aumento di frequenza di una riga spettrale al crescere dell'intensità del campo magnetico. L'A. pensa che l'attendibilità della nuova teoria unitaria potrebbe essere verificata se fosse possibile realizzare esperienze adatte a rivelare codesto spostamento delle righe spettrali. *G. Lampariello.*

Quantentheorie:

Barriol, J.: Mécanique quantique. (Coll. Euclide.) Paris: Presses Universitaires de France 1952. 257 p. Fr. 1440,—.

Das vorliegende Lehrbuch der Quantenmechanik bietet eine ausgezeichnete und angenehm lesbare Einführung in dieses Gebiet. Besonderes Gewicht wird auf die Verwendung von Invarianzeigenschaften des Hamiltonoperators zur Vereinfachung

des Eigenwertproblems gelegt, was zu den gruppentheoretischen Methoden der Quantentheorie überleitet. *M. R. Schafroth.*

Yamamoto, T.: Analytical representation of spin. Progress theor. Phys. **8,** 258—259 (1952).

Differentialoperatoren und analytische Wellenfunktionen zur Beschreibung halbzahliger Drehimpulse sind in den letzten Jahren von verschiedenen Verff. angegeben worden (vgl. Bopp und Haag, dies. Zbl. **40**, 425; N. Rosen, dies. Zbl. **42**, 218). Der Autor gibt eine weitere Möglichkeit an, die nach seiner Meinung gegenüber den anderen Darstellungen dadurch bevorzugt ist, daß sie nicht nur den Spin $\frac{1}{2}$ zuläßt, sondern zugleich alle anderen Werte des Spins ausschließt. Es gilt nämlich als Operatorgleichung $\delta_x^2 + \delta_y^2 + \delta_z^2 = \frac{3}{4}\hbar^2$. Der Ref. hat demgegenüber das Bedenken, daß die angegebenen Differentialoperatoren nicht hermitesch sind in bezug auf den ganzen Funktionenraum. *R. Haag.*

Destouches, Jean-Louis: Sur l'interprétation physique de la mécanique ondulatoire et l'hypothèse des paramètres cachés. J. Phys. Radium **13,** 354—358 (1952).

Destouches, Jean-Louis: Sur l'interprétation physique des théories quantiques. J. Phys. Radium **13,** 385—391 (1952).

Bemerkungen zur de Broglie-Bohmschen Interpretation der Quantenmechanik. *G. Süßmann.*

Rumer, Ju. B.: Die Wirkung als Raumkoordinate. VII. Žurn. èksper. teor. Fiz. **23,** 35—48 (1952) [Russisch].

(Teil VI, dies. Zbl. **49**, 139). Es wird der Zusammenhang der 5-Optik mit der relativistischen Theorie der Elementarteilchen mit halbganzem Spin geklärt. Autoreferat.

Šapiro, I. S.: Zur Frage der Transformationseigenschaften der Wellenfunktionen von Teilchen mit dem Spin 1/2. Žurn. èksper. teor. Fiz. **23,** 412—416 (1952) [Russisch].

Verschiedene Formulierungen der Zeitumkehroperation bei (anscheinend ungequantelten) Diracfeldern werden diskutiert. Die übliche antilineare (Wignersche) Operation der Zeitumkehr läßt sich als lineare Operation schreiben, wenn man (nach Biedenharn, Watanabe u. a.) die Zahl der Spinorkomponenten verdoppelt. Derartige achtkomponentige Größen lassen sich als Spinoren in einem sechsdimensionalen Raum auffassen; es wird vermutet, daß dieser Tatsache eine über das Formale hinausgehende Bedeutung zukommt. *G. Lüders.*

Caianiello, E. R. and S. Fubini: On the algorithm of Dirac spurs. Nuovo Cimento, Ser. IX. **9,** 1218—1226 (1952).

Bei elektrodynamischen Rechnungen müssen haufig Spuren von Produkten Diracscher Matrizen ausgewertet werden; die an sich elementare Rechnung wird durch das schnelle Anwachsen der Zahl der Terme mit der Zahl der Faktoren sehr erschwert. Verff. zeigen, daß die auftretenden Ausdrücke der Form $\frac{1}{4}\,\mathrm{Sp}(P_1, P_2 \cdots P_{2m})$ mit $P_i = \gamma^\mu p_\mu^{(i)} + 1 \cdot i\, p_5^{(i)}$ ($p_\mu^{(i)}$: Vektor; $p_5^{(i)}$: Skalar) als $2m$-reihige antisymmetrische Determinanten geschrieben und so leicht berechnet werden können. Eine für die praktische Anwendung bequeme Entwicklungsformel erlaubt die Berücksichtigung der Erhaltungssätze schon vor der expliziten Berechnung der Spur und läßt die besonderen Vereinfachungen erkennen, die eintreten, wenn (im Falle 4-dimensionaler $p_\mu^{(i)}$) die Zahl der Faktoren P_i größer wird als $2(5 + 1)$. Ein Anhang enthalt Identitäten für Ausdrücke der Form $\frac{1}{4}\,\mathrm{Sp}\,(P_1 P_2 \cdots P_h P_h \cdots P_2 P_1)$, $\sum_\mu \gamma^\mu P_1 P_2 \cdots P_h \gamma^\mu$ und ähnliche. *W. Urich.*

Friedrichs, K.O.: Mathematical aspects of the quantum theory of fields. IV. Commun. pure appl. Math. **5,** 349—411 (1952).

(Teil III, dies. Zbl. **48**, 223). In diesem IV. Teil werden zwei verschiedene Besetzungszahl-Darstellungen eingeführt, von denen eine mit einer Partikel-Darstellung (s. Teil II, dies. Zbl. **45**, 281) äquivalent ist. Besonders eingehend werden die zur zweiten Darstellung gehörigen Felder untersucht, die keine Partikeldarstellung und damit keinen Vakuumzustand haben. Sie können trotzdem bei physikalischen Problemen eine Rolle spielen, auch kann man Erwartungswerte und Wahrschein-

lichkeiten berechnen. Abschließend wird die zunächst für Bosefelder gebrachte Theorie auf Fermifelder erweitert. *G. Höhler.*

Loinger, A.: Un semplice modello di due campi interagenti. Nuovo Cimento, Ser. IX **9**, 1080—1086 (1952).

Es wird ein Modell zweier Felder, bestehend aus zwei linear gekoppelten Saiten, behandelt. Verf. zeigt, daß ein von van Hove (dies. Zbl. **46**, 213) in anderem Zusammenhang gefundenes Orthogonalitätstheorem für dieses Modell nicht zutrifft. *H. Lehmann.*

Hurst, C. A.: The enumeration of graphs in the Feynman-Dyson technique. Proc. Roy. Soc. London, Ser. A **214**, 44—61 (1952).

Verf. gibt ein Verfahren an, das für einen gegebenen Prozeß die Zahl $N(n)$ der Feynman-Graphen gegebener Ordnung n zu bestimmen gestattet: Durch eine einfache Vorschrift wird dem Hamilton-Operator ein Polynom in soviel Variablen zugeordnet, wie das Problem Teilchenarten enthalt; jedem Prozeß entspricht ein Monom, an dessen Koeffizienten man $N(n)$ abliest. Das Verfahren ist für alle Kopplungstypen brauchbar. $N(n)$ wächst außerordentlich schnell mit n; die nähere Diskussion im Falle der Quantenelektrodynamik zeigt, daß auch das Weglassen gewisser Klassen von Graphen (z. B. aller reduziblen) ohne Einfluß auf das asymptotische Verhalten von $N(n)$ ist. Wegen einer Anwendung auf die Bethe-Salpeter-Gleichung siehe C. A. Hurst, dies. Zbl. **46**, 215. *W. Urich.*

Utiyama, Ryôyû, Sigenobu Sunakwa and Tsutomu Imamura: On the theory of the Green-functions in quantum-electrodynamics. Progress theor. Phys. **8**, 77—110 (1952).

Die von Schwinger (dies. Zbl. **44**, 430) unter Benutzung von Funktionalableitungen nach äußeren Quellen und Spinoren eingefuhrten Greenschen Funktionen werden hier ausgehend von der üblichen Formulierung der Quantenelektrodynamik definiert. Verff. diskutieren dann insbesondere den Zusammenhang dieser Funktionen mit der S-Matrix. Für die Greensche Funktion eines Teilchens wird (im Rahmen einer Entwicklung nach der Kopplungskonstante) gezeigt, daß die bei Berechnung der Funktion auftretenden Divergenzen sich durch Renormierung beseitigen lassen. *H. Lehmann.*

Bogoljubov, N. N.: Variationsgleichungen in der Quantentheorie der Felder. Doklady Akad. Nauk SSSR, n. Ser. **82**, 217—220 (1952) [Russisch].

Die in einer früheren Arbeit (dies. Zbl. **44**, 234) begonnene Formulierung der quantisierten Feldtheorie unter Benutzung glättender Funktionen wird fortgeführt. *G. Lüders.*

Kawaguchi, Masaaki and Nobumichi Mugibayashi: Some consequences of gauge invariance. Progress theor. Phys. **8**, 212—220 (1952).

Verff. geben eine Regel an, nach der ein eichinvariantes Matrixelement in eine Summe für sich eichinvarianter Terme zerlegt werden kann. Die Zerlegung erfolgt einfach durch Multiplikation mit $[\delta_{\mu\alpha} - f_\mu(f,k)^{-1} k_\alpha]$ für jeden Faktor $A_\mu(k)$; f_μ ist eine beliebige, aber geeignet zu wahlende Funktion der Anfangs- und Endzustande. Der Prozeß der Zerlegung und die Zahl der sich ergebenden eichinvarianten Terme ist unabhängig von der Art der Zwischenzustände und von dem (z. B. in der Mesontheorie) benutzten Modell. Die Methode — die Verallgemeinerung eines von Koba u. a. (dies. Zbl. **44**, 436) angegebenen Verfahrens — wird am Beispiel der Erzeugung von Photomesonen (vom Spin Null und Eins) und der Compton-Streuung erläutert. Als Anwendung werden einige schon bekannte absolute Auswahlregeln für den Mesonenzerfall neu hergeleitet. *W. Urich.*

Sakata, Shoichi, Hiroomi Umezawa and Susumu Kamefuchi: On the structure of the interaction of the elementary particles. I. Progress theor. Phys. **7**, 377—390 (1952).

Die Verff. untersuchen allgemein die Renormierbarkeit lokaler Wechselwirkungen, insbesondere im Zusammenhang mit der Dimension der Kopplungskonstanten. Es ergibt sich, daß man eine Wechselwirkung im Prinzip renormieren kann, wenn die Kopplungskonstante von der Dimension l^α (l = Länge) ist mit $\alpha \leqq 0$. *R. Oehme.*

Umezawa, Hiroomi: On the structure of the interactions of the elementary particles. II. Progress theor. Phys. **7**, 551—562 (1952).

Zunächst werden die bekannten Wechselwirkungen zwischen Teilchen, deren Spin kleiner oder gleich eins ist, im Rahmen der im I. Teil (vgl. vorhergehend. Ref.)

beschriebenen Klassifizierung genauer betrachtet. Dann folgt eine entsprechende Untersuchung der Renormierbarkeit von Wechselwirkungen zwischen Feldern mit höherem Spin. Es zeigt sich dabei u. a., daß für Teilchen mit endlicher Ruhemasse und Spin $s \geq 2$ keine physikalisch sinnvollen, renormierbaren Kopplungen möglich sind. Für entsprechende Felder mit der Ruhemasse null gibt es dagegen viele renormierbare Wechselwirkungen. Zum Schluß wird noch diskutiert, inwieweit man die Mesonen im Rahmen der renormierbaren Theorien beschreiben kann. *R. Oehme.*

Kamefuchi, Susumu and Hiroomi Umezawa: On the structure of the interactions of the elementary particles. III. On the renormalizable field theory. Progress theor. Phys. 8, 579—598 (1952).

(Vgl. Teil I, II, vorhergehend. Referat.) In dieser Arbeit werden die renormierbaren Kopplungen genauer diskutiert, besonders im Hinblick auf die Eindeutigkeit des Renormierungsverfahrens. Auch wird die Eichinvarianz der renormierten Theorie untersucht. *R. Oehme.*

Sengupta, N. D.: On the solution of the equation of electron in the field of electromagnetic radiation. Bull. Calcutta math. Soc. **44**, 132—136 (1952).

Sengupta, N. D.: On the scattering of electromagnetic waves by a free electron. II. Wave mechanical theory. Bull. Calcutta math. Soc. **44**, 175—180 (1952).

Low, Francis: Natural line shape. Phys. Review, II. Ser. **88**, 53—57 (1952).

Verf. diskutiert die Form der Emissionslinien eines Atoms sowie die Lage des Zentrums einer Linie mit Hilfe der Methoden von Feynman und Dyson. Es zeigt sich, daß diese Fragen in wesentlichen auf die Bestimmung der S'_{F^e}-Funktion, d. h. der Ausbreitungsfunktion in einem äußeren Feld (einschließlich Strahlungskorrekturen) zurückgeführt werden können. *H. Lehmann.*

Majumdar, R. C. and A. N. Mitra: The effect of damping on radiative corrections to electron scattering and the problem of infra-red catastrophe. Progress theor. Phys. 8, 479—492 (1952).

Verff. zeigen, daß die bei Berechnung der Elektronstreuung auftretenden Infrarotdivergenzen auch bei Berücksichtigung der Strahlungsdämpfung von entsprechenden Termen im Wirkungsquerschnitt für Bremsstrahlung kompensiert werden. *H. Lehmann.*

Robl, Hermann: Compton-Streuung im homogenen Magnetfeld. Acta phys. Austr. **6**, 45—52 (1952).

Verf. zeigt, daß bei Compton-Streuung in einem homogenen Magnetfeld H die der Streuung an einem einzelnen freien Elektron entsprechende Linie zu einem Band verbreitert wird; die Breite des Bandes ist $\Delta k = (k_0/m\,c^2)\sqrt{2\,\hbar\,c\,e\,H}$ (k_0: Energie des einfallenden Photons). Die Rechnung ist in nichtrelativistischer Näherung und unter der Annahme durchgeführt, daß das Elektron vor dem Stoß keinen Impuls in Feldrichtung besitzt und sich im tiefsten Energiezustand befindet. Es wird nur der Spezialfall eines senkrecht zur Feldrichtung einfallenden und in Feldrichtung abgestreuten Photons betrachtet. Die von indirekten Übergängen herrührenden Beiträge zum Matrixelement werden vernachlässigt. *W. Urich.*

Polievktov-Nikoladze, N. M.: Das Einfangen eines Photons durch ein freies Meson. Soobščenija Akad. Nauk Gruzinskoj SSR 8, 517—524 (1947) [Russisch].

Žarkov, G. F.: Die Erzeugung von π-Mesonenpaaren durch Photonen auf Nukleonen. Žurn. èksper. teor. Fiz. **22**, 677—686 (1952) [Russisch].

Es wird der Wirkungsquerschnitt für die Photoerzeugung von π-Mesonpaaren ($\pi^+;\pi^-$) aus Nukleonen untersucht. Betrachtet werden pseudoskalare Mesonen mit pseudoskalarer bzw. pseudovektorieller Kopplung in der niedrigsten Näherung der Störungsrechnung. Für kleine Energien läßt sich der Wirkungsquerschnitt geschlossen angeben; im allgemeinen Fall sind numerische Integrationen notwendig. Verf. weist besonders auf die (qualitativen) Unterschiede zwischen den beiden Kopplungstypen hin. *H. Lehmann.*

Muzikář, Čestmír and Václav Votruba: A contribution to the theory of the decay of μ-mesons. Czechosl. J. Phys. **1**, 65—72 (1952).

Die Verff. untersuchen die Wahrscheinlichkeit des Zerfalles $\mu^\pm \to e^\pm + \gamma$ und des Zerstrahlungsprozesses $\mu^+ + e^- = 2\,\nu$ in kondensierter Materie. Die Ergebnisse werden mit den Daten des bekannten Zerfalls $\mu^\pm = e^\pm + 2\nu$ verglichen und diskutiert. Auf andere Zerfallsmöglichkeiten von μ-Mesonen in Materie wird hingewiesen. *F. Cap.*

Watson, Kenneth M.: The effect of final state interactions on reaction cross sections. Phys. Review, II. Ser. **88**, 1163—1171 (1952).

Verf. betrachtet Prozesse, bei denen Teilchen erzeugt werden, die stark miteinander wechselwirken. Es wird eine Methode entwickelt, die es (unter einigen Voraussetzungen) ermöglicht, den Einfluß dieser Wechselwirkung auf den Wirkungsquerschnitt des Prozesses zu berechnen. *H. Lehmann.*

Brown, G. E.: Bound-state perturbation theory in four-dimensional momentum representation. Proc. Roy. Soc. London, Ser. A **215**, 371—384 (1952).

Es wird ein Verfahren zur näherungsweisen Bestimmung der Energien gebundener Zustände (im Rahmen quantisierter Feldtheorien) beschrieben, das auf einer Zusammenfassung von S-Matrixgraphen beruht. Verf. berechnet damit einen Teil der α^3-Korrekturen zur Feinstruktur des Wasserstoffs. *H. Lehmann.*

Rayski, Jerzy: On non-local quantum electrodynamics. Acta phys. Polon. **11**, 109—130 (1952).

Es wird eine nichtlokale Formulierung der Quantenelektrodynamik angegeben, die auf einer früheren Arbeit des Verf. (dies. Zbl. **44**, 440) basiert. — Die gemachten Aussagen über die Form der S-Matrixelemente sind nach Ansicht des Ref. in ihrer Allgemeinheit nicht zutreffend. *H. Lehmann.*

Kristensen, P. and C. Møller: On a convergent meson theory. I. Danske Vid. Selsk., mat.-fys. Medd. **27**, Nr. 7, 51 S. (1952).

Es werden die Konsequenzen der Einfuhrung von nichtlokalen Wechselwirkungen in quantisierten Feldtheorien untersucht. Die Einführung der Nichtlokalität geschieht dadurch, daß im Wechselwirkungsteil der Lagrangefunktion einer lokalen Theorie die Feldgrößen nunmehr an verschiedenen Raumzeitpunkten genommen werden und mit einer Formfunktion multipliziert und integriert werden. Dies stellt eine Verallgemeinerung früherer Ansätze dar (vgl. J. Rayski, dies. Zbl. **44**, 440). Die Quantisierung einer derartigen Theorie versuchen die Verff. mit Hilfe des Yang-Feldmanformalismus durchzuführen. Hiermit wird die S-Matrix zweiter Näherung (im Kopplungsparameter) für die Kopplung pseudoskalarer Mesonen und Nukleonen bestimmt und gezeigt, daß man in dieser Näherung bei geeigneter Wahl der Formfunktion konvergente Ausdrücke für die Selbstenergien und die Vakuumpolarisation bekommt. *H. Lehmann.*

Bloch, Claude: On field theories with non-localized interaction. Danske Vid. Selsk., mat.-fys. Medd. **27**, Nr. 8, 55 S. (1952).

Ebenso wie Kristensen und Moller (vorsteh. Referat) behandelt der Verf. Feldtheorien mit nichtlokaler Wechselwirkung. Während die Grundgleichungen der Autoren dieselben sind, wird hier insbesondere auf folgende Punkte eingegangen: Es werden 1. Bedingungen für die Formfunktion angegeben, so daß die in nichtlokalen Theorien stets vorhandenen Abweichungen vom kausalen Verhalten auf kleine Raumzeitgebiete beschränkt bleiben. 2. wird die Quantisierung mit Hilfe des Yang-Feldmanformalismus in beliebiger Näherung der Störungsrechnung diskutiert. 3. wird auf Schwierigkeiten bei der Berechnung von Selbstenergien in höheren Näherungen hingewiesen. — Zu 2. ist zu vermerken, daß nach neueren Untersuchungen (C. Hayashi, dies. Zbl. **52**, 448) die Resultate des Verf. in diesem Punkt nicht allgemein gültig zu sein scheinen. *H. Lehmann.*

Shôno, Naomi and Nobuo Oda: Note on the non-local interaction. Progress theor. Phys. **8**, 28—38 (1952).

Verff. diskutieren die Zusammenhänge zwischen verschiedenen nichtlokalen Formulierungen der Elektrodynamik. Weiterhin geben sie zwei nichtlokale Ansätze, mit deren Hilfe die e^2-Näherung zur Vakuumpolarisation und zur Selbstenergie des Elektrons konvergente Resultate liefert. *H. Lehmann.*

Pignedoli, Antonio: Sull'aspetto analitico di due importanti problemi della fisica nucleare. Rend. Sem. mat. fis. Milano **22**, 74—89 (1952).

Der erste Teil der Arbeit enthält eine elementare Einführung der Proca-Gleichungen sowie eine Diskussion der bei $\Delta u + k^2 u = \varphi$ zu stellenden Randbedingungen; im zweiten Teil wird das Randwert-Problem der Diffusionsgleichung untersucht. *W. Urich.*

● **Frisch, O. R. (edited by): Progress in nuclear physics. Vol. 2.** (Progress Series.) London: Pergamon Press, Ldt. 1952. VIII, 295 p. 63 s.

Die Arbeiten werden in dies. Zbl. einzeln besprochen.

Dolginov, A. Z.: Die Winkelverteilung der β-Teilchen beim β-Zerfall schwerer Kerne. Žurn. éksper. teor. Fiz. **22**, 658—667 (1952) [Russisch].

L'A. étudie l'influence du champ électrostatique du noyau sur la corrélation angulaire entre l'électron β et le neutrino en utilisant à l'extérieur du noyau les fonctions d'ondes coulombiennes relativistes et en supposant le potentiel constant à l'intérieur du noyau. Pour le premier ordre d'interdiction l'A. calcule complètement les fonctions B_1, B_2, B_3 intervenant dans la fonction de répartition angulaire

$$W(\eta) = B_1 + B_2 \cos\eta + B_3 \cos^2\eta$$

dans les cas d'interactions scalaire, vectorielle, tensorielle et pseudovectorielle. Pour $Z > A^{1/3} E_0$ (E_0 énergie maximum de l'électron β) l'influence du champ coulombien ne peut pas être négligée pour les transitions interdites. *G. Petiau.*

Dolginov, A. Z.: Die β-γ-Winkelkorrelation für schwere Kerne. Žurn. éksper. teor. Fiz. **22**, 668—676 (1952) [Russisch].

L'A. examine l'influence du champ électrostatique du noyau sur les corrélations angulaires $\beta - \gamma$ en utilisant les fonctions d'ondes coulombiennes relativistes à l'extérieur du noyau et en supposant le potentiel constant à l'intérieur du noyau. Les fonctions de répartition angulaire sont calculées complètement pour le premier ordre d'interdiction, Z quelconque, et pour un ordre de multipolarité quelconque du rayonnement γ émis. On montre que pour $Z > A^{1/3} E_0$ (E_0 énergie maximum de l'électron β) l'influence du champ coulombien du noyau ne peut être négligée. *G. Petiau.*

Frenkel', Ja. I.: Über die γ-Spektren der schweren Kerne. Žurn. éksper. teor. Fiz. **23**, 626—631 (1952) [Russisch].

Takayanagi, Kazuo: On the theory of atomic collisions accompanied with the charge transfer. Sci. Rep. Saitama Univ., Ser. A **1**, 9—22 (1952).

Macy, Spencer: Relativistic effects in nucleon-nucleon scattering. Iowa State College, J. Sci. **26**, 242—243 (1952) (Abstract of a Thesis).

Sexl, Theodor: Über den Begriff der Fermischen Streulänge. Acta phys. Austr. **5**, 336—340 (1952).

Bernard, Jean-J.: Probabilité de choc des molécules sphériques en fonction de leur vitesse d'agitation. C. r. Acad. Sci., Paris **234**, 510—512 (1952).

Ergänzung zu einer früheren Arbeit [C. r. Acad. Sci., Paris **233**, 1348 (1951)]. *D. Lyons.*

Seidel, W. and R. E. Marshak: Upper and lower bounds for the asymptotic neutron density in Milne's problem for the sphere. Canadian J. Phys. **29**, 72—82 (1951).

Es wird eine Kugel betrachtet, die jedes auffallende Neutron vollständig absorbiert und die sich in einem unendlich ausgedehnten Medium befindet, welches die Neutronen isotrop streut, ohne sie zu verlangsamen. Von außen fällt kugelsymmetrisch ein vorgegebener Neutronenstrom ein. Gefragt wird nach der Neutronendichte im ganzen Raum. In einer früheren Arbeit (R. E. Marshak, dies. Zbl. **32**, 375) wurde gezeigt, daß die Neutronendichte $\psi_0(r)$ asymptotisch die Beziehung $r \cdot \psi_0(r) \sim B \cdot (r - r_0)$ erfüllt, worin r_0 von dem Radius a der Kugel abhängt. Für das asymptotische Verhalten kommt es wesentlich auf den Wert von r_0 an. Dieser wurde in der früheren Arbeit nur für den Grenzfall $a \to \infty$ zu $r_0 = 0{,}2896 \cdot a$ ermittelt. In der vorliegenden Arbeit werden nun aus der zugrunde liegenden Transportgleichung für die Neutronen durch geeignete Abschätzung obere und untere Grenzen für r_0 für den Fall von beliebigem a aufgestellt und numerisch ausgewertet. Die Resultate werden in Tabellenform wiedergegeben. Die obere und untere Grenze des Wertes von $a - r_0$ liegen in dem ganzen in Frage kommenden Bereich von a um ca 6% auseinander. *H. Volz.*

● **Glastone, Samuel and Milton C. Edlund: The elements of nuclear reactor theory.** New York: D. Van Nostrand Company, Inc. 1952. VII, 416 p. 87 figs. $ 4,80.

Das vorliegende Buch ist die erste methodische Zusammenfassung der Theorie eines neuen Gebietes der technischen Physik: der Reaktorphysik. Dieses relativ junge Gebiet wurde vor allem in den USA sehr rasch entwickelt, und man darf heute bezüglich der Theorie der Reaktoren von einem gewissen Abschluß sprechen. Somit wurde es den Verff. möglich, zu diesem Zeitpunkt ein Lehrbuch zu schreiben, das auf eine gewisse Vollständigkeit Anspruch erheben darf.

Das Werk wird mit der Darstellung einiger notwendiger Begriffe und Tatsachen der Kernphysik eingeleitet. Dann werden folgende Probleme der Reaktortheorie behandelt: Die Diffusions- und Abbremsungstheorie der Neutronen und ihre Anwendung zur Bestimmung der sogenannten kritischen Größe sowie der inneren Struktur eines Reaktors; das zeitliche Verhalten der Neutronenflußdichte und ihre Kontrolle; der Einfluß der Temperatur und der Spaltprodukte auf die Kettenreaktion. Dieses Buch stellt für jeden, der sich über die Probleme der Reaktortechnik informieren oder sich in dieses Gebiet einarbeiten möchte, eine ausgezeichnete Einführung dar.

R. Schulten.

Green, H. S. and H. Messel: The spread of the soft component of the cosmic radiation. Phys. Review, II. Ser. **88**, 331—338 (1952).

Die Integro-Differentialgleichungen für die räumliche Ausbreitung einer Elektronen-Photonenkaskade werden erstmalig ganz allgemein aufgestellt und gelöst. Die Winkel- und Radialmomente als Funktionen der Tiefe in der Atmosphäre können dann bei beliebigen Randbedingungen berechnet werden. Der Ionisationsverlust wird exakt berücksichtigt. Als Wirkungsquerschnitte für Paarbildung und Bremsstrahlung werden, wie üblich, die für vollständige Coulomb-Abschirmung gültigen genommen. Für die Winkelstreuung wird nur die Coulomb-Ablenkung angesetzt. Verf. behauptet, daß die auf Heisenberg zurückgehenden, bisher angewandten Näherungen zu großen Fehlern führen. Besonders kritisch sei das bei der vom Verf. berücksichtigten, früher vernachlässigten Variation der Dichte mit der Tiefe.

D. Lyons.

Messel, H.: The solution of the fluctuation problem in nucleon cascade theory. Homogeneous nuclear matter. Proc. phys. Soc., Sect. A **65**, 465—472 (1952).

Messel, H. and R. B. Potts: The solution of the fluctuation problem in a finite absorber for nucleon cascades. Proc. phys. Soc., Sect. A **65**, 473—480 (1952).

Messel, H. and R. B. Potts: The solution of the fluctuation problem in electron-photon shower theory. Phys. Review, II. Ser. **86**, 847—851 (1952).

Green, H. S. and H. Messel: On the theory of the angular and lateral spread of the nucleon component of the cosmic radiation. Proc. phys. Soc., Sect. A **65**, 689—701 (1952).

Rozental', I. L.: Kaskadenprozesse in breiten atmosphärischen Schauern der kosmischen Strahlen. Žurn. èksper. teor. Fiz. **23**, 440—455 (1952) [Russisch].

Verf. berechnet die Intensität, Ausbreitung und Winkelverteilung der verschiedenen Komponenten (Nukleonen, π- und μ-Mesonen, Elektronen) eines von einem primären hochenergetischen Nukleon ausgelösten Luftschauers. Die Rechnungen sind unter speziellen vereinfachenden Annahmen durchgeführt, deren stärkste die folgenden sind: 5. Die kritische Energie für die Kern-Kaskade sei $E_c = 10^{10}$ eV. 6. Man berücksichtigt nur die Teilchen des Vorwärts-Kegels im Schwerpunktsystem (schmaler Kegel im Laborsystem). 7. Man macht die Annahme, daß alle aus einem Stoß auslaufenden Teilchen dieselbe Energie haben und daß sie die ganze primäre Energie fortragen. 10. Ionisationsverluste der geladenen Teilchen sowie Zerfall der μ-Mesonen werden nicht berücksichtigt. Die Annahme 7. bedeutet vollständige Unelastizität der Kernstöße (wenn man auch die Energie der auslaufenden Nukleonen berücksichtigt). Die übrigen nicht zitierten Annahmen sind die üblichen. — Es werden Differenzen-Differential-Gleichungen für den n-ten Schritt der Kaskade der Nukleonen bzw. π-Mesonen angegeben (es wird angenommen, daß das Verhältnis der Zahl der auslaufenden Nukleonen und derjenigen der auslaufenden π-Mesonen bei jedem Stoß konstant sei), die wegen der angenommenen Voraussetzungen einfach und leicht lösbar sind. Die Gesamtzahl der Teilchen auf einer bestimmten Höhe wird als Summe der Beiträge der verschiedenen Schritte der Kaskade erhalten. Dasselbe gilt für die Berechnung der Winkel und der räumlichen Verteilung der verschiedenen Komponenten. Die Gesamtzahl der Elektronen wird durch Anwendung der üblichen Faltung mit den Spektren der Elektronen-Photonen-Kaskade erhalten. Der Vorteil des so vereinfachten Verfahrens ist, daß die Wirkung der verschiedenen eingeführten Parameter sich in den Endresultaten sehr anschaulich ausprägt. Verf. findet z. B., daß, wenn man das Gesetz der Entstehung der schnellen kernaktiven Teilchen in Nukleonen-Luftkern-Stößen durch $n = E^{\nu}$ (wo n = Zahl der Teilchen und E = Energie des Primärteilchens) darstellt, die gerechneten Werte der Verhältnisse der verschiedenen Komponenten der Wahl von ν gegenüber sehr empfindlich sind. Die Endresultate werden mit den experimentellen Daten verglichen und die Werte der verschiedenen Parameter festfestellt; ν z. B. sollte zwischen 1/4 und 1/3 liegen. Die Wirkung der Wahl der kritischen Energie scheint jedoch unterschätzt zu sein. Verf. findet, daß die Ausdehnung der durchdringenden Komponenten breiter als diejenige der elektromagnetischen ist, was mit den Experimenten übereinstimmt.

P. Budini.

Terleckij, Ja. P. und A. A. Logunov: Die Verteilungsfunktion der kosmischen Teilchen der primären Komponente. Žurn. èksper. teor. Fiz. **23,** 682—685 (1952) [Russisch].

Gabillard, Robert: Théorie et mesure des temps de relaxation en résonance paramagnétique nucléaire. Revue sci. **90,** 307—352 (1952).

Der theoretische Teil dieses Berichtes enthält folgendes: Zunächst wird die optische Auffassung der magnetischen Kernresonanz derjenigen gegenübergestellt, bei welcher auf die Präzession der Kernspins geachtet wird. Zur Illustration wird das Experiment von Torrey benutzt. Es folgen Betrachtungen über die Absorption der Energie. Nach einer Diskussion der Breite der Resonanzlinien und deren Beziehung zu den Relaxationszeiten werden die Blochschen Grundgleichungen der Theorie der Kernresonanz besprochen. Dabei wird besonders auf den Einfluß der Geschwindigkeit, mit der das Magnetfeld den Resonanzbereich überstreicht, auf die Form der Resonanzkurve eingegangen. Besonders interessant ist der Fall sehr großer Geschwindigkeit, für den eine vereinfachte Theorie dargestellt wird. Wesentlich ist dabei, daß die Relaxationsprozesse bei der kurzen Dauer der Resonanz praktisch keinen Einfluß mehr haben. Inhomogenitäten des Magnetfeldes und Schwankungen des effektiven Feldes wegen der Wärmebewegung werden betrachtet. Detaillierte Untersuchungen über Phasen und Amplituden der zu erwartenden Signale beschließen den theoretischen Teil. *G. Heber.*

Bau der Materie:

Haar, D. ter: A molecular sum rule. Proc. Roy. Soc. Edinburgh, Sect. A **63,** 381—384 (1952).

Wiedergabe eines dem Verf. von Kramers mitgeteilten Beweises für einen Summensatz. Der Summensatz bezieht sich auf Moleküle, deren stationäre Zustände durch die Quantenzahlen n, λ charakterisiert werden können und lautet: $\sum_{n'} f_{\lambda,n;\lambda',n'} = \frac{1}{3}(1-\lambda)$ für $\lambda' - \lambda = -1$, $= \frac{1}{3}$ für $\lambda' - \lambda = 0$ und $= \frac{1}{3}(1+\lambda)$ für $\lambda' - \lambda = +1$; $f_{\lambda,n;\lambda',n'}$ sind die Oszillatorstärken. *W. Urich.*

● **Tables of Coulomb wave functions. Vol. 1.** (National Burau of Standards Applied Mathematics Series, No. 17.) Washington: US Government Printing Office 1952. XXVII, 141 p. $ 2,00.

Die Haupttabelle enthält die Funktion $\Phi_L(\eta,\varrho) = e^{-i\varrho}\,{}_1F_1(L-1-i\eta; 2L+2; 2i\varrho)$ und ihre reduzierten Ableitungen $(1/k!)\,(d^k/d\eta^k)\,\Phi_L(\eta,\varrho)$ auf 7 Dezimalen. $L = 0\,(1)\,5, 10, 11, 20, 21$; $\eta = -6\,(1)\,6$; $\varrho = 0\,(0{,}2)\,5{,}0$. Mit Lagrangeschen Interpolationskoeffizienten ist eine Interpolation der $\Phi_L(\eta,\varrho)$ in ϱ, mit einer Taylor-Reihe eine Interpolation in η möglich. Für nicht angegebene Zwischenwerte von L kann zur Berechnung von $\Phi_L(\eta,\varrho)$ die Rekursionsformel der konfluenten hypergeometrischen Funktionen herangezogen werden. $y = \varrho^{L+1}\,\Phi_L(\eta,\varrho)$ ist die für alle endlichen ϱ reguläre Lösung der Differentialgleichung

$$(*) \qquad d^2y/d\varrho^2 + [1 - 2\eta/\varrho - L(L+1)/\varrho^2]\,y = 0,$$

welche sich bei der in Kugelkoordinaten durchgeführten Separation des wellenmechanischen Einteilchenproblems im Coulombfeld für die radiale Koordinate ergibt. L ist die Drehimpulsquantenzahl, η ist umgekehrt proportional zur Wurzel aus der positiv vorausgesetzten Gesamtenergie. Die erste Hilfstabelle gibt den Realteil von $\Gamma'(1+i\eta)/\Gamma(1+i\eta)$ auf 10 Dezimalen für $\eta = 0\,(0{,}005)\,2\,(0{,}01)\,6\,(0{,}02)\,10\,(0{,}1)\,20\,(0{,}2)\,60\,(0{,}5)\,110$. Die zweite Hilfstabelle gibt $\arg\Gamma(1+i\eta)$ auf 8 Dezimalen für $\eta = 0\,(0{,}01)\,1\,(0{,}02)\,3\,(0{,}05)\,10\,(0{,}2)\,20\,(0{,}4)\,30\,(0{,}5)\,85$. In beiden Hilfstabellen sind zweite bzw. modifizierte zweite Differenzen angegeben. Eine dritte Hilfstabelle enthält schließlich die Funktion $(2\pi\eta)^{1/2}(e^{2\pi\eta}-1)^{-1/2}$ mit acht geltenden Ziffern für $\eta = 0\,(0{,}1)\,5\,(0{,}5)\,10$. Die mathematische Einführung gibt verschiedene Entwicklungen und asymptotische Darstellungen der Lösungen von (*). Die Bedeutung der wiedergegebenen Tabellen für die Kernphysik wird im Vorwort ausführlich erläutert. *J. Meixner.*

Arató, Mátyás et Géza Freud: Le calcul des intégrales d'interaction à un seul centre modifié. Publ. Inst. Math. appl. Acad. Sci. Hongrie **1,** 369—374 u. russ. u. französ. Zusammenfassg. 374, 375 (1952) [Ungarisch].

Les AA. donnent une méthode pour calculer des intégrales du type

$$I_{m,n}(r_0) = \iint r_1^{\,m}\, r_2^{\,n}\,(r_{12} + r_0)^{-1}\, e^{-(r_1+r_2)}\, d\tau_1\, d\tau_2$$

et ils les calculent pour les valeurs $m, n = 0, 1, 2, 3$. Autoreferat.

Freud, Géza: Sur la correction d'énergie cinétique de modèle d'atome statistique. Publ. Inst. Math. appl. Acad. Sci. Hongrie **1,** 389—391 u. russ. u. französ. Zusammenfassg. 391 (1952) [Ungarisch].

L'A. démontre que l'article de I. Fényes [Mûzeumi Fuzetek (Kolozsvár) 3, (1945)] dans lequel ce dernier essaye de rectifier la correction d'energie cinétique de Weizsäcker, est basé sur une conclusion non satisfaisante et doit être compléter d'une manière radicale. Autoreferat.

Rényi, Alfred: Remarques concernant un traité de P. Gombás et R. Gáspár. Publ. Inst. Math. appl. Acad. Sci. Hongrie **1**, 393—397 u. russ. u. französ. Zusammenfassg. 397 (1952) [Ungarisch].

Bemerkungen zu P. Gombás und R. Gáspár, dies. Zbl. **43**, 226.

Larnaudie, Marcel: Une solution simple du problème de la fonction potentielle et des coordonnées normales pour les molécules polyatomiques. C. r. Acad. Sci., Paris **234**, 1150—1152 (1952).

Unter der Voraussetzung, daß es gestattet ist, den Einfluß der langsameren Schwingungen auf diejenigen höherer Frequenz zu vernachlässigen, wird ein einfaches Rekursionsverfahren angegeben zur Berechnung der Normalkoordinaten aus den symmetrischen Koordinaten und der potentiellen Energie eines mehratomigen Moleküls bei gegebenen Schwingungsdaten. *A. Kratzer.*

Jucis, A. P.: Focksche Gleichungen in mehrfach-konfiguratorischer Näherung. Žurn. èksper. teor. Fiz. **23**, 129—139 (1952) [Russisch].

Die Berechnung der Energie eines Atomzustandes nach den Hartree-Fockschen Gleichungen wird verbessert durch einen Variationsansatz, der mehrere Konfigurationen berücksichtigt. In einer früheren Arbeit [Trudy VGU, Ser. estestv. mat. Nauk **1**, 13 (1949), J. of Phys. **11**, 49 (1947)] hatte Verf. für die Einelektronenfunktion in diesem Ansatz Lösungen der gewöhnlichen Fockschen Gleichungen genommen, jetzt stellt er zu ihrer Berechnung verallgemeinerte Focksche Gleichungen auf, die noch ein „Konfigurationsglied" enthalten, und behandelt als Beispiel das C-Atom. *G. Höhler.*

Gercenštejn, M. E.: Die Selbsterregung von Schwingungen in der positiven Säule einer Gasentladung. Žurn. èksper. teor. Fiz. **23**, 669—677 (1952) [Russisch].

Kwal, Bernard: Sur le rayonnement électromagnétique, produit par les chocs d'électrons dans un milieu très fortement ionisé. J. Phys. Radium **13**, 35—38 (1952).

Gordeev, G. V.: Die Schwingungen des Plasmas im Magnetfeld. Žurn. èksper. teor. Fiz. **23**, 660—668 (1952) [Russisch].

Es wird das Verhalten longitudinaler Schwingungen eines Plasmas in einem äußeren Magnetfeld untersucht. Die Dispersionsgleichung wird mit Hilfe einer Fourier-Entwicklung aus der Boltzmanngleichung abgeleitet und genauer diskutiert. Das Abklingen der Schwingungen im Magnetfeld wird betrachtet. Dabei werden die Grenzfälle eines sehr schwachen und eines sehr starken Magnetfeldes gesondert behandelt. Bei sehr starkem Magnetfeld kann man anormale Dispersion bekommen, und es kann eine Selbsterregung der Schwingungen möglich sein. *R. Lüst.*

Achiezer, A. I. und A. G. Sitenko: Über den Durchgang eines geladenen Teilchens durch ein Elektronenplasma. Žurn. èksper. teor. Fiz. **23**, 161—168 (1952) [Russisch].

Die Arbeit untersucht die Wechselwirkung eines geladenen Teilchens mit den Ladungsträgern eines Plasmas. Sie geht zu diesem Zweck von den Maxwellschen Gleichungen des elektromagnetischen Feldes und der Boltzmannschen Fundamentalgleichung aus, wobei die Vlasovsche Methode der kollektiven Beschreibung der Trägerwechselwirkung verwendet wird. Unter der Voraussetzung linearer Störungen lassen sich die Gleichungen wesentlich vereinfachen und erlauben die Anwendung von Fourierentwicklungen, für die bestimmte Ansätze gemacht werden, deren Form die Allgemeinheit der Untersuchungen bez. des Plasmazustandes beschränkt. Longitudinale und transversale Feldwirkungen (bezogen auf die Bewegungsrichtung des geladenen Teilchens) werden getrennt behandelt. Außerdem zeigt es sich, daß neben der „fernen" Wechselwirkung (kollektive Wechselwirkung) auch die „nahe" Wechselwirkung (paarweise Stoßprozesse) zu berücksichtigen ist. Im Gegensatz zu früheren Untersuchungen von Vlasov findet man, daß nicht nur Teilchen, deren Geschwindigkeit größer als die mittlere thermische Geschwindigkeit der Plasmaelektronen ist, eine Wechselwirkung mit dem longitudinalen Feld erfahren, sondern auch solche, deren Geschwindigkeit kleiner ist. Die Wechselwirkung mit der